

陕西师范大学学术文库

# 数学哲学与数学文化

黄秦安 著

陕西师范大学出版社

**图书代号:ZZ143300**

**图书在版编目(CIP)数据**

数学哲学与数学文化/黄秦安著. - 西安:陕西  
师范大学出版社,1999.9

(陕西师范大学学术文库)

ISBN 7-5613-1989-4

I. 数… II. 黄… III. ①数学哲学-研究-文集②数学  
-文化学-研究-文集 IV. G·1445

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44389 号

**陕西师范大学出版社出版发行**

(西安市陕西师大 120 信箱 邮政编码 710062)

国营五二三厂印刷 新华书店经销

1999 年 9 月第 1 版 1999 年 9 月第 1 次印刷

开本 850×1168 1/32 印张 11.375 插页 4 字数 265 千

印数:1—1000 定价:20.50 元

---

开户行:西安工行小寨分理处 账号:216-144610-44-815

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与发行科联系、调换。

电话:(029)5251046(传真) 5233753 5307864

## 序言 数学哲学中的革命 与数学文化的研究

多学科的相互渗透是自然科学和人文社会科学现代发展的一个重要特点。例如,就数学教育的现代发展而言,我们就可清楚地看到哲学的重要影响,而这又不仅是指单纯的反思性工作,即如怎样从理论的高度对各个数学教育改革运动(包括60年代的“新数运动”、70年代的“回到基础”、80年代的“问题解决”与“大众数学”等)作出自觉的反思与检讨,而且也是指相应的哲学研究已被认为是为建立科学的数学教育理论奠定了必要的基础。例如,后者就构成了80年代以来在国际上兴起的关于“数学教育哲学”的研究的直接目标。

当然,后一方向的研究同时也表明了数学教育对于哲学的促进作用,特别是,正是数学教育的现代发展为我们深入开展相应的哲学研究指明了努力的方向:这不应是一种毫无现实意义的哲学遐想,而应立足于实际的数学教育活动,并应成为数学教育工作者的“工作哲学”。

正是从同样的角度去分析,我们也就可以较好地理解数学哲学的现代发展,特别是,与传统的数学哲学研究相比,数学哲学可以说正经历着一个革命性的变化,而后者在很大程度上就可被看成数学自身发展的直接需要。

具体地说,这即是数学哲学革命性变革的一个最为重要的内涵,即是其基本立场已经由传统的与实际数学活动的严重分离转移到了与实际数学活动的密切结合,也即是认为数学哲学应当

“真实地反映当我们使用、讲授、发现或发明数学时所作的事” (R. Hersh 语)。显然,这应当被看成数学哲学的一个重要进步。

除去基本立场的变革以外,数学哲学的革命还包括了研究方法和数学观的重大变化,以及中心问题的转移。后者即是指,现代的数学哲学家一般不再关心数学的可靠性问题(或者说,数学的基础问题),而是认为数学哲学应当集中于以下的问题:“即是如何为数学提供一般的解释,也即提供一种能揭示数学本质特性并对人们何以能够从事数学活动作出解释的综合观点”(T. Tymoczko 语)。

显然,从这样的角度去分析,“数学文化”的研究何以近年来在国际范围内获得了人们的普遍关注也就十分自然了,因为,从数学哲学的角度看,这即是为人们更为深入地认识数学的本质提供了一个新的视角。这就是说,我们不仅应当清楚地认识数学的科学特性,而且也应清楚地看到数学的文化属性。值得指出的是,这种文化的研究与数学观的现代转变也有着十分重要的联系,因为,如果我们采取动态的(而不是静态的)数学观,也即主要着眼于实际的数学活动,而并非数学活动的最终结果,那么,一个必然的结论显然就在于:我们应当清楚地看到整体性的文化环境对于数学活动的重要影响,或者说,数学即应被看成整体性的文化环境的一个重要组成成分。

除去纯理论的意义以外,“数学文化”的研究并有着重要的现实意义。例如,文化的视角无疑为数学史的研究开拓了一个新的领域,即是由惟一注重“内史”转移到了对于“内史”与“外史”的共同研究,而这种历史的研究对于数学的现代发展显然有着重要的借鉴和启示意义。另外,同样重要的是,由数学文化的研究我们可以更为清楚地认识数学的文化价值,而很好地发挥数学的文化价值则又应当被看成社会进步、特别是人类社会由

工业社会向信息社会过渡的一个必然要求。

尽管已经有了一些初步的工作,但是,从整体上说,“数学文化”应当说仍是一个有待于深入研究的领域,特别是,由于数学文化的涉及面十分广泛,因此就需要人们从各个不同的角度去作出积极的探索和深入的研究。

正是在这样的意义上,我们就应充分肯定黄秦安同志的这一著作《数学哲学与数学文化》。特别是,笔者以为,尽管这还不能说是构成了“数学文化”的系统理论;但是,这一著作又表现出了一些十分可贵的特点,即强烈的历史责任感和使命感,以及积极的探索精神和独创性质。

黄秦安同志虽然是陕西师范大学数学系的一位教师,但是,在过去的10多年中,他一直潜心于数学哲学和数学文化的研究,并发表了不少很有见地的文章。当然,这也就为本书的写作提供了良好的基础,特别是,这一著作清楚地反映了作者在这些年中积极探索、勇于创新的思想历程,并就是10多年的辛勤耕耘与深入研究的最终结晶。

笔者由黄秦安同志的这一著作得到了很大的教益,相信广大读者也一定能够由这一著作得益匪浅。笔者更希望这一著作能激发人们对于数学哲学和数学文化的兴趣,从而有更多的人、特别是年青同志积极地投身于这一研究领域。事实是,正如任一交叉学科的发展,数学哲学与数学文化研究的深入发展也有待于数学家、哲学家和人类文化学家等各方面人士的共同努力和密切合作。当然,又如这一著作所已清楚地表明的,这种积极性最终只能来自强烈的历史责任感和使命感,来自对于数学本质和功能的深入认识,以及对于中国传统文化自觉反思和批判。

郑毓信

1999年6月于南京大学

## 序

摆在我面前的是黄秦安同志近多年心血的结晶——一大厚摞一笔一划、工工整整抄写而成的他的专著的手稿。翻读着它，我的兴奋与喜悦，与作者一样难以止抑。多年来，作为学术刊物的编辑，我有机会比其他读者较早地读到了构成他这本专著基本思想观点的一系列论文，并且就有关问题与他进行过一次次的讨论与切磋。尔后，作为学术委员会成员，我又参加了学校对包括他这部著作在内的优秀学术专著出版补贴的评审工作。由于同他有较长时间的接触并有较多了解的缘故，在他的专著行将出版之际，他要我说几句话，我没有理由不答应他。

秦安同志的《数学哲学与数学文化》是一部具有独特价值的学术专著。它的价值，不仅仅在于它探索、解决了该领域研究中一系列有学术意义的问题，为该学科的建设与发展做出了应有的贡献，而且更为重要的，还在于他为在当代历史条件下尤其是强调知识创新的今天，如何从事科学研究、如何著书立说，提供了许多有益的启示。特别是对于刚刚走上学术道路的青年学者来说，秦安同志的治学精神及其这本专著的撰写在一定程度上具有某种示范意义。

敢于站到学科前沿，勇于探索科学难题，这是秦安同志从事科学研究的一个突出特点。在科学研究的道路上，每个人都经常可能碰到两种选择：要么找钢板的最薄处钻洞，摘容易到手的果子，要么选择科学的难题攻坚，不畏艰险去攀登科学的高峰。两种选择，反映着截然不同的人生观、价值观和科学观，也决定

着一个人能否取得真正的科研成果乃至能否成才。考察秦安同志的研究,他显然属于后者。数学哲学、数学文化的研究虽80年代以来为国际国内学术界所关注,但国内省内却很少有人涉足,及至今天,有关成果仍然凤毛麟角。10多年前,秦安同志以一个刚刚走上工作岗位的20多岁的青年学者,敢于闯入这一崭新领域,大胆探索,开拓创新,由数学哲学而数学文化,由有关重大理论专题析论到数学历史发展的考察,取得了一系列为学术界所瞩目的成果。我清楚地记得,1993年他的处女作《数学文化的本质、功能及其在人类文化变革中的角色》一文在《陕西师范大学学报》第2期发表后,即被《新华文摘》当年第8期转载,这在90年代初的我校尚属少见的特例之一。嗣后,其《论艺术与数学的普遍意义及基本关系》在《陕西师范大学学报》发表后,又先后被《北京大学学报》、人大复印资料《文艺理论》专辑、《高等学校文科学报文摘》等国内重要刊物摘要。这两文并先后荣获省教委人文社科优秀成果奖。而以上系列论文的发表及其在学术界的反响,也为他1996年获得国家教委人文社科“九五”规划项目奠定了基础。事实证明,正是秦安同志的研究站在了学科的前沿,选择研究了有一定难度的课题,因而才使他有可能取得学界认可的成果。反过来,其成果被学界的认可及其所产生的影响,尤其是“九五”规划课题的获准,也是对他所选择的研究道路的肯定与承认。

以开阔的学术视野,把对研究课题的执著与深入钻研同对广泛的知识领域的关注与涉猎有机结合起来,这是秦安同志科学研究之所以取得成绩的重要原因。当代学术研究的重要趋势就在文理两大学科的融合以及各学科的相互渗透。由此,有无开阔的学术眼界,有无广博的文化科学知识,就在一定程度上成了能否进行科学研究以及科学研究能否取得成绩的重要基础。

秦安同志本科阶段学的是数学，硕士研究生期间攻读的是数学教育，而近年他研究的方向则是数学文化、数学哲学。据我的接触与了解，他在课题研究的过程中，没有把自己的眼光局限在数学的范围之内。他不仅花去大量时间钻研了哲学的理论及其发展历史、文化的理论及其发展历史，而且还研读了艺术理论及其发展历史、科学技术的理论及其发展历史以及中国古代政治、计算机文化、社会科学的理论与方法等众多领域里的重要文献资料。秦安同志对中外的历史、文学、艺术、音乐、体育等均有极大兴趣与丰富的知识。与生活中具有广泛的兴趣与爱好一样，秦安同志在学术上的理论基础是厚实的，知识的积累是丰富的。正是他的这些禀赋、气质和知识的准备，才使他能够在处理数学哲学、数学文化之类文理交叉学科的复杂难题时达到了应付自如，而不捉襟见肘。这是近年来学界某些眼光狭小的人，如研究某一学科或某一问题，就对此外的任何事情都失去热情，不再关心，甚至企图读几本书就想写一本书，读几篇文章就想写一篇文章出来，对这样的人来说，秦安同志的治学对我们启发颇多。

扎扎实实治学，朴朴实实著文，脚踏实地，埋头苦干，这是秦安同志可贵的科学研究作风。科学研究是人类从已知求未知的一种认知活动。它的本质是创造知识，从事新知识的生产。在对待科学研究的态度上，由于市场经济大潮的冲击，往往表现出两种不同的态度：一种是为了探索、寻求客观事物的本质规律，解决学术发展中的难题，推动科学发展而搞科研；一种是为了某种非科学的个人的目的，甚至实现眼前的利益而搞科研，解决科学的问题不是他的目的，而是一种手段，一种工具。秦安同志无疑属于前者。在我的印象中，他无论处人处事，无论治学著文，始终老老实实，认真严谨，一丝不苟。这在他的书中有充分地反映。譬如借鉴引用前人的研究成果，他均作明确、清楚地交代

和说明,属于自己的探索、创新,他均摆出充分的事实和材料,予以尽量透彻的论证和分析;他的文风也是平实、朴素的,绝少刻意追求语言的雕琢与词藻的华丽。总之,在他的身上已经和正在体现出一个学者应有的科学求实的态度和品格。尤其值得称道的是,面对当今社会上各种五光十色的诱惑,秦安同志不为所动,没有如有些人那样左顾右盼,一心二用,或者干脆放弃自己的追求,而是在搞好自身教学的同时,一门心思搞学问,十数年如一日,坚持坐冷板凳,从而做出了应有的成绩。这一点在当前也是非常难能可贵的。

总之,从秦安同志身上,从他的著作里,我明显地看到了我所喜欢的那种科学工作者应有的思想、品质、作风和勇气。

秦安同志的第一本著作就要出版了,这对一个年轻学者来说,既是他学术道路上一次攀登的结果,同时也预示着一次新的更加艰难的攀登征途的开始。祝愿秦安同志继承和发扬已有的成绩,戒骄戒躁,继续努力,向着既定的目标不断开拓奋进,争取攀上更多的科学高峰,谱写更加壮美的人生篇章。

张积玉

1999年7月16日

于陕西师范大学

---

# 目 录

## 上篇 数学哲学

引言 .....	( 1 )
第一章 数学的本质与数学对象的特点 .....	( 5 )
第一节 数学的本质与对象 .....	( 5 )
第二节 数学的抽象化特点 .....	( 14 )
第三节 数学对象的确实性 .....	( 19 )
第四节 数学应用的广泛性 .....	( 28 )
第五节 数学的统一性及其基本特点 .....	( 34 )
第二章 数学中的无限 .....	( 41 )
第一节 实无限与集合论 .....	( 43 )
第二节 第三次数学危机 .....	( 50 )
第三节 潜无限与数学新的构成基础 .....	( 55 )
第四节 潜无限与实无限的统一 .....	( 58 )

---

第三章 数学中的存在·····	( 64 )
第一节 柏拉图主义的数学观·····	( 66 )
第二节 唯名论·····	( 72 )
第三节 数学存在：无矛盾性与构成可能性·····	( 74 )
第四节 数学存在是数学文化的存在·····	( 77 )
第四章 数学的真理性问题·····	( 82 )
第一节 检验数学真理性的标准·····	( 83 )
第二节 几何基础的真理性·····	( 91 )
第五章 逻辑主义及其数学观·····	( 99 )
第一节 逻辑主义的宗旨与形成·····	( 99 )
第二节 弗雷格与罗素的数学还原为逻辑·····	( 100 )
第三节 对逻辑主义的评论·····	( 105 )
第六章 直觉主义及其数学观·····	( 110 )
第一节 直觉主义的形成与基本观点·····	( 110 )
第二节 直觉主义的无穷观与逻辑规则·····	( 112 )
第三节 直觉主义与构造数学·····	( 115 )
第四节 直觉主义的认识论及其评论·····	( 121 )
第七章 希尔伯特与形式主义·····	( 125 )
第一节 希尔伯特的数学基础纲领·····	( 125 )
第二节 目标实现的困难——哥德尔的结果·····	( 128 )
第三节 形式主义——极端的希尔伯特主义·····	( 130 )
第八章 布尔巴基及其结构主义·····	( 133 )

---

第一节	布尔巴基的基本数学思想	(133)
第二节	数学结构的分类	(136)
第三节	对结构主义的认识	(142)
第九章	公理化思想方法	(145)
第一节	公理化思想方法的产生与发展	(145)
第二节	公理化方法的结构及其限度	(148)
第三节	集合论公理系统简介	(151)
第四节	对公理化方法的认识	(153)
第十章	数学模型方法	(160)
第一节	必然现象的数学模型	(162)
第二节	或然现象的数学模型	(164)
第三节	模糊现象的数学模型	(168)
第四节	突变现象的数学模型	(171)

## 下篇 数学文化

导言	(176)	
第十一章	数学文化的本质与特征	(179)
第一节	数学文化的基本含义	(179)
第二节	数学文化的基本特征	(183)
第十二章	数学文化的功能及其在人类文化 变革中的角色	(196)

---

第一节	数学文化的认识功能·····	(196)
第二节	数学文化的教育功能·····	(204)
第三节	数学文化在人类文化变革中的角色·····	(213)
第十三章	计算机:信息时代的文化骄子·····	(230)
第一节	计算机文化的涵义与特征·····	(230)
第二节	计算机的认识价值与文化功能·····	(238)
第三节	中华传统文化的历史机遇与抉择·····	(245)
第十四章	论 20 世纪人文与社会科学发展的 数学化趋势·····	(249)
第一节	社会科学数学化的涵义·····	(249)
第二节	20 世纪社会科学数学化的基本特点·····	(257)
第三节	数学在人类思想体系中的普遍价值·····	(263)
第十五章	论艺术与数学的普遍意义及基本关系·····	(275)
第一节	艺术与数学都是描绘世界图式的 有力工具·····	(276)
第二节	艺术与数学都是通用的理想化的 世界语言·····	(278)
第三节	艺术与数学具有普适的精神价值·····	(282)
第四节	在艺术思维与数学思维之间横亘着 人类思维的全谱系·····	(287)
第五节	艺术与数学的基本关系·····	(289)

---

第十六章 论封建政治皇权对中国古代	
数学发展的影响·····	(295)
第一节 中国古代数学的政治性质·····	(295)
第二节 封建政治文化对古代数学的消极影响·····	(300)
第三节 中国古代数学与科学发展的历史机遇	
及其丧失·····	(303)
第十七章 中国古代数学的神秘文化色彩·····	(309)
第一节 中国古代宇宙图像的数学化趋势·····	(311)
第二节 “河洛说”与“八卦九畴”对中国	
古代数学发展的影响·····	(316)
第三节 对数字神秘主义的认识·····	(318)
第十八章 中国古代数学的社会文化透视与反思·····	(327)
第一节 中国古代数学的实用主义基调·····	(327)
第二节 中国古代数学的文明背景与社会	
文化基础·····	(332)
第三节 中国古代数学的汉语言性质及分析·····	(338)
主要参考文献·····	(343)
后记·····	(347)

---

# 上篇 数学哲学

## 引 言

记得有一位数学家说过：“没有数学我们就不能探测哲学的深度；没有哲学我们也不能探测数学的深度；如果说没有这两者，我们就不能探测任何事情。”而能够把数学与哲学结合起来的思想探索，就是数学哲学。

著名理论物理学家史蒂芬·霍金在其名著《时间简史》中写道：“在 19 世纪和 20 世纪，科学变得对哲学家，或除了少数专家以外的任何人而言，过于技术性和数学化了。哲学家如此地缩小他们的质疑的范围，以至于连维特根斯坦——这位本世纪最著名的哲学家都说道：‘哲学仅余下的任务是语言分析。’这是从亚里士多德到康德以来哲学的伟大传统的何等的堕落！”

多么发聋振聩的警句啊！哲学思考是人类思想的一份无价之宝。世纪之交，人类文明将向何处去？这是每一位有识之士都要思索的问题。在科学日益成为社会发展的决定力量的今天，如果我们对科学不进行必要的哲学思辨，那么是不可能回答上述问题的。恩格斯告诉我们：“一个民族想要站上科学的各个高峰，就一刻也不能没有理论思维。”

为了防止被霍金称之为“堕落”的对于科学的哲学思考的淡

漠和狭隘化,应该进行科学哲学的更深入、广泛的探索。数学哲学作为科学哲学的一个主流,亦应给予更多的重视。它是建立包括数学科学在内的整个人类文化的基石之一。

古希腊伟大的哲学家亚里士多德认为,求知是人类的本性,人类只有通过认识才能达到完善的境界!而古希腊另一位智者阿那克萨哥拉认为理性统治着世界。追求知识与真理是人性的本质所在。康德说,规律在哪里,人的自由也在哪里;黑格尔也说,必然性的真理就是自由。而数学是人类认识世界、探求知识、追求真理的一个典范,数学中蕴含着人的理性与自由。对数学的哲学思考是人类一份取之不尽、用之不竭的精神财富。

我们对数学哲学基本观念的理解与认识是建立在充满生机、极富活力的现代数学科学发展基础之上的。这样,数学哲学所展示的就是一幅活生生的数学思想和认识的动态的、历史的画卷,而不再是固定的、既成的、不变的和绝对的某种理念或形式。我们始终认为,数学哲学观念必须随着数学新的发展而不断地演化。它应该按照数学新的知识内容、新的思想方法和新的领域及方向来丰富自己,而不应该恪守建立在以往数学基础上的某种先入为主的见解,带上有色眼镜去透视新的数学进展和成就,从而产生某些传统的数学观点和信念破灭的消极情绪,并对人类理性与智慧的可靠性和限度产生怀疑。

对于人类的智力探索能力和理性认识能力,我们是持乐观态度的。同时,我们也认为,任何一门科学都是历史进程的一部分,数学也不例外。对宇宙运行与万物变化中数学规律的认识在任何时候都是有限的,因而,人的数学认识活动将是一个无限的过程。虽然数学的历史像人类历史一样古老、悠久,但与漫漫的时间长河相比,只不过是沧海一粟。人们已经取得的数学成果还十分有限。海森堡说:“一门科学只有意识到自身的界限,

它的哲学内容才得以保留。”我们热爱数学,尽管数学是当之无愧的科学典范,但从科学进化的观点看,数学在现时代的局限性是应该看到的。不仅数学体系内部尚有许多重大难题有待攻破,而且从数学应用看,各门科学的“数学化”还远远没有达到成熟的水平。许多现象(自然的或社会的)都需要更为精细、复杂的数学理论才能予以描述。在 21 世纪,数学将会有更加绚丽的发展前景,同时,也将面临更多的挑战。

本来,对数学的哲学思考应该是关于数学与人类整体思想、文化,数学与宇宙和人类社会的关系的全方位和多角度的思考,但相对看来,以往的数学哲学研究由于过多地纠缠于数学内部体系中的各种技术性、知识性和方法论的细节方面,而把原本意义重大、生动丰富且范围广泛的数学与社会、人文科学的关系领域给忽略了!当然,这绝不是说原有的数学哲学思考方式不重要,事实上,数学哲学仍有按原有思路进一步深入探索的必要。但假如我们变换一下思维模式,选择一条新的认识途径,那么将会有陶潜发现桃花源时那种“豁然开朗”的惊喜!本书就是在数学哲学的研究基础上,初步地进行这种尝试——把数学是一种文化的观点融会渗透到数学哲学问题的思辨中,并由此开拓出数学文化研究的新领域。在充分借鉴、吸纳国内外有关学术理论成就的基础上形成数学文化的思想、观点和方法。

从数学哲学到数学文化,是数学哲学研究的一个必然趋势。它标志着数学从象牙塔中走出来,迈向了生机勃勃的现代社会,投入到信息时代的洪流中。在当今社会,数学科学及其技术正以不可预料和不可逆转的态势涌入社会系统的各个角落,牵动着整个科学技术的进步。我们无时无刻不在感受着数学(更广泛的是现代科学技术)对社会生活(物质与精神均在内)的强烈震撼和冲击。在这样一种时代背景下,如果我们对数学的意义、