

数学素质培养丛书之三

数学与哲学

李铁木 著



地震出版社

数学素质培养丛书之三

数 学 与 哲 学

李铁木 著

地 震 出 版 社

1 9 9 9

数学素质培养丛书之三

数学与哲学

李铁木 著

责任编辑：李小明

责任校对：王花芝

地震出版社 出版

北京民族学院南路9号

北京丰华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

850×1168 1/32 5.125印张 138千字

1999年1月第一版 1999年1月第一次印刷

印数 0001—3000

ISBN 7-5028-1591-0/G·128

(2034) 定价：8.00元

前 言

摆在我面前的这套《数学素质培养丛书》，令我感慨万千。它的作者李铁木同志，论年龄比我还要晚一代人，现在正是他著书立说的黄金年华，竟然故去了。他利用业余时间创作的数学专著《分析提纲与证明》上、下两册，已于80年代由宇航出版社出版，得到数学界的好评。而这套旨在提高年轻一代乃至全民族的数学素质的丛书，编删取舍，历时十年，竟成了作者的封笔之作。想到作者生前未能见到它的出版，我不禁为之怅然。想到作者将毕生业余时间，献身于丰富我国的数学教育理论工作，作为一个从事教育工作逾半个世纪的老人，我不能不感到由衷的激动。科教兴国，全面提高中华民族的文化素质，就需要一批像李铁木同志这样执著的学者和作者。

我翻阅了李铁木同志的手稿，无论他的选题，还是他的表述，都令我赞叹不已。具体而言，本丛书中的公式树、方法论等内容是他个人独创，而将数学与哲学、尤其与美学专题相连进行深入的探讨，使原本相伴生的数学与哲学在分道扬镳多年后又在作者笔下回归合一，这样的科普著作我以为意义重大。数学具有逻辑思维的科学性，数量计算的普遍性，和运用领域的广泛性，这是一门人人要学好的基本学科，凡事都要努力做到“心中有数”，定量和定性结合。在功利主义影响日增的今天，能够静下心来，就数学的通俗化这个少人问津、无利可图的题目著书立说，没有信念的支持和热情的驱使，是不可能始有终地完成这项非常富于开拓意义的工作的。我相信读者从这套丛书中汲取到的不仅是一个数学工作者对于数学专题的心得、领悟和创见，而且还能感受

到一个淡泊名利、追求真知的灵魂的呐喊。

基于以上所感，我郑重地向各界朋友推荐这部《数学素质培养丛书》。

中国教育学会顾问 张健

一九九八年八月

目 录

开场白	(1)
第一讲 上帝为人创造了什么?	(3)
一、为什么从上帝谈起?	(3)
二、上帝是什么?	(4)
三、为什么科学家也信仰上帝?	(8)
四、还世界以本来面目	(15)
第二讲 数学的起源	(24)
一、数和形的概念的形成	(24)
二、算术和几何学	(28)
三、劳动创造了数学	(31)
第三讲 数学的特征	(36)
一、高度的抽象性	(36)
二、逻辑的严密性	(43)
三、应用的广泛性	(47)
四、再论劳动创造了数学	(50)
第四讲 数学发展的动力	(55)
一、数学发展的外部动力	(55)
二、数学发展的内部动力	(57)
三、数学家在数学发展中的作用和地位	(62)
第五讲 数学的真理性问题	(72)
一、数学真理的客观性	(72)
二、数学真理的相对性	(75)
三、实践是检验数学真理的唯一标准	(78)
四、再论实践是检验数学真理的唯一标准	(82)

第六讲 悖论及其哲学分析	(86)
一、预备性讨论.....	(86)
二、历史上若干著名悖论.....	(94)
三、悖论成因的初步分析.....	(103)
四、逻辑矛盾·悖论·真实矛盾.....	(112)
第七讲 论无限	(119)
一、数学无穷的现实原型.....	(119)
二、有限与无限的辩证关系.....	(124)
三、潜无限和实无限.....	(128)
第八讲 若干专题	(137)
一、关于数学的现代定义.....	(137)
二、关于人类智能与人工智能.....	(144)
三、关于集合论悖论成因的我见.....	(148)
编后语	(153)

人 物 表

学生甲：大学数学系三年级学生

学生乙：大学四年级学生

学生丙：大学四年级学生

学生丁：数学硕士在读研究生

老 师：数学教员

开 场 白

老 师 虽然，在古代相当一段时期里人们把各种理论和知识统统纳入叫做哲学（在中国古代叫“学”）的这个统一的知识体系中，只是后来由于科学技术的不断发展才把各种具体知识从哲学中一一分离出来，但今天仍把哲学叫做关于世界观的系统理论时，说哲学起源于人们对这个世界的本质及发展规律等最一般问题的沉思仍是正确的。哲学需要回答的是：世界的本质是什么？它的存在形式和发展规律是什么？思维和存在、意识和物质的关系是怎样的？人的认识能否正确反映客观世界？如果能，人的正确认识是从哪里来的等最普遍、最根本的问题。

对这些基本问题的看法，人们会一致吗？不一致，千差万别。哲学不像数学那样，当有人用严格的逻辑推理导出了某一数学结果时，曾持怀疑态度的人也只好毕恭毕敬，起码一时无言以对。看来，至少在判断是或非的方面，数学又显得简单了。哲学问题的复杂性，使得它自产生伊始便一直带着强烈的争辩色彩。直到今天，哲学仍按对世界的本质即世界的第一性问题的不同主张而分成两大阵营：唯物主义和唯心主义两大体系。在每一主义之下又有五花八门的各种流派。我们现在的任务不是专门探讨哲学问题，无需回顾更多的哲学发展史，但有一个不约而同的基本出发点，那就是：把这物质世界的存在和发展看作是首要的，而人能感知它、认识它是从属的，人类的诞生以及各种能力包括思维的能力的获得都被看成是这个总的物质世界发展到一定阶段的产物。这就是说，我们是坚持唯物主义的，即在物质和意识的关系上，坚持物质是第一性的，意识是第二性的，和唯心主义恰恰相反。但我们所推崇的唯物主义，不同于只限于从物质到意识这一考察路线的古代的、朴素的机械唯物主义，是已经摒弃了用孤立、静止的方法考察世界的形而上学观点，吸取了黑格尔和他之前一切合理的

辩证思想的唯物主义。总之，我们所依据的哲学是指于上世纪由马克思、恩格斯所创立，后又经列宁、毛泽东等人所进一步丰富起来的一种辩证唯物主义和历史唯物主义哲学。自然，当我们站在这一哲学立场上考察数学的时候，也难免常常对照地提到另一些主张，如唯心主义或机械唯物主义的错误在哪里。特别是，我打算本次讲座是从介绍和批判宗教神学唯心论开始。

从哲学上考察数学，对正确理解数学的产生、它的发展规律以及预测其前景都具有重大意义。反过来，数学的发展又不断丰富着哲学，这充分说明了数学与哲学有密切联系。一切立志献身于科学事业的人们，不能忽视起码的哲学修养。历史上，不论在自然科学方面或在社会科学方面做出卓越贡献的杰出人物，都很重视对哲学的研究，从毕达哥拉斯、亚里士多德到马克思、恩格斯这样伟大思想家们自不必说，仅就在前几次讲座中出现的数学家中就可以列举出许多人，他们固然是数学家，但同时也是哲学家。像集合论的创始人康托、非欧几何的创始人之一的黎曼、提出崭新的积分理论的勒贝格，他们年青时首先获得的是哲学博士学位。又如解析几何的发明人笛卡尔、微积分学的创始人之一的莱布尼兹以及本世纪著名的英国数学家兼哲学家罗素等人，都是兼备数学天资和哲学头脑于一身的人中骥驥。它们在这两个领域里都同样为后人留下了丰富的精神遗产。这又一次证明了数学与哲学的息息相关的内在联系。在本世纪初数学家们围绕数学的基础问题所展开的论战，实际上就是数学的哲学问题的争论。

第一讲 上帝为人创造了什么？

一、为什么从上帝谈起？

老师 为什么要从上帝讲起呢？可是，当在书上读到古希腊人认为整数是上帝创造的，康托深信他的无穷数学在上帝那里是绝对地存在的等话语时，你会怎样想呢？

学生众 都是不值一驳的无稽之谈，上帝根本不存在。

老师 是的。从观念上讲，回答“都是不值一驳的无稽之谈，上帝根本不存在”，这对今天的中国大学生来说是不成问题的。因为大家从小接受的是唯物主义教育。可是，要对这样一个不值一驳的谬论试驳一驳呢，能驳得很好么？若是有人用似是而非的所谓理由去论证上帝的存在，我们能有力地反驳么？这已经不能用“不值一驳”一言以蔽之了。须知，人们信仰上帝已有数千年的历史，把人始从上帝那里解放出来也才是从上一世纪英国博物学家、剑桥大学神学院毕业生达尔文创立进化论以后的事。就是在达尔文的《物种起源》一书出版后，达尔文主义与教会的“上帝创世说”仍然进行了持久的斗争。直到今天，不论在西方还是在东方，信仰上帝的仍大有人在。因此，对于这样具有几千年因袭史的上帝崇拜观仅一句“不值一驳”，显然至少是轻率的。特别是，许多数学家就是上帝的虔诚信徒，在数学活动中动辄到上帝那里寻觅依据，而在漫长的历史进程中这种做法对数学的发展史印下斑斑痕迹且直至影响今日的人类文明的时候，对于关心数学方法论及数学的哲学等较广泛问题的诸位来说，能一句“不值一驳”而已么？显然不够。需要对这个世界进行起码的考察。

学生甲 的确，上帝根本不存在，不去信仰上帝是可以的，但要和神学唯心论做斗争显然不够。

老师 这正是我们这一讲的由来。

学生丁 因为我们不信上帝，所以当听到古希腊人认为整数是上帝创造的，牛顿认为行星的最初运动是上帝推动的这类说法时感到不可理解：为什么有智慧的人落入了这种可悲的陷阱？还有，西方仍有许多科学家包括获得诺贝尔奖金的著名科学家都是虔诚的上帝的信徒。难道科学家们也确信上帝是存在的么？他们信仰的上帝是什么样的呢？是主宰世界且具有万全能力的超自然的或是有形的事物呢，还是仅只聊赖寄托某种精神的模糊事物呢，还是大自然的另一种称呼而已呢？这些都是令人困惑不解的。所以，偶尔接触到西方的有关这方面的文化时，也就常常以己度人，以为他们也不过是说说罢了，未必当真，犹如我们也不时地说出“我的上帝”、“我的老天爷”一类的话。然而，古希腊那位泄露无理数的天机的希帕索斯却因触犯了上帝创数说而遭到沉舟身亡的残害，许多科学家也因他们的发现违背上帝创世说而遭到宗教势力的惨酷迫害，这些都是铁的历史事实。所以，以己度人也是一种肤浅的做法。

老师 在信仰上帝历史悠久，且宗教神学在全世界范围内尚有相当市场的今天，既不能无视这种现状，也不能被这种现状所骚扰。为了把一切反科学的观念从我们讲座中清除，首先从上帝说起。到结束本讲，大家就能够在对人类的认识史有一定了解的基础上坚定地站在唯物主义的立场上去考察数学的起源及其发展规律等一系列数学的哲学问题。

二、上帝是什么？

人们要信仰上帝，就要有关于“上帝”的概念。形成上帝的概念并能成为一种社会观念，人类是经历了相当长的历史过程的。

在人类之初那漫长的发展阶段上，由于头脑简单，思维能力低下，人们对人类自身及自然界几乎一无所知，所以那时的人们是不曾想有什么鬼魂、神仙、上帝什么的，更谈不上有什么宗教信仰。这时的人们都堪称为自发的、朴素的无神论者。对人类自

身及气象万千的大自然的认识仍然极其贫乏，最迷惑不解的是人的生老病死以及做梦这类现象。尤其是梦，白天发生的事情梦中又可见到，梦中出现的情景偶然也有日后牵强附会地得到“灵验”的时候，梦里还可以见到已歿多年的故人等等，使古人迷惘不已。因此，原始人认为人除了肉体之外还有独立于肉体的灵魂，入睡时灵魂走出躯体，能与他人的灵魂打交道，于是有了梦，待灵魂回来时人便醒来。人死后灵魂不死，去到另一世界变成鬼。人类的最原始的鬼魂观就这样产生了。有了鬼魂观，随之出现了鬼魂崇拜。从此，在人类的发展史上产生了我们现在叫做“迷信”的一种社会现象。人类的认识史从一无所知过渡到稍有所知的同时已深深地打上了迷信的烙印。

在氏族社会时期，原始的鬼魂崇拜演变成神崇拜，人们把部落中的头面人物或对部落的生产、技术等方面作出重大贡献的出众人物死后的灵魂称作神。在古希腊神话中，奥林匹斯山就是众多的神祇居住之地，如众神之首宙斯、神后赫拉都住此。由于古人对这变幻莫测、浩淼苍茫的大自然不能理解，只能用神秘的幻想去解释它，于是产生了太阳神、月神、风神、火神、雷神……鬼魂观已拓延到自然界，产生了自然神。由于动植物与人类具有最直接和最密切的关系，不同地区的古人选择不同的动植物进行神化，视为自己的始祖，并寄托其期望，这就产生了图腾崇拜。从鬼魂崇拜到神崇拜，从自然崇拜到图腾崇拜，说明人类所迷信的对象增加，且说明寄托以希望并企图理解的事物也增加。

这种最初仅属于观念范围的崇拜，后来逐渐演变成群体的礼仪活动，于是产生了原始的宗教。原始的宗教在其产生过程中毫无人为的强制因素，全然是自发的，所以恩格斯称原始宗教为“自发宗教”。它没有独立的宗教组织和专门的神职人员，信仰是自发的、自由的，不同的信仰之间无利害关系，也无冲突。

奴隶社会，产生了阶级和阶级对立。自发的宗教逐渐增添了人为的因素，有了教名、教义和经书，有了明确规定的宗教活动

和仪式，出现了专职管理宗教的僧侣阶层，独立的宗教组织就这样出现了。恩格斯把阶级社会的宗教称为“人为的宗教”。伴随阶级社会的出现而演变成的“人为的宗教”已带上了浓厚的政治色彩，变成了统治阶级统一意识形态并愚弄和欺骗被奴役阶级的工具。宗教成了“对于病死后的人的药物，对于渴死后的人的饮料，对于饿死后人的食品”（费尔巴哈语）。

阶级社会的出现使人们在尚没有解决对自然界的疑问和对人生的疑问之时又增加了一个对人类社会的不可思议：为什么有的人荣华富贵而有的人却苦难不堪？于是向被奴役者灌输“人命天定”观念的宿命论又成了人为宗教的一个内容。此时的宗教已彻底成为马克思所说的“人民的鸦片”。

从鬼魂崇拜到自发宗教的产生是由人们的愚昧无知所造成的，但出现在阶级社会的人为宗教却更大程度上是社会根源造成。从自发宗教到人为宗教的演变是一个由自发的迷信到人为的迷信，由自由的信仰到强制的信仰这样一个过程。这就是当一个自然科学家的新发现触犯了教义时便遇到宗教势力的迫害的原因。

现在来看上帝是什么。虽然宗教有它复杂的演变过程，不同的宗教有不同名字的神，但对神的信仰这一点是共同的，这就是宗教有神论。人们对天上的万千现象和人间的生老病死、贫富贵贱等现象百思不解之余，产生了人命天定的宿命论的观念。这就是说，人们产生了这样的想法：像人间有最高的统治者一样，在冥冥上天，存在着一个最高的、有形的统治者，它是最高的神，它是万能的，是它创造了宇宙的一切，包括创造了人，是它支配着一切，包括支配人的命运。这个最高的神，世界上一些地区的人们就叫上帝（God），并成为基督教的最高神。基督教就是信仰上帝的（不同派别的基督教传入中国后，我国的基督教新教将“God”译成上帝，而天主教则译成“天主”）。

目前，具有世界性的宗教有基督教、佛教、伊斯兰教这三大宗教。基督教是最大的一个教，是西方的主要宗教，它的创建比

佛教晚数百年，大约可追溯到公元1世纪上半叶。它最初发源于亚洲的阿拉伯地区，到公元4世纪时，当时统治着地中海周围地区的罗马帝国的君主君士坦丁把基督教定为国教，从此基督教便在欧洲广为传播。到了欧洲封建社会时期，欧洲绝大多数人已成了基督教徒。由于基督教在发展过程中地位的变化，基督教的上帝由最初只具有地区性的列国神上升为后来的宇宙神，成了创造宇宙万物的造物主。由此不难理解，为什么在世界科学史或数学史文籍中出现的非人的“人物”往往是上帝而不是真主或菩萨。

然而，正是这个无所不能又无处不在的上帝，其实是根本不存在的。人有感觉、感情、意志以及复杂的心理活动、高级的抽象思维的能力，这些统称为意识。产生意识的物质基础就是物质世界经过漫长的进化而形成的高度完善的物质器官——人脑。人脑包括大脑、中脑、小脑、间脑、脑桥、延髓等部分。人有意识现象是由于人有脑，没有人脑，也就没有意识现象，人也就成为没有生命的东西了。人只有意识，而没有独立于躯体的什么灵魂。按现代医学的观点，脑神经的死亡标志一个人生命的结束。人死了，人脑也就失去了意识能力，连梦也做不成了。《现代汉语词典》有注——梦：“睡眠时局部大脑皮层还没有完全停止活动而引起的脑中的表象活动。”可见梦也离不开物质——脑，而决不是什么鬼魂作怪，更不是什么独立于肉体的灵魂在迷游。人没有独立存在的灵魂，就更没有不死的灵魂。既然没有不死的灵魂，也就没有鬼（鬼是死人的不死的灵魂），既然没有鬼，也就没有神（神是杰出人物死后成的鬼），既然没有神，也就没有上帝（上帝是诸神中的最高者）。

原来，人们所崇仰了数千年的上帝，若一语道破的话，它是人们在无知、迷惘和绝望中幻想的产物，作为观念，它至今仍然存在于一部分人的头脑中，而作为实体，它是不存在的。

学生丙 那么，为什么科学家也信仰上帝呢？

老师 下面作些解释。

三、为什么科学家也信仰上帝？

从以上概要的回顾中得出结论：不是上帝创造了人，而是人创造了诸神乃至上帝。各民族所创造的诸神，其形象一概具有本民族的特征，这正如一哲人所说：如果狮子也能创造上帝，也定会把上帝创造成狮子模样的。是人创造了“上帝”这样的字眼并形成了观念，但“上帝”这个字眼所对应的实体却从来是不存在的。我们暂且离开这唯物主义的常识性结论，再回到历史中去。

在神灵无处不在的古代，人到了山穷水尽之时，在百思不得其解的尽头去上帝那里寻觅答案，这对古人来说是不足为怪的。所以，毕达哥拉斯们认为“万物皆数”。可数又为什么具有那么多奇妙性质？“上帝创造了整数”，这并不稀奇；柏拉图在欣赏大自然的无限美妙之余也认为宇宙完全符合几何原理，说：“上帝总是运用几何原理”这类话，也不稀奇。在古代的中国也很类似。最早出现的纵横图是三阶的，它是中国古代人发明的，在宋代数学家杨辉称之为“纵横图”之前是以“洛书”的名称流传的。之所以叫做“洛书”，是和一个流传的神话有关：相传大禹治水时，洛水中跃出一神龟，驮出一张图献给大禹。这张图是用一些圆圈按一定规则分布的，把这些圆圈的数目用数字表示，正是三阶纵横图。说纵横图是神龟从水中带出来给禹的，意谓神赐之物。明明是人创造了纵横图，又为什么把发明权拱手让给神呢？这说明古中国人也有过和古希腊人十分相近的心理：把整数内在的奇妙性质神秘化，进而认为能赋予整数如此奥妙性质的，非神莫属。

学生乙 对于古代人可以谅解，可为什么在西方文艺复兴之后，像牛顿这样的伟大科学家也心甘情愿地把自己的科学成果和上帝的“第一推动力”搅在一起呢？为什么到了科学技术高度发展的今天，西方仍有不少科学家在信仰宗教，崇拜上帝呢？

老师 对于古代的智者不能把自己从上帝那里解救出来这一点可以谅解，为什么现代仍有信仰上帝的科学家？如果笼统

地回答这是宗教神学宣传的结果，还不能解除大家的疑虑，必须回到历史中去。

首先，科学家是人而不是神，人在社会中生活，他的思想总受到当时社会文化的制约，这也是没问题的。宗教已不同于原始的迷信，它是有教义、信条、经书，有一定组织形式的、精致严密的、理论化了的迷信，宗教属于文化的组成部分。

基督教在公元一世纪发源于亚洲，但在中世纪，绝大多数欧洲人都成了基督教徒。基督教经书《圣经》是全部人类书籍中印刷、发行量最大的书，其踪迹遍布全世界，它对世界文化的影响也就可见一斑了。在中世纪的欧洲，宗教不仅成为统治阶级统一政治力量、统一意识形态的工具，且成了统一的知识体系，使欧洲的中世纪成为宗教神学大一统的时代。哲学、科学的生存和发展都要依附于神学这一母体，哲学和科学都要为基督教的教义服务，使科学和哲学变成为基督教的婢女。恩格斯曾说：“中世纪只知道一种意识形态，即宗教和神学。”¹² 世纪曾有一本被人们广泛传阅并对后来的西方文学、艺术产生过相当影响的书，叫《自然学者》，书中用大量的图画和文字描述了大约 50 个观察动植物的例子，但最终还都是用基督教教规来解释它们。一个更具象征性的历史事实是：中世纪的知识精英大都被宗教神学所吸引，成了上帝的忠诚卫士，在中世纪相当长的时期里占统治地位的官方哲学即经院哲学，它是系统化了的基督教神学，它的任务就是以哲学的形式论证上帝的存在，并使基督教教义更加系统化、理论化。在这个时期堪称为重要哲学家、思想家的，常常是神学家。如中世纪最著名的哲学家托马斯·阿奎那（1225~1274）就是经院哲学的主要代表人物。他致力于论证上帝的存在，鼓吹君权神授、教权至上。他的这套理论叫托马斯主义，成为中世纪欧洲思想领域里占绝对统治地位的学说。在欧洲封建社会进入全盛时期，教会的权力压倒了国家的权力，教会成了欧洲神权统治的中心。每一国民都是教会的属民，不执行教会礼仪的人，就被处死。