

电子图书



信息技术的结晶

人类文明的载体

网络的基本资源

前言

《数学益智读本》是一套供小学生开发智力的课外读物。旨在引导学生进行科学的思维训练，在加强基础的情况下，进一步提高智力水平，培养应用知识解决问题的能力。此书可供学有余力的小学生独立阅读，也可供教师和家长辅导学生使用。

当前，小学数学思维训练由于受“应试教育”的影响，出现了几种不正常的现象。第一，无限拔高。教师、家长从各处搜集许多难题、偏题、怪题让学生完成，使学生由热爱数学变成害怕数学。第二，题海战术。让学生大量做题，不从思维方法和解决问题的策略上进行训练，使学生感到数学乏味，不喜欢数学。第三，学生自己读书学习的机会少。教师或家长急于求成，见题就给学生“讲”，不给学生留出读书、学习、消化、吸收知识的空间，学生的学习完全是被动的，影响了自主性和创造性的发挥，不利于智力的开发和学习方法的培养。第四，只重视尖子生，忽视大多数学生智力的开发。智力开发原本是面向大多数，让每个学生在不同层次上都得到发展。由于种种原因，大多数学生被冷落，使数学智力训练成了尖子生的“专利”。这是不符合素质教育要求的。

数学在智力开发，提高审美情趣，培养严谨工作态度等方面有着特殊的功能。为了解决以上提到的许多问题，特组织全省部分优秀教研员和骨干教师编写了这套《数学益智读本》，用以引导小学生进行科学的数学智力训练。它的特点是：一、紧扣《九年义务教育小学数学教学大纲（试用）》的要求，努力贴近九年义务教育小学数学教材；二、题目由易到难编排，并分成上下两册，上册为小学中低年级学生用，下册为小学高年级学生用，既照顾不同水平学生，又照顾年级区别，适用多数学生阅读；三、内容覆盖全面，有利于学生多方面运用知识，全面增长能力；四、每题有思路研究，有解答过程，便于学生采用独立或半独立方式思考问题，学习知识，特别有助于读书习惯的培养。

本套书上下册对应，都是各分七个部分：第一部分，数的认识；第二部分，数的计算；第三部分，几何初步知识；第四部分，代数初步知识；第五部分，综合解答应用题；第六部分，需要加强的数学知识；第七部分，图形欣赏。全面呈现小学数学的基本内容，以知识性、趣味性、智力性相结合的形式，引导学生展开思维，深化知识。

由于时间仓促，水平所限，在内容安排和题目的编选上可能有疏漏和不当之处，欢迎广大老师、家长、同学提出批评和修改意见。

编者

1998年3月

数学益智读本

少？

想：大数是小数的 2 倍，大数的 3 倍是小数的 $2 \times 3 = 6$ 倍，小数比大数的 3 倍少 15，即小数的 $(6-1)$ 倍是 15。

$$\text{解：小数：} 15 \div (2 \times 3 - 1) = 3$$

$$\text{大数：} 3 \times 2 = 6$$

答：大数是 6，小数是 3。

6.21 是若干个连续的奇数中最小的一个，32 是若干个连续的偶数中最大的一个数。已知奇数和偶数共 9 个，它们的和是 241。这几个奇数和偶数分别是多少？

想：21 是连续奇数中最小的一个，32 是连续偶数中最大的一个。所以可排列如下：

21、23、25……

32、30、28……

连续奇数、偶数的差都为 2，最大的偶数与最小的奇数的和为 53，23 和 30 的和也为 53，25 与 28 的和也为 53……所以，只要看这 9 个数的和 241 里面有几个 53，这样对应的数就有几组。所得的余数，是偶数，就放在偶数列里，是奇数就放在奇数列里。再根据 241 是奇数，一定是偶数个偶数与奇数个奇数的和，判定多一个奇数。

解： $21+32=53$ ， $241 \div 53=4 \dots 29$ ，从 21 开始往后数，奇数有 4 个，再添上 29，从 32 开始往前数，偶数有 4 个，这 9 个数分别是：21，23，25，27，29，32，30，28，26。

答：奇数是 21，23，25，27，29；偶数是 32，30，28，26。

7. $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 余几？

想：因为 $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}}$ 里面每有 3 位就能被 3 整除，

1997 位故可先求出 1997 位里面包含着几个 3 位，余几位，再求出所余的几位除以 3 的余数，就是 $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 的 1997 位余数。

解：(1) 求出 1997 位里面包含多少个 3 位，余几位

$$1997 \div 3 = 665 (\text{个}) \dots 2 \text{ 位}$$

(2) 求出所余的 2 位除以 3 的余数

$$11 \div 3 = 3 \dots 2$$

答： $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 余 2。

8. 把 6 放在一个两位数的右边，组成的三位数比原来的两位数大 294。原来的两位数是多少？

想：根据题意，形成的三位数比原来的两位数的 10 倍还大 6，即比原来的两位数多 6 倍还大 6，也就是说，294 是原来两位数的 9 倍还大 6。因此，得到下面的解法。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (294-6) \div (10-1) \\ & = 288 \div 9 \\ & = 32 \end{aligned}$$

答：原来的两位数是 32。

9. 甲乙丙三数和是 100，甲数除以乙数，丙数除以甲数，得数都商 5 余 1。求乙数是多少？

想：因甲、丙两数都与乙数有关，所以设乙数为 x 。根据题意可知，甲数 $=5x+1$ ，丙数 $=(5x+1) \times 5+1$ ，再根据题中的等量关系列方程解答比较容易。

解：设乙数为 x ，甲数是 $5x+1$ ，
丙数是 $(5x+1) \times 5+1=25x+6$ ，
列方程，得
 $5x+1+x+25x+6=100$
 $31x+7=100$
 $x=3$

答：乙数是 3。

10. 一位老师把两个数交给甲，让他用减法算，又把同样的两个数交给乙，让他用除法算。结果甲得 29；乙商 3 差 1 大数不能被小数整除。这两个数各是多少？

想：根据条件“甲得 29”可知大数比小数多 29；又因“商 3 差 1 大数不能被小数整除”，可知（大数+1）后正好是小数的 3 倍。

解： $(29+1) \div (3-1)=15$ （小数）
 $15+29=44$ （大数）

答：大数是 44，小数是 15。

11. 甲乙丙三名学生定期到王老师家学习，分别隔 3 天、4 天、6 天去一趟。他们三人在“五·一”这天正好都到王老师家。问下一次同时到王老师家是几月几日？

想：甲乙丙三人每隔 3 天、4 天、6 天去一趟，也就是分别 4 天、5 天、7 天去一趟，所以到下一次同时去的天数应是 4、5、7 的最小公倍数。由此可以推出是几月几日。

解：4、5、7 的最小公倍数 140， $140 \div 30=4 \dots 20$ 。因为五月、七月、八月都是大月 31 天， $20-3=17$ ，所以下一次同时到王老师家月份是 $5+4=9$ ，日子是 $17+1=18$ 。

答：下一次同时到王老师家是 9 月 18 日。

12. 有 130 个球，按 1 个红球，2 个白球，3 个黄球的顺序排列，最后一个是什么颜色的球？三种颜色的球各有几个？

想：把 1 个红球，2 个白球，3 个黄球看作一组，这一组共 $1+2+3=6$ （个）球，再根据 130 除以 6 的商和余数，判定组数和最后一个球的颜色，并推算出各种球的个数。

解： $130 \div (1+2+3)=130 \div 6=21$ （组） $\dots 4$ （个）。由 1 红、2 白确定第 4 个是黄色的。

红球有 $1 \times 21+1=22$ （个），

白球有 $2 \times 21+2=44$ （个），

黄球有 $3 \times 21+1=64$ （个）。

答：最后一个黄色球。红色球有 22 个，白色球有 44 个，黄色球有 64 个。

13. 用 1—9 九个自然数，依次连续不断地排列成一个一百位数：

123.....9123.....9.....1。这个数能否被 3 整除？

想：这个数能否被 3 整除，只要看它各位数字的和能否被 3 整除。这个一百位数是用数字 1—9 连续不断的排列起来的，共有 11 组余 1，只要求出每一组的数字之和，就能知道这个数能不能被 3 整除。

解： $100 \div 9 = 11 \dots 1$ ， $1+2+\dots+9=45$ ， $45 \times 11+1=496$ ，496 不能被 3 整除。可知这个数不能被 3 整除。

答：这个数不能被 3 整除。

14. 一本书有 45 个页码，其中有一张被撕掉了，余下的各个页码的和正好是 1000，被撕掉的两个页码分别是多少？

想：可求 1 至 45 个页码的和是多少，看比 1000 少多少，就可得被撕掉的页码和。

解： $(1+45) \times 45 \div 2 - 1000$
 $= 1035 - 1000$
 $= 35$

因为被撕掉的一张纸的两个页码应是相邻的两个自然数，因此得到这两个页码应是 17、18。

答：被撕掉的两个页码分别是 17、18 页。

15. 有 26 颗棋子，甲乙两个人轮流拿。规定每次最多拿 3 个，最少拿 1 个，并且谁拿到最后一颗为负。如果甲先拿，那么谁胜谁负？

想：一个人不论取 3、2 或 1 个，另一个取的和它相加，一定可以使两个人每次取的总数为 4。 $26 \div 4 = 6 \dots 2$ ，若甲先拿一个，则剩 25 个，以后不论乙怎样拿，甲再拿的棋子数一定能与乙拿的凑成 4，这样最后一个棋子必落在甲的手中。

解：甲若第一次拿 1 个，能够使余下的个数比 4 的倍数多 1，则甲能取胜。若甲先拿 2 个，乙拿 3 个，余 21，则乙胜。若甲先拿 3 个，乙拿 2 个，余 21，则乙胜。

16. 小光和小华做猜数游戏。小光说：“我想好了一个数，如果在这个数的后面写上 6，这个数就增加 600000。你知道这个数是多少吗？”同学，你知道是多少吗？

想：所想的数的后面添 6，得到的数不但比原数扩大 10 倍，还多出一个 6，即 $(600000-6)$ 是原数的 $(10-1)$ 倍。由此便可求出原数。

解： $600000-6=599994$
 $599994 \div (10-1) = 66666$

答：小光想的这个数是 66666。

17. 一本科技书，第 2 页上有插图，以后每隔 3 页配一幅插图。第 26 幅插图应在第几页？

想：第 2 页上有插图，以后每隔 3 页都配有一幅插图，也就是每两幅图的页码数相差 4 页，第 1 幅图在第 2 页，第 2 幅图应在 $2+4$ 页，第 3 幅图应在 $2+4 \times 2$ 页，……第 26 幅图应在 $2+4 \times 25$ 页。

解： $2+4 \times 25=102$ (页)

答：第 26 幅插图应在 102 页。

18. 一篮苹果平均分给 6 个人，还余 5 个。如果把这篮苹果个数 4 倍的一大筐苹果分给 6 个人时，余几个苹果？

想：一篮苹果平均分给 6 个人余 5 个，一大筐苹果的个数是小筐的 4

倍，分给6个人时，原来余的个数就扩大4倍是20，20个苹果再分到不够分时，余下的数就是所求的答案。

解： $5 \times 4 \div 6 = 20 \div 6 = 3 \dots 2$

答：余2个苹果。

19. 某市开通了号码是7位数的程控电话，前三位号码是623或625。问这个城市电话号码不出现重复数字的电话有多少部？

想：这个城市的电话号码表示出来是：623 或 625。
要使每一部电话号码不出现重复数字，那么0—9剩余的数字在最左边方框可出现7个，顺次为6个，5个，4个。由此可推算出电话的部数。

解：前三位是623的电话部数：

$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ （部）

前三位是623和625一共电话部数：

$840 \times 2 = 1680$ （部）

答：这个城市不出现重复数字的电话是1680部。

（二）分数的认识

1. 已知 $\frac{A}{2}$ 、 $\frac{B}{3}$ 、 $\frac{C}{4}$ 是三个最简分数（A、B、C都是自然数），如果每个分数的分子都加上A，分母不变，所得到的三个新分数的和等于 $2\frac{1}{6}$ ，那么C是多少？

想：因为 $\frac{A}{2}$ 、 $\frac{B}{3}$ 、 $\frac{C}{4}$ 都是最简分数，所以A只能是1。B可能是1或2，C可能是1或3。可把这些数代入式中验证，确定B、C是多少。

解：当A=1，B=1时， $\frac{1+1}{2} + \frac{1+1}{3} + \frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ ，则 $\frac{12}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3C+3}{12} = \frac{26}{12}$ ，所以： $12+8+3C+3=26$ ，得C=1。可知C=1符合题意。

当A=1，B=2时， $\frac{1+1}{2} + \frac{2+1}{3} + \frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ ，则 $1+1+\frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$

则 $1+1+\frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ 。 $\frac{C+1}{4} = \frac{1}{6}$ ，所以C不是自然数，不合题意。

可知B=2。可确定只有A=1，B=1时C是1。

答：C是自然数1。

2. 将六个分数 $\frac{8}{35}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{1}{45}$ 、 $\frac{11}{120}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{5}{21}$ 分成三组，使每组两个分数的和相等，那么与 $\frac{1}{45}$ 分在同一组的那个分数是多少？

想：先求出六个分数的和，然后平均分成3份，求出分成三组后每组两个分数的和是多少，从和里减去 $\frac{1}{45}$ 得到的就是与 $\frac{1}{45}$ 分在同一个组的另一个分数。

$$\text{解：} \left(\frac{8}{35} + \frac{3}{8} + \frac{1}{45} + \frac{11}{120} + \frac{4}{9} + \frac{5}{21} \right) \div 3 = \frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{45} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$$

答：与 $\frac{1}{45}$ 分在同一组的那个分数是 $\frac{4}{9}$ 。

3. 一个分数，分子、分母的和为 21，分母增加 19 后可约成 $\frac{1}{4}$ ，原分数是多少？

想：分母增加 19，分子、分母的和为 $21+19=40$ ，分子、分母的和相当于分母的 $(1+\frac{1}{4})$ ，可求出分母。

$$\text{解：分母：} (21+19) \div (1+\frac{1}{4}) = 40 \times \frac{4}{5} = 32$$

$$\text{分子：} 32 \times \frac{1}{4} = 8$$

$$\text{原分母：} 32 - 19 = 13$$

$$\text{原分数为：} \frac{8}{13}$$

答：原分数是 $\frac{8}{13}$ 。

4. 分数 $\frac{73}{136}$ 的分子和分母都减去某一个数，约分后是 $\frac{2}{9}$ ，求减去的数。

想：原分数的分子、分母都减去同一个数，分子与分母的差不变，还是 $136-73=63$ ，而此分数约分是 $\frac{2}{9}$ ，即分子、分母的比是 2 : 9，分母比分子多 $9-2=7$ 份，就是 63。可求出此分子或分母，再求减去的数。

$$\text{解：} 73 - (136 - 73) \div (9 - 2) \times 2$$

$$= 73 - 9 \times 2 = 55$$

$$\text{或 } 136 - (136 - 73) \div (7 - 2) \times 9$$

$$= 136 - 9 \times 9 = 55$$

答：减去的数是 55。

5. 将分数 $\frac{1}{7}$ 的分子与分母同时加某个自然数，得到 $\frac{3}{5}$ 。求此自然数。

想：分数 $\frac{1}{7}$ 的分子、分母相差 6，而 $\frac{3}{5}$ 的分子、分母只差 2，这说明 $\frac{3}{5}$ 是由一个分子、分母相差 6 的分数约分而得到的，因为 $2 \times 3 = 6$ ，所以这个分数是 $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$ ，再把 $\frac{3}{15}$ 换成 $\frac{1+8}{7+8}$ ，就可得到结论。

$$\text{解：} 7 - 1 = 6 \quad 5 - 3 = 2 \quad 6 \div 2 = 3$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15} = \frac{1+8}{7+8}$$

答：分子、分母同时相加了 8。

6. 有一串自然数，已知第一个数与第二个数互质，而且第一个数的 $\frac{5}{6}$ 恰好是第二个数的 $\frac{1}{4}$ ，从第三个数开始，每个数字正好是前两个数

的和，问这串数的第 1998 个数被 3 除所得的余数是几？

想：因为第一个数 $\times 5/6 =$ 第二个数 $\times 1/4$ ，第一个数 : 第二个数 $= 1/4 \times 5/6 = 5/6 = 3/10$ ，又两数互质，所以第一个数是 3，第二个数是 10，这一串数为：3、10、13、23、36、59、95、154、249、403、652……，被 3 除余数为：0、1、1、2、0、2、2、1、0、1、1、2，……，按“0、1、1、2、0、2、2、1”循环，周期为 8。

解：1998 $\div 8 = 249 \dots 6$ ，所以第 1998 个数被 3 除所得余数是 249，周期段的第 6 个数即 2。

答：余数是 2。

7. 用 $\frac{5}{28}$ 、 $\frac{15}{56}$ 、 $1\frac{1}{20}$ 分别去除某一个分数，所得的商都是整，这个分数最小是几？

想：假设所求的分数为 $\frac{n}{m}$ ，则有 $\frac{n}{m} \div 2\frac{5}{8} = a$ ， $\frac{n}{m} \div \frac{15}{56} = b$ ， $\frac{n}{m} \div 1\frac{1}{20} = c$ ，即： $\frac{n}{m} \times \frac{28}{5} = a$ ， $\frac{n}{m} \times \frac{56}{15} = b$ ， $\frac{n}{m} \times \frac{20}{21} = c$ ，其中 a、b、c 为整数。

因为 a、b、c 为整数，所以 m 是 28、56、20 的最大公约数，n 是 5、15、21 的最小公倍数。

解：28、56 和 20 的最大公约数 m 是 4，5、15 和 21 的最小公倍数 n 是 105，

所以这个分数最小是： $\frac{n}{m} = \frac{105}{4} = 26\frac{1}{4}$ 。

答：这个分数最小是 $26\frac{1}{4}$ 。

8. 某班学生不足 50 人，在一次考试中有 $1/7$ 的学生得“优”， $1/3$ 的学生得“良”， $1/2$ 的学生得“及格”，那么有多少人不及格？

想：把全班人数看作“1”，先求出不及格人数占几分之几， $1 - (\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{42}$ 。

由于人数只能是整数，所以全班人数分别能被 7、3、2、42 整除，可先求出它们的最小公倍数。

解：7、3、2、42 的最小公倍数是 42，正好符合不足 50 人，因此，全班人数是 42 人。不及格人数为： $42 \times \frac{1}{42} = 1$ （人）。

答：不及格人数是 1 人。

9. 同时满足下列条件的分数共有多少个？

- (1) 大于 $1/6$ ，并且小于 $1/5$ ；
- (2) 分子和分母都是质数；
- (3) 分母是两位数。

想：依据题意，由于分母是两位数，且又小于 $\frac{1}{5}$ ，所以分子只能是小于 20 的质数。

解：分子是2时， $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ ，有 $\frac{2}{11}$ ；

分子是3时， $\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$ ，有 $\frac{3}{17}$ ；

分子是5时， $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{5}{25}$ ，有 $\frac{5}{29}$ ；

分子是7时， $\frac{1}{6} = \frac{7}{42}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$ ，有 $\frac{7}{37}$ 、 $\frac{7}{41}$ ；

同理，当分子为11、13、17、19时，

有 $\frac{11}{59}$ 、 $\frac{11}{61}$ 、 $\frac{13}{71}$ 、 $\frac{13}{73}$ 、 $\frac{17}{89}$ 、 $\frac{17}{97}$ 、 $\frac{19}{97}$ 。

答：符合条件的有13个，分别是： $\frac{2}{11}$ 、 $\frac{3}{17}$ 、 $\frac{5}{29}$ 、 $\frac{7}{37}$ 、 $\frac{7}{41}$ 、 $\frac{11}{59}$ 、

$\frac{11}{61}$ 、 $\frac{13}{71}$ 、 $\frac{13}{73}$ 、 $\frac{17}{89}$ 、 $\frac{17}{97}$ 、 $\frac{19}{97}$ 。

10. 在下面的四个算式中，得数最大的是哪个算式：

(1) $(\frac{1}{19} + \frac{1}{17}) \times 20$ (2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ (4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50$

想：原式不能直接比较，可每个算式括号内的两个分数与括号外的整数相乘，都可提出整数2，再比较后面的分数部分。

解：(1) $(\frac{1}{19} + \frac{1}{17}) \times 20 = 2 + (\frac{3}{17} + \frac{1}{19})$
 $= 2 + (\frac{9}{51} + \frac{3}{57})$

(2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30 = 2 + (\frac{1}{4} + \frac{1}{29})$
 $= 2 + (\frac{9}{36} + \frac{3}{87})$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40 = 2 + (\frac{9}{31} + \frac{3}{37})$

(4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50 = 2 + (\frac{9}{41} + \frac{3}{47})$

根据分子相同的分数，分母小的分数比较大，容易看出：(3)的得数比其余三个的得数大，即 $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ 的得数最大。

答：得数最大的算式是： $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ 。

11. 设A和B都是自然数，并且满足 $\frac{A}{11} + \frac{B}{3} = \frac{17}{33}$ ，那么A+B的和是多少？

想：在 $\frac{A}{11} + \frac{B}{3} = \frac{17}{33}$ 中，分母11和3是互质数，抓住这一特征，先将

$\frac{A}{11} + \frac{B}{3}$ 通分, 然后得 $\frac{3A}{33} + \frac{11B}{33} = \frac{3A + 11B}{33} = \frac{17}{33}$, 可求出 A、B 各是多少。

解: $3A + 11B = 17$, 由于 A、B 都是自然数, 经试算得出, $A = 2, B = 1$,
 $A + B = 2 + 1 = 3$

答: A+B 的和是 3。

12. 求 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$ 的和的整数部分是多少?

想: 本题不计算结果, 只判断结果的整数部分, 算式中的 5 个数 $\frac{1}{3}$ 最大, 因此, 如果把 5 个数都看作 $\frac{1}{3}$, 结果一定大于原结果, 由此可作出判断。

$$\text{解: } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} < \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 5 = 1\frac{2}{3}$$

原式结果一定小于 $1\frac{2}{3}$, 故整数部分为 1。

(三) 小数的认识

1. 从 5 元、2 元、1 元、1 元、5 角、2 角、2 角、2 角、1 角的人民币里拿出 7.6 元, 有几种拿法?

想: 7.6 元是 7 元和 6 角组成的, 在所给的人民币里, 7 元的拿法有 5 元+2 元和 5 元+1 元+1 元两种, 6 角拿法有 5 角+1 角和 2 角+2 角+2 角两种, 所以 7.6 元共有 4 种拿法。

解: 有 4 种拿法:

5 元+2 元+5 角+1 角;

5 元+2 元+2 角+2 角+2 角;

5 元+1 元+1 元+2 角+2 角+2 角;

5 元+1 元+1 元+5 角+1 角。

2. 由 0、1、2 三个数字组成的小数, 最多能写几个?

想: 先排出所有的三位数, 再点上小数点, 再排除不符合条件的。

解: 将 0、1、2 三个数字排列可有六种情况: 210201 120 102 021 012, 在每种排列情况的第一个数字、第二个数字后面分别点上小数点, 可得 2.10 21.0 2.01 20.1 1.2012.0 1.02 10.2 0.21 2.1 0.12 1.2 十二个小数, 其中 2.1 和 1.2 不是由 0、1、2 三个数字组成的小数, 应排除。

答: 由 0、1、2 三个数字最多能组成 10 个小数。

3. 用 5、0、7、6 四个数字最多能写出几个不读出零的小数?

想: 要使小数中的零不读出来, 零只能在整数部分的个位, 当小数部分只有一位时, 是 0. 的形式, 当小数部分有两位时是 0. 的形式, 其中每一种形式可写 6 个, 共可写 12 个小数。

解: 用 5、6、7、0 四个数字组成的不读出零的小数有: 760.5, 670.5, 750.6, 570.6, 650.7, 560.7, 50.76, 50.67, 60.75, 60.57,

70.65, 70.56 共 12 个。

4. 用 6、7、8 三个数字和小数点组成的小数中，个位上的数比百分位上的数小的是哪几个？

想：题目要求我们用 6、7、8 三个数字和小数点组成小数，并且要含有百分位，这样的小数整数部分只能是一位数。

解：共能组成六个小数：6.78, 6.87, 7.86, 7.68, 8.67, 8.76。

从中可以找出符合题目要求的小数：6.78, 6.87, 7.68。

答：符合条件的数是：6.78, 6.87, 7.68。

5. 用 3、4、5、0 四个数字组成的小于 1 和大于 5，而小数部分都是三位的小数一共有多少个？

想：小于 1 而小数部分是三位的小数，整数部分只能是零；大于 5 而小数部分是三位的小数，整数部分只能是 5。根据这两个条件先排出小数，便得到一共的个数。

解：小于 1 的小数：0.345, 0.354, 0.453, 0.435, 0.534, 0.543。

大于 5 的小数：5.034, 5.043, 5.304, 5.340, 5.430, 5.403。

$6+6=12$ (个)

答：符合条件的小数共有 12 个。

6. 用 0、1、2、3 和小数点组成的小数中，零不读出来又小于 30，而且小数部分是两位的小数有几个？

想：由小数部分是两位可知整数部分也是两位，因为零不读出来，所以零只能在个位上。小于 30 的小数只能是 10 点几和 20 点几，小数部分由 2、3 组合或 1、3 组合可得。

解：符合条件的小数是：

10.23, 10.32, 20.13, 20.31。一共 4 个。

答：符合条件的小数有 4 个。

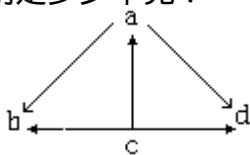
7. 四人步行，速度分别是每小时 4 千米、3.95 千米、4.25 千米、4.5 千米。已知甲比丁快，但比丙慢，丁比乙慢，甲比乙快。那么，甲、乙、丙、丁四人的速度分别是多少？

想：要想确定甲、乙、丙、丁四人的速度可以根据题目中的条件把四人的速度按从大到小或从小到大的顺序排列出来，然后与四个数据一一对应即可得到结果。

解：由甲比丁快但比丙慢可知：丙 > 甲 > 丁，又知丁比乙慢，甲比乙快可得乙介于甲、丁之间，即：丙 > 甲 > 乙 > 丁。与具体数量对应是 4.5 千米 > 4.25 千米 > 4 千米 > 3.95 千米。

答：甲的速度是 4.25 千米，乙的速度是 4 千米，丙的速度是 4.5 千米，丁的速度是 3.95 千米。

8. a、b、c、d 四人的体重分别是 36.5 千克、45.8 千克、38.5 千克、42 千克中的一个。已知 a 比 d 重，但比 c 轻。d 比 b 轻，a 比 b 重。问：a、b、c、d 四人的体重分别是多少千克？



想：把四人的体重按从大到小或从小到大的顺序排列起来，然后一一对应得到结果。

解：用 $a > d$ 表示 a 比 d 重， d 比 a 轻。根据题义可得右图。由图可知 $c > a > b > d$ 。从而得到 c 的体重是 45.8 千克， a 的体重是 42 千克， b 的体重是 38.5 千克， d 的体重是 36.5 千克。

答： a 的体重是 42 千克， b 的体重是 38.5 千克， c 的体重是 45.8 千克， d 的体重是 36.5 千克。

9. 在 $3.7939\overline{9}$ 的某一数字上再添上一个小圆点，使新产生的循环小数尽可能的大。这个圆点应点在哪个数字的上面？

想：根据循环小数的特点和循环节的作用推想。

解：要使新产生的循环小数尽可能大，必须使小数点后第六位上的数尽可能大，即循环节的第二个数字尽可能大，所以这个小圆点应点在数字 9 上，有两个 9，应选哪一个呢？同理，必须使循环节的第三个数字尽可能大，所以应点在第一个 9 上。

答： $3.7\overline{9}39$ 就是所要求的新的循环小数。

10. 现有循环小数 $1.10010\overline{20}$ ，移动前一个小圆点，使新的循环小数尽可能小，这个新的循环小数是多少？

想：根据循环小数的特点和小数比较大小的方法推想。

解：左边的数字尽可能小，则该小数就越小。而 0 是最小的数，因此，新的小数是 $1.1\overline{0}1020$ 。

答：这个循环小数是 $1.1\overline{0}1020$ 。

11. 在 0.3 和 0.75 之间，以 20 为分母的最简分数有多少个？

想：先把 0.3 和 0.75 写成以 20 为分母的分数 $\frac{6}{20}$ 和 $\frac{15}{20}$ ，然后写出分母是 20 的所有分数，从中找出符合条件的分数。

解：0.3 和 0.75 写成以 20 为分母的分数是 $\frac{6}{20}$ 和 $\frac{15}{20}$ 。20 为分母的分数

有 $\frac{7}{20}$ 、 $\frac{8}{20}$ 、 $\frac{9}{20}$ 、 $\frac{10}{20}$ 、 $\frac{11}{20}$ 、 $\frac{12}{20}$ 、 $\frac{13}{20}$ 、 $\frac{14}{20}$ 。比较知：在

0.3 和 0.75 之间以 20 为分母的最简分数有 4 个： $\frac{7}{20}$ 、 $\frac{9}{20}$ 、 $\frac{11}{20}$ 、 $\frac{13}{20}$ 。

答：符合条件的分数有 4 个。

12. 小数 2.32123212321…… 小数点右边第 80 位数字是几？

想：小数部分是 3212 四个数字循环，求出 80 除以 4 的余数，然后根据余数对应看数字是几。

解： $80 \div 4 = 20$ ，没有余数，即第 80 位数字为 3212 的最后一个数字 2。

答：第 80 位数字是 2。

13. 我们把 0.0000000071 简记为 $0.00 \cdots \cdots 071$ 。

8 个零

现有两个数： $a = 0.00 \cdots \cdots 071$ ， $b = 0.00 \cdots \cdots 01$ ，求 $a + b$ ， $a - b$ ， $a \times b$ ， $a \div b$ 。

1997 个零

1999 个零

想：数 a 有 1999 位小数，数 b 有 2000 位小数，小数加减时，应把

小数点对齐。小数乘、除时，要注意积和商的小数位数。

$$\text{解: } a+b=0.\underbrace{00 \cdots 0711}_{1997 \text{ 个零}}$$

$$a-b=0.\underbrace{00 \cdots 0709}_{1997 \text{ 个零}}$$

$$a \times b=0.\underbrace{00 \cdots 071}_{(1999+2000-2) \text{ 个零}}=0.\underbrace{00 \cdots 071}_{3997 \text{ 个零}}$$

将 a 和 b 分别扩大 $\underbrace{100 \cdots 0}_{2000 \text{ 个零}}$ 倍, 分别得到 710 和 1,

所以 $a \div b=710$ 。

二数的计算

(一) 简算

1. $356-23-73-27-7=?$

想：一个数减去几个数，如果减数中有几个能凑成整十、整百……的数，可把它们先相加成整十、整百数后再减。

解： $356-23-73-27-7$
 $=356-(23+7)-(73+27)$
 $=356-30-100$
 $=226$

2. $(125+219+276)-(75+119+176)=?$

想：运用加减混合运算去括号或添括号性质。若干个数的和减去若干个数的和，可以从第一个括号里的各个加数，分别减去第二个括号里的不比它大的各个加数，然后把所得的各个差相加。

解： $(125+219+276)-(75+119+176)$
 $=125+219+276-75-119-176$
 $=(125-75)+(219-119)+(276-176)$
 $=50+100+100$
 $=250$

3. $12.5 \times 0.76 \times 0.4 \times 8 \times 2.5=?$

想：几个数相乘，如果其中两个因数的积是整十、整百……的数，运用乘法交换律和结合律先求出它们的积，再与其它数相乘。

解： $12.5 \times 0.76 \times 0.4 \times 8 \times 2.5$
 $=(12.5 \times 8) \times (2.5 \times 0.4) \times 0.76$
 $=76$

4. $3.14 \times 6.5+2.5 \times 3.14+3.14=?$

想：把最后一步加 3.14 看成“ 3.14×1 ”，再用乘法分配律进行简算。

解： $3.14 \times 6.5+2.5 \times 3.14+3.14$
 $=3.14 \times (6.5+2.5+1)$
 $=31.4$

5. $72 \times 11=?$

46 $\times 11=?$

68 $\times 11=?$

想：两位数乘以 11，它们的积等于在这个数的十位和个位数字中间添上这两个数字的和（如果这个和大于 10，那么就在十位数字上相加，满十要进位）。

解： $72 \times 11=792$ ($7+2=9$)
 $46 \times 11=506$ ($4+6=10$)
 $68 \times 11=748$ ($6+8=14$)
 $6.61 \times 81=?$

想：末位是 1 的两个数相乘。可以先把两个首位数相乘，然后在所得的结果后边添上两个首位数的和（和满十时要进位），最后再在后边

添上 1。

$$\text{解：} 61 \times 81 = 48 \times 100 + 14 \times 10 + 1 = 4941$$

$$7.74 \times 76 = ?$$

$$243 \times 247 = ?$$

想：两个首位数相同，末位数和为十的两位数相乘，可以先把首位数乘以比它大 1 的数，然后再在所得的结果后边添上两个末位数的积。此法也可以推广到两个三位数。

$$\text{解：} 74 \times 76 = (7 \times 8) \times 100 + 4 \times 6 = 5624$$

$$243 \times 247 = (24 \times 25) \times 100 + 3 \times 7 = 60021$$

$$8.16 \times 18 = ?$$

想：两个首位是 1 的两位数相乘，可以把一个数加上另一个数的末位数，将所得的结果乘以 10，再加上两个末位数的积。

$$\text{解：} 16 \times 18 = (16 + 8) \times 10 + 6 \times 8 = 240 + 48 = 288$$

$$9.65^2 = ?$$

想：个位数后是 5 的两位数的平方，等于十位数乘以比十位数大 1 的数，结果放在百位（满 10 向前位进 1），再加 25。

$$\text{解：} 65^2 = (6 \times 7) \times 100 + 25 = 4200 + 25 = 4225$$

$$10.5 \times 19.96 + 16 \times 1.996 + 0.34 \times 199.6 = ?$$

想：先根据积不变的规律变化其中两个因式，再定用乘法分配律进行简算。因此，可得下面的解法。

$$\text{解：} 5 \times 19.96 + 16 \times 1.996 + 0.34 \times 199.6$$

$$= 5 \times 19.96 + 1.6 \times 19.96 + 3.4 \times 19.96$$

$$= 19.96 \times (5 + 1.6 + 3.4)$$

$$= 199.6$$

$$11. \quad 1.25 \times 5.6 + 2.25 \times 3.6 = ?$$

想：先把 5.6 分解成 0.7×8 ，把 2.25 分解成为 0.25×9 ，3.6 分解成 0.9×4 ，然后再用交换律和结合律简算。

$$\text{解：} 1.25 \times 5.6 + 2.25 \times 3.6$$

$$= 1.25 \times 8 \times 0.7 + 0.25 \times 9 \times 0.9 \times 4$$

$$= 1.25 \times 8 \times 0.7 + 0.25 \times 4 \times 9 \times 0.9$$

$$= 10 \times 0.7 + 8.1$$

$$= 15.1$$

$$12. \quad 1\frac{1}{4} \times 17.6 + 3.6 \div \frac{4}{5} + 2.64 \times 12.5 = ?$$

想：此题把分数化成小数，把除法变成乘法，再把相同的因数提出来，用乘法分配律方法简算。

$$\text{解：} 1\frac{1}{4} \times 17.6 + 3.6 \div \frac{4}{5} + 2.64 \times 12.5$$

$$= 17.6 \times 1.25 + 36 \times 1.25 + 26.4 \times 1.25$$

$$= 1.25 \times (17.6 + 36 + 26.4)$$

$$= 1.25 \times 80$$

$$= 100$$

$$13. \quad 969696 \times 999999 \div 323232 \div 333333 = ?$$

想：根据乘除法混合运算的性质，在乘除混合运算中，改变运算顺