

大学本科小学教育专业教材

总 序

为了适应社会主义现代化建设和人民群众对教育需求不断增长的新形势，经国家教育部批准，全国各地相继成立了以培养大学本科学历小学教师为主要任务的初等教育学院（系），大学本科小学教育专业应运而生。该专业的设立是我国初等教育改革和发展的需要，是提高我国小学教师素质的重要举措，也是我国师范教育改革和发展的必然趋势。

《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》指出：建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的基本保障。目前，培养小学教师的现行课程、教材和教法，已不能完全满足全面推进素质教育的客观要求，受到了前所未有的挑战。新的课程教材建设势在必行。鉴于此，教育部师范教育司组织有关高等学校成立了“面向 21 世纪培养本科程度小学师资专业建设研究”的全国性总课题组，制订了大学本科小学教育专业培养目标和课程方案，在此基础上形成了“全国小学教育专业建设协作会”，对该专业课程教材建设进行了深入研究。

为了加强对教材编写工作的管理，教育部师范司、教育部课程教材研究所及有关高师院校的领导和专家组成了“大学本科小学教

体化的过程。作为一种认识过程，思维是在感性认识基础上进行的理性认识，它属于认识过程的高级阶段。例如，在对三角形的认识中，感知觉只能认识到三角形的形状、颜色和大小，而思维则舍弃三角形的这些表象特征，概括出任何三角形都具有三个角、三条边和三角形内角和等于 180° 这些共同的本质特征。

1. 思维的特征。

思维具有方向性、概括性和间接性特征。

(1) 思维的方向性。

思维的方向性特征又称为目的性、探索性或问题性特征。所谓思维的方向性，是指思维在对事物的本质及其规律的寻找过程中，总是以解决问题作为方向，也就是说思维总是沿着解决问题的方向发展自己。问题在思维中起到一种激励作用，它是思维探索活动的动力，同时也是思维活动的路标和航行的灯塔。

(2) 思维的概括性。

思维的概括性特征是指思维不仅仅依赖当前的刺激和直接的感知（和知觉不同），它还具有舍弃某些事物的表象而直接进行抽象概括的特征，即把同一类事物的共同的、本质的特性或事物间的规律性的联系抽取出来加以概括。例如，人们通过对大小不同圆的圆周与其半径的推算，舍弃了圆的大小及半径的长短，抽象概括出一切圆的周长与半径之比都是一个常数。思维的概括性包含两层意思：第一，能把一类事物中的共性加以抽象概括；第二，能从部分事物的相互关系中抽象出普遍的或必然的联系，并把它们推广到同类的现象中去。

(3) 思维的间接性。

思维的间接性是指人们凭借已有的知识经验或以其他事物为媒介，间接地推知事物过去的变化，认识事物现实的本质，预见事物未来的发展。在数学研究中，思维的间接性十分明显，因为数学本身就是一种非现实存在的理性构造，人们就是运用了间接性的思维

特征，才从已有的数学成果中获得了新的理论。

2. 思维的分类。

根据不同的分类形式，思维有不同的表现形态。

(1) 根据思维的形态不同，可以将思维分为动作思维、形象思维和抽象思维。

动作思维是指以实际的动作为支柱的思维，也称为操作思维或实践思维。它的特点是直观的、在实际操作活动中产生和进行的，3岁前的儿童思维就以动作思维为主。

形象思维是指用表象进行分析、综合、抽象、概括的过程。形象思维中的基本单位是表象，幼儿在3~6岁期间的思维多属于形象思维。成人的思维中也有形象思维的发生，特别是艺术家、作家、导演等更多地是运用形象思维，数学家有时也借助形象思维来表述某些抽象的概念。当然，成人的形象思维与儿童的形象思维有本质的差异。

抽象思维是运用概念、判断推理的形式来反映事物本质的思维。这种思维是以概念为支柱进行的思维，人们把它看作是人类思维的核心形态，又称为理性思维。抽象思维的形式又有形式逻辑与辩证逻辑之分，两者既有区别又有联系。形式逻辑的概念具有抽象性和确定性，辩证逻辑的概念具有具体性和灵活性。数学作为一种形式逻辑思维的表述过程和构造形式，在发生发展的过程中也含有辩证逻辑的形式。如微积分中极限概念的产生、发展和最后定义就明显地表现出辩证逻辑思维的形式。

(2) 根据思维过程的指向不同，可以将思维分为集中思维和发散思维。

集中思维又称求同思维、聚合思维或纵向思维。集中思维是指把问题的各种信息集中到一起求出一个共同的、单一的、确定的答案。如果某个问题只有一个正确的答案，思维的过程就是要找出这个正确的答案。

发散思维又称求异思维、分散思维或横向思维。发散思维是指思考问题时，从个目标出发，沿着各种不同途径去思考、寻找各种可能的正确答案。这种思维无一定方向和范围，不墨守成规，具有更大的主动性和创造性。科学家的发明创造、艺术家的艺术作品、理论家的新观点和新创见，多得益于发散思维。

(3) 根据思维的智力品质不同，可以将思维分为习惯性思维和创造性思维。

习惯性思维是指用惯常的方式、固定的模式解决问题的思维。这种思维较为普遍，人们总愿意用旧有的、习惯的方式去解决问题，可以不费太大的努力就得出答案。这种思维缺乏主动性，有时会产生错误的认识。

创造性思维是指有主动性和创新性的思维，它没有固定的模式和方法，也不遵循已有的思路。创造性思维利用已有的信息独立思考，根据问题和情境创造性地探索答案。创造性思维往往是逻辑思维与非逻辑思维的有机结合。

(二) 数学思维的概念与特征

数学思维是人类思维的一种形式，具有思维的一般规律与特征。

1. 数学思维的概念。

一般地说，数学思维就是数学活动中的思维。更确切地说，数学思维是人脑在和数学对象交互作用的过程中，运用特殊的数学符号语言以抽象和概括为特点，对客观事物按照数学自身的形式或规律做出的间接概括的反映。

数学思维是由数学对象，并且主要是由数学问题推动发展的。可以认为，数学问题是推动数学发展的动力和方向，当然解决问题也正是数学思维要达到的目的。从本质上说，数学思维的过程就是不断提出问题的过程，数学思维的能力也就是提出数学问题、解决数学问题的能力

数学问题的差异代表了不同的数学思维表现形式，解决不同的数学问题就形成了不同的数学思维规律。可以认为，数学问题对数学思维的启动、导向、展开都起着决定性的作用。对于初等数学特别是小学的数学教育而言，注重数学问题在教学中的作用，有着十分重要的意义。

2. 数学思维的特征。

数学思维的特征主要表现在它的高度抽象性、形式化的严谨性和表现方式的多样性。

数学思维的高度抽象性，是指数学思维的过程中把思维对象的某些现实的属性舍弃，把思维的对象抽象化为一定的数量关系、空间形式或逻辑关系，然后再把这些特定的数学关系表示成为一般的符号形式。数学思维的抽象性，还指它不仅仅停留在一次抽象的基础上，通常的数学符号形式可能经过了多次的抽象。有时由于数学问题本身就已经抽象化了，因此这种思维过程更属于高度抽象化的形式。与人类的所有思维形式相比，这种完全人为创造的符号化的数学语言，是数学思维高度抽象化的基础。

数学思维形式化的严谨性，是指数学思维在发生、发展和表述的过程中，完全依据一种形式化的严密过程。这种过程的逻辑性、严密性、准确性不容许出现一丝差错，也不允许有对与错之间的状态。正是数学思维的这种形式化的严谨性，使数学成为人类所有科学形式的最终表达手段。

数学思维表现的多样性，是指在数学思维的过程中，尤其在解决具体数学问题时数学思维并不都是严格的逻辑演绎，并不都是三段论式的证明形式，这些只是数学思维最后的表现形式。隐藏在这些抽象、严谨形式之下的是在数学思维中出现的猜测、试错、想象、直觉、审美等思维形式。这种数学思维的多样性特征，不仅表现在数学家处理、解决数学问题的思维特征上，而且也表现在普通人的数学思维活动中。现代数学教育理论的研究表明，数学思维的

非逻辑演绎的多样化思维在中小学的数学活动中也是十分重要的。数学作为一门自由创新的学科，猜测、试错、想象、直觉、审美等思维形式有时比逻辑演绎和公理化数学思维更重要。

二、数学思维方法

数学思维方法是由数学的符号、概念、语言按照数学特定的规律、法则，运用数学思维在数学领域中形成的一种方法。数学思维方法具有一般科学的方法论的特征，当然作为特定的数学形式，它又有着自身的特殊形式。

按照数学思维方法运用的领域、表现的形式不同，可以将数学思维方法作如下几种形式的分类。

（一）按照数学思维方法适用的范围不同，可以将其分为宏观思维方法和微观思维方法

宏观数学思维方法，也称基本或重大的数学思维方法，是指对整个数学领域都产生重大影响的数学思维方法，如公理化思维方法、变量分析的思维方法等。这些思维方法曾极大地推动了整个数学的发展。当然这些思维方法又与哲学思想及科学思想的一般方法相联系。

微观数学思维方法，是指对某个数学分支发挥作用或由某些数学家群体使用的数学思维方法，如代数学的一些思维方法、几何学的一些思维方法等。微观数学思维方法中还包括数学问题解决或数学问题发现的一些具体的思维方法。

（二）按照数学思维的逻辑形式不同，可以将其分为逻辑思维方法和非逻辑思维方法

数学思维的逻辑思维方法，主要是指按照形式逻辑的方式展开数学思维的方法。数学的定理、证明及理论构造都是严格按照形式逻辑的思维方式展开和构成的，可以说数学的结果都是按形式逻辑

来表现的。

数学思维的非逻辑思维方法，是指在数学思维中运用的猜想、直觉、灵感、形象等思维方式。这些思维形式经常地、大量地出现在解决数学问题之中，在现代的数学教育理论中，人们越来越认识到非逻辑思维方法在数学学习和数学教育中的作用。

（三）按照数学思维解决问题的方式不同，可以将其分为程式化思维和发现性思维

数学的程式化思维，是指按照数学学习习惯的、原有的方式来解决数学问题。在数学学习和解决问题中这种方式表现为规范的逻辑演绎方式。这种数学思维方式是再现了原有的思维方式。

数学的发现性思维，也可以称之为创新性思维。这种思维方式的特点是它不遵循程式化的逻辑演绎的数学思维方式，而选择带有个人特性、主观色彩、独立特性的思维方式。现代的数学教育理论十分注重这种与传统的数学思维相区别的思维方式。

（四）按照数学教育的阶段或领域的不同，可以将其分为不同的带有专业特征的思维方法

如按数学分支的差异，我们可以分为几何思维方法、代数思维方法、微积分的思维方法、概率统计的思维方法等。尽管现代数学的发展使某些数学分支之间的界线变得模糊，但对于初等数学或一般高等数学阶段的学习而言，不同数学分支的数学思维方法都有其自身的明显特征。

对初等数学的学习而言，集合对应的思维方法、公理化结构的思维方法、空间形式的思维方法、变量思维方法等都是具有初等数学特征的一些思维方法。对于小学数学教育而言，数学教师应当更加自觉地掌握和运用具有小学数学特征的思维方式，以便使自己的数学教学更符合小学生的思维阶段性特征。

（五）在学习某个数学分支的数学思维中，我们还可以把数学思维分成不同的思维方法

这主要包括：建立数学概念的思维方法；解决数学问题的思维方法；论证表述数学命题的思维方法；构建数学理论体系的思维方法。

第二节 数学思维方法历史概述

一、数学思维方法的产生与发展

数学思维方法是在中国数学教育领域中发展起来的一门数学教育的课程。它是继数学方法论形成教学体系之后发展起来的。

（一）数学方法论在中国的产生与发展

数学作为一门历史悠久的基础学科，给人类文明带来了重大影响。人们一直都想获得一种方法，使数学的学习和运用变得简洁、方便和通俗，然而这个愿望一直没有实现。当前对数学方法的研究如果按照现代科学哲学的传统，可以分为“证明的方法”和“发现（发明与创造）的方法”。显然，数学自身的证明方法是与严密的、形式化的逻辑演绎方法联系在一起的，或者说数学证明的方法是公理化的方法紧密地联系在一起的。

在数学的历史发展中，人们从来也没有忘记寻找数学发现（发明）的方法。数学家们也希望找到数学发现（发明）的“万能方法”，使之可以解决一切数学问题。例如，笛卡儿就提出过一种“万能方法”，即把任何问题转化为数学问题，再把数学问题转化为代数问题，代数问题转化为方程问题，那么解方程就可以回答世间的任何问题。虽然笛卡儿充满信心，但是数学的发展很快就否定了这种万能的方法。近代的逻辑实证主义的“科学观”则认为科学的方法论研究仅限于证明（检验）的范围，发现的问题属于心理学范

畴，因此发现的问题不会在科学方法论的范围内得到理性或逻辑的结果。这种观点，实际上否认了作为科学方法论意义上的“发现的方法”。

然而，数学的发展、数学的学习以及数学家解决问题的方式又使人们感觉到那种公理化证明形式之外的发现方法的某些存在。正是在这种历史背景下国际上开始了一种寻找数学“发现和发明的方法与规律”的研究。在这方面作出了重要贡献的是美籍匈牙利数学家波利亚（G·Polya），他的重要贡献就是对“数学启发法”的研究。波利亚是围绕“怎样解题”展开自己的启发法研究的。作为一名曾在分析数学、组合数学领域作出重要贡献的数学家，波利亚数十年对数学启发法和数学教学的研究，为数学方法论的研究奠定了坚实的基础。

严格说来，国际上在 20 世纪 80 年代以前，所谓的数学方法论实际上就是波利亚的“启发法”——问题解决的数学方法。当然这不是数学家研究活动必须遵循的准则，但它对数学教育却有着极大的影响。数学方法论的概念和内容是由中国数学家徐利治教授最先明确地以专著形式表述出来的。徐利治教授的《数学方法论选讲》迅速在中国数学教育界传播并产生强烈反响，以教材教法研究为中心的高等师范院校的数学教育很快就把这种思想作为数学教育的主要内容。此后，作为数学教育的研究，数学方法论引起了数学教育界的重视，有许多学者进行了深入地研究，并有一系列著作问世。

数学方法论的概念、内容正在不同层面进行研究和讨论，这门学科还在发展，但是作为数学教育的形式，它目前已经被广泛地加以运用。

（二）数学思维方法的产生与发展

作为一种数学教育，尤其是作为初等数学教育，波利亚的“问题解决”启发法教育在西方数学教育界十分盛行。在中国的数学教育中，人们认识到作为数学方法论的教学，如果只注重方法的学习

很可能把这种数学教育又变成一种新的技能方法的形式化教育。为此，一些学者认为，作为数学方法的学习应强调数学思维的重要性，应强调数学教育中积极的思维远远超过记忆和掌握一种具体方法。由此，数学思维方法作为一种继数学方法论之后的数学教育形式就逐渐形成了一种教学体系。

在西方的数学教育研究中，20世纪80年代之后，认知心理学在数学教育中的应用，使西方数学教育开始重视数学思维的研究与教学。

现代的数学教育观认为，对于所谓的问题解决者而言，问题解决的过程不可能也不应当是一个程式化的逻辑过程，而应当是充满创造性的过程，所以要把启发法所运用的“问题解决”与“数学思维（主要指创造性思维）”相结合。

现代的数学教育观，尤其是西方的数学教育观认为，数学学习的目的，已经开始从掌握“数学知识和技能”向着掌握“解决问题的一般方法”即“数学式地思维”的方向转变。与其他学科中的思维相比，数学思维具有特殊性，它赋予数学教育重要的地位。当然这种数学思维的教学形式，也对数学教师提出了更高的要求。

由于世界上数学教育观念向数学思维的转化，也由于数学方法论研究提供了数学思维的教学内容，开始了数学思维教育的研究，近年来，数学教育界已开始形成相关的数学教育内容。

作为数学思维方法的内容和发展，它紧紧地与以下三个方面相联系。

第一，数学思维方法紧紧跟随和运用数学方法论的内容。数学方法论提供的类似“问题解决”的数学方法，为数学思维方法的展开提供了素材和发展空间。同时，对数学思维方法的研究也促进了数学方法论的进一步发展。

第二，数学思维方法的教学，不仅强调数学方法作为一种解题或思考形式具有的方法论意义，而且强调说明在这些数学方法中，

数学思维活动的积极意义。现代研究表明，在数学课堂上学到的一般解决问题的技能，尤其是思维的能力，会在某些情况下迁移和运用到解决其他问题的场合。从这种意义上来说，数学思维的教学远远重于程式化方法的教学要求。

第三，数学思维方法的教育内容在运用某些数学方法时，更应当与非逻辑思维、创造性思维相联系。非逻辑的联想、类比、猜测都是数学思维，而且它们还是创造性思维的基础。数学思维方法应当与思维的创造性相联系，而不是把数学思维方法作为一种新的程式化教学来要求。当然，这种数学思维方法与非逻辑思维的联系、创造性思维的联系对数学教师的教学研究提出了新的要求。

二、数学思维方法的层次性

数学思维方法是对数学思维形式、方法的思考与研究。按照数学思维的应用，可以把数学思维分为哲学层面、一般方法论层面、一般数学层面和初等数学层面四个层次给予讨论。

（一）哲学意义上思辨的数学思维方法

对数学的认识、理解与思考的不同，形成数学的思维方式就不同。这些不同的思维方式构成了具有哲学意义层面上的各种数学思维方法即基本的或重大的数学思维方法。

例如，古希腊的数学家认为几何图形是构造世界的基本形式，于是就演绎形成了以欧几里得几何《原本》为代表的数学思维方法。解析几何的创始人笛卡儿提出的用代数方法解决几何问题的思想，不仅创造了解析几何的思维方法，更为重要的是它形成了一种全新的思维方式。还有如无穷小量的思想最终形成的微积分方法，希尔伯特按形式化的要求形成的有关几何基础研究的思维方法，概率统计的思维方法，抽象集合论的思维方法，等等，都是涉及对数学理解、认识层面的数学思维方法。当然这些思维方法所形成的数

学思维形式，构成了数学思维最高层面的方法论形式。

（二）一般科学方法或称之为属于一般科学方法论形式的数学思维方法

这样的数学思维方法是指同一般科学方法相同的一些数学思维方法。严格说来，作为发源于古希腊的西方现代科学，许多科学思维方法都是吸收和运用了数学的思维方法。但是在现代科学方法论中，许多学科的思维方法已经超越或脱离了数学的领域。如类比、联想、猜想、试错、分析综合、归纳演绎等都广泛地应用于不同的科学领域，尤其是非逻辑思维、创造性思维在其他的科学领域中取得了巨大的成就。这些科学方法论中共同的思维方法，有些也在数学中广泛地应用，但在数学领域中运用的这些思维方法却很少构成对数学本质的认识和理解，因此它们应当属于第二层面的数学思维方法。

（三）具有独特数学特征的思维方法

所谓具有独特数学特征的思维方法，是指仅仅在数学某个分支中应用的思维方法，或具有独特的数学表现形式，或某些数学家群体、数学家个人独具的思维方法。如群论中运用的独特思维方法，函数论中应用的独特思维方法，拓扑学中运用的独特思维方法等都属于这一层面的思维方法。还有某些例如数形转换、数学符号和形式的表示方式、公理化方法等。当然，这类思维方法应用范围不如前两个层面的思维方法范围广，因此属于第三个层面。

（四）初等数学特别是中小学中解题技能的思维方法

这一层面的数学思维方法涉及的内容都是数学的基础内容，相对比较规范，规律比较明确。作为数学的基础教学研究，多年来取得了一系列的研究成果。在初等数学的教学中，各种解题思维方法的内容相当丰富，类型与变化都相当广泛。作为数学思维方法，初等数学往往与高等数学的各个分支密切相连，特别是中小学数学中的思维方法，相对于前面的三个层面还是属于比较简明、范围明确

的基本的数学思维方式。

应当看到，数学思维方法还是一个并不十分成熟的学科。有关数学思维方法的研究还有许多内容有待发展，尤其是在基础数学的教学中，如何运用思维方法来组织中小学的数学教学活动，还是一个值得深入讨论和研究的内容。

第三节 数学思维方法与数学教育

数学思维方法的形成与发展往往与数学家、哲学家对数学整体的哲学思辨有关，对数学不同的哲学思考会形成对数学不同的思维模式，同样，对数学不同的哲学理解也对数学中不同的方法有不同思维层面的解释。因此可以说，数学思维方法与数学哲学是密切相关的。

一、数学思维方法与数学哲学

不同数学哲学观会形成不同的数学思维方法。

（一）古代数学哲学与数学思维方法

从历史的角度来看待数学，人们并不都把数学看作是逻辑演绎化的数学思维方式和公理化的表述方式。事实上，中国古代文化中，就一直把数学看作是一种实用的“技艺”，在有百科全书之称的宋代沈括的巨著《梦溪笔谈》中，就把数学的成果列入“卷十八技艺”之中，并把数学与“造弓有术”“活版印刷”等放在一起。由此可见，中国古代数学追求的是数学的准确、快捷的实用，因此它不会强化逻辑演绎化模式的思维方法。相反，中国古代数学形成的模式化运算的操作技巧，表现了中国古代数学的非逻辑思维的类比、归纳、联想等灵活的思维方法。

现代的数学教育，是我国走向世界之后接受的西方数学的教育

模式。源于古希腊文化的西方数学教育模式，把数学看作是一种真理、把数学看作是欧氏几何的公理化的体系。古希腊的毕达哥拉斯认为“万物皆数”，柏拉图则通过对几何图形的分析提出了他的理念论的思想。在古希腊文化中，数学是表现世界的一种理性，这种数学哲学观经过欧洲中世纪宗教神学的放大，使数学成为西方文化的理性基石。正是这种西方的数学哲学观，才使人们把数学看成是形式逻辑化模式的同义词，把数学看成是公理化的模式。由此产生的数学思维就只能是严谨的、三段论式的形式化的逻辑思维。这也正是直到今天人们一提起数学就会想到公理化模式的原因。

通过中西古代数学哲学观念的比较，可以看出不同的数学观会形成不同的数学思维方式，不同的数学哲学观念极大地固化了人们对数学思维的理解、运用和教学。

（二）现代数学哲学与数学思维方法

西方的数学哲学经过早期围绕数学对象实在性和数学真理性的讨论之后，在 19 世纪中期开始逐渐进入了一个以数学基础研究为中心的历史时期。大约从 1890 年到 1940 年的 50 年时间是一个“数学哲学的黄金时代”，形成了形式主义、逻辑主义、直觉主义三大派别的数学哲学观。不可否认的是，这三个数学哲学派别所形成的形式化的思维方法、逻辑化的思维方法及构造式的思维方法都对数学思维产生了重大影响。

近年来，数学哲学的研究得到了进一步的发展，数学家们开始逐渐接受了一种模式化的数学哲学观，这种观点认为：数学是一个由问题、方法、语言等多种成分构成的复合体；它是一种（量化）模式的建构，这不仅指逻辑和直觉、科学性和艺术性的辩证统一，而且肯定了数学的经验性和拟经验性。^①这种模式化的数学观也许

郑毓信：《数学教育哲学》，四川教育出版社 1995 年版，第 13—14 页。

还有待进一步的发展变化，但它无疑使现代的数学思维、数学思维方法的教学获得了一种数学哲学的支持。

传统的数学观认为只有数学的知识、理论才是数学的主体。因此，教授数学就是掌握和运用这些知识和理论。按照模式论的数学哲学观，除去它的理论形式外，数学的方法，无论是各分支的方法，还是每个分支中特殊的方法，包括证明的方法、计算的方法以及发现的方法等都应被看作是数学的重要内容。当然初等几何中或初等代数中的方法（如综合法、符号法等）也都应当看作是数学的内容，都应当像掌握数学本身那样重要并且给予教学的关注。类比和归纳这一类重要的发现方法，作为隐藏于具体方法之后的思维过程、思维方法都表现了数学发展的过程。对这一切不论是西方称为的“解题策略”（波利亚称之为数学启发法），还是中国称为的“数学方法论”或“数学思维方法”，都应当看作是数学的内容，从而加以研究和教授。

二、数学思维方法与数学史

数学史提供了丰富的数学发生、发展的内容，数学思维的研究当然离不开数学史的学习和研究。

当我们把数学的方法、数学的思想过程也当作数学的重要内容之后，就会发现，数学的每一步前进，数学每一个分支的形成，都与它具有的独特的思维方法密不可分。比如，欧氏几何与逻辑演绎思想，解析几何与形数转化的思想，微积分与无穷小变化的思想，群论与抽象建构的思想，等等，这一切告诉我们，数学的学习，其中一个重要的内容就是学习其中的数学方法和数学思维。

对于初等数学而言，无论是算术、初等代数、初等几何，都具有丰富的数学方法和数学思想。

数学教学发展的历史告诉我们，人类最早的数学创造，许多都

是为了实用才形成了数学的理论，这些理论中包含的方法本身就是形成这些初等数学的基本途径。在中国古代，以竹棍为工具形成了一种独特的筹算数学。这种数学没有构成欧氏几何的演绎体系，但它构成了程序化的竹棍操作体系，从而构成了独特的中国古代数学体系。显然，构成筹算数学体系的就是那些操作方法，隐藏在这些竹棍操作方法之后的思想方法、思维方式正是中国筹算的精髓。

传统数学教育的误区，就在于忽视了或不看重数学方法、数学思想的意义，而把数学知识与理论的传授当作唯一的任务。传统的教育，无论在高等数学或初等数学的教学中，人们的重点都集中在数学知识、数学理论模式上，而没有看到数学的方法、数学思维的重要性。

其实，对数学的理解和运用而言，忘记了数学的公式、数学的理论构成还可通过查找数学书籍、数学手册重新获得。然而，作为数学的方法、数学的思维，如果当初就没有掌握、没有理解，那么即便是面对熟悉的公式、眼熟的理论，也无法实际应用去解决问题。

从数学史的角度来说，数学的发展和进步依赖于数学的方法和思想，特别是当我们面对初等数学的学习与教学时，数学方法、数学思维就显得与数学知识、数学理论同样重要。

首先，初等数学的学习者将来未必从事数学研究（即使有也很少），那么他们需要的是把数学的知识、理论用于非数学专业的工作或实践中。在这种意义上，数学知识可以查找，而数学思维却很难查到。

其次，初等数学的学习是一种基础科学理论的早期学习，非数学专业的学习者将来要把数学中学到的思维方法迁移到其他学科上去。因此，思维方法的迁移首先要对此种方法有深刻的理解和成功的运用经验，否则无法形成迁移。这样一来，数学思想、数学思维方法在初等数学教学的范围内就显得十分重要了。

可以这样说，数学史告诉人们，数学的实践应用，尤其是初等数学的实践运用，包括其他学科对数学的需要，使数学思维方法在初等数学的教学中具有十分突出的地位。

三、数学思维方法与数学教育

数学教育在现代教学活动中占有重要的地位，不同时期、不同国家的教育改革都会涉及对数学教育的改革。早在 20 世纪 60 年代，国外的一些热心改革的数学家和数学教育家，就发起了轰轰烈烈的“新数学”运动。他们想让人们尽快接触、吸收近代或现代数学的成果，试图用向量运算来代替欧氏几何。最终这一美好的愿望并没有收到良好的结果，改革以失败告终。这一改革的教训之一就是使人们认识到应当准确理解和认识数学教育的作用，以及应当如何实施数学教育。

现代社会的信息高速发展，对人才提出了更高的要求，于是数学教育的改革再度引起了人们的重视。现代一些发达国家提出的数学教育改革的原则是：学校应当把数学最重要的公共核心部分教授给所有的学生；数学教学应从传授知识权威性的方式过渡到以启发学习为特征和以学生为中心的实践方式上；数学教学应从强调为后续内容作准备过渡到重视强调学生当前及未来所需求的内容上；数学教学应从原来一张纸、一枝笔的方式过渡到全面使用计算器和计算机的方式上。

数学教育的要求，使人们认识到培养人的思维品质的重要性。中小学的数学教育不仅仅是教授数学知识，而是进行数学思维的教学，即促进人才未来发展所需因素的成长。

无论是对数学教育改革的思考，还是针对现行数学教学内容的思考，一个重要的问题是人们应当如何看待数学教育的价值。如果我们认识到数学是科学研究的基础，是科学研究的典范，并且是人