

# 数学实验基础

李继玲 沈跃云 韩 鑫 编著  
朱道元 主审

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是根据教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的精神编写的一本数学实验教材,它是一本学习《高等数学》(或微积分)、《线性代数与线性规划》、《概率论与数理统计》的辅助教材。也可以作为《数学实验基础》课的教材。它的特色在于介绍了如何利用计算机软件来辅助学习《高等数学》(或微积分)、《线性代数与线性规划》、《概率论与数理统计》这些基础数学课程。在这些数学课程学习的基础上,通过本教材,读者可以用现代计算技术感知经典数学理论,了解经典数学计算的现代计算技术的实现方法。各种软件在不同章节所表现出的友好的界面,快捷、方便的计算和图形功能,会消除学生长期以来对数学的畏惧心理,使不同专业的学生喜欢数学,学好满足各自未来职业需要的数学基础知识。

本书以大学专科一、二年级学生为读者对象,也适合于有个人电脑的学生预习高校开设《高等数学》(或微积分)、《线性代数与线性规划》、《概率论与数理统计》课程的辅助读物之用。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学实验基础/李继玲,沈跃云,韩鑫编著;朱道元主审.—北京:清华大学出版社,2004  
ISBN 7-302-07882-3

I. 数… II. ①李…②沈…③韩…④朱… III. 高等数学—实验—高等学校—教材 IV. 013-33  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 124782 号

出 版 者:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

地 址:北京清华大学学研大厦

邮 编:100084

客户服务:010-62776969

组稿编辑:林章波

文稿编辑:章忆文

封面设计:陈刘源

印 刷 者:

装 订 者:

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:16.25 字数:390 千字

版 次:2004 年 2 月第 1 版 2004 年 2 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-302-07882-3/O·338

印 数:1~5000

定 价:24.00 元

# 前 言

美国著名数学教育家波利亚说：“数学有两个侧面，它是欧几里德式的严谨科学，但也是别的什么东西。由欧几里德方法提出来的数学看来像是一门系统的演绎科学，但在创造过程中的数学看来却像是一门实验性的归纳科学。”和任何自然科学一样，观察、实验、发现、猜想是学习数学不可或缺的实践。如何通过数学实验的手段辅助数学教学，如何通过数学课程的整合来呼应科学技术的发展与数学文化教育的进步，使数学课程改革的成果、计算技术进步的成果让广大大专院校学生都受益，这是当前数学教育工作者面临的一个全新课题。

这本《数学实验基础》是根据教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的精神编写的，贯彻这一精神时我们有必要认清“数学实验”的功能。

数学实验可以分为两部分内容，一部分是基础部分，我们就叫作《数学实验基础》；另一部分是高级部分，<sup>[1]</sup>这一部分的书籍现在通常都叫作《数学实验》。

《数学实验基础》围绕“《高等数学》(或微积分)、《线性代数与线性规划》、《概率论与数理统计》”这些数学基础课程(以下把上述课程称为“数学课”)的基本内容，利用计算机的计算功能和图形功能，通过实验的手段去帮助同学体验这些课程基本概念的形成过程，达到完成“数学课”学习任务的目的，也为“用数学”奠定良好的“学数学”的基础。

华裔科学家杨振宁曾说过，传统中国文化的中心思想，是以思考来归纳天人之一切为理，这个传统里面缺少了演绎，缺少了实验，缺少了……自然哲学。《数学实验基础》是在“数学课”学习的基础上开设的，是把现代计算技术融入到传统“数学课”当中，应该是数学教学的一个重要的实践性教学环节。因此以《数学实验基础》辅助“数学课”的教学对优化数学文化教育有着积极的意义，也应该是现代大学数学课程的重要组成部分。“数学课+《数学实验基础》课”的学习构成了培养大学生现代数学素养的基础阶段，它们应该是大学非数学类文理各专业的必修课或选修课。

纵观诸多的《数学实验》课本，不难理解“《数学实验》是以‘数学课’的知识背景为中心向边缘学科发散，可以涉及到数值方法、图论与组合、运筹与优化，也可以涉及现代新兴学科和方向，如分形和混沌等。这部分内容可以是新的，但不必强调整体性，教师介绍一点主要思想，提出问题和任务，让学生尝试通过自己动手，观察实验结果去发现、总结规律，即使总结不出来也没关系，留待将来再学”。<sup>[2]</sup>《数学实验》不仅在学习内容从基础的近代数学延伸到高级的现代数学，更在学习的阶段上已经从数学内容学习为主的阶段拓展到应用为主的阶段。

《数学实验》应用前面学过的数学知识和计算机建立数学模型，引导学生探索建立数学模型的一般方法和规律，学会评价数学模型，提高应用能力。《数学实验》+《数学模型》(不同的专业选择的模型各异，例如建筑专业选结构模型)课程的学习构成了大学生应用能

力培养的阶段，它应该是有志于从事文理各专业高级数据管理、分析、决策人员的大学必修或选修课。

简言之，《数学实验基础》课的功能侧重于“学数学”，《数学实验》课的功能侧重于“用数学”。其实应用软件研究数学基本计算不也是一种应用吗？因此这里的“学”与“用”并未追求它们的严格定义，仅从教学管理的角度说明它们的轻重之别。

数学实验有“以学生操作、体验为主，教师讲授为辅”的形式，可以有效地根治颇受大学生非议的“一言堂”教学方式的顽疾。生活在计算技术不断进步的时代，大学生的学习方式，已经有条件从单一的数学课的学习变为在数学课学习的基础上进行“实验”，通过实验，可以全方位地审视、验证、观察、体会数学课程中的经典理论。有理由相信，数学实验课一定会成为培育创新思维和鼓励个性发展的土壤。可以预见，这样的学习方式可以极大地提高学生的学习兴趣，有效地加强学生学习的主动性并开发其智力潜能。

不能忽略的是：课堂的“传递”功能主要在数学课程中实现，经典数学理论的学习尤其如此。数学实验课是在传统的数学课的基础上展开的，数学实验课不能代替，也代替不了数学课传授知识的主渠道功能。数学实验课是数学课重要的和必要的补充，没有这个“补充”，我们很难走出“传统数学教学”的困境，很难优化数学课的“传授”功能，很难提升数学教育的品质。

本教材使用的有关说明：

1. 本教材读者对象：高职高专一、二年级学生；
2. 本教材用途：本书是用计算机实现高等数学(或微积分)、线性代数与线性规划、概率论与数理统计基础数学课程基本数学计算的基本方法的介绍，所以是“数学实验”类书籍，它是用于辅助学习数学基础课程的，故名曰《数学实验基础》；
3. 教材难度定位的理由：
  - (1) 以高等数学为例，课程的目的和任务是：“逐步培养学生具有比较熟练的基本运算能力和自学能力、初步抽象概括问题的能力以及一定的逻辑思维能力”。学生“怕数学”的症结就是怕繁难的数学计算。因此无论从课程的目的、任务，还是学生学习困难的现实出发，我们都应该把计算机辅助数学计算作为教学的重点之一，所以本书编著的宗旨之一就是：只求能说明基本计算的计算机实现方法，我们并不追求理论上的系统性、完整性；
  - (2) 考虑的数学课程总学时的限制，打\*号的章节和例题为选修内容；
  - (3) 尽量努力保证实现“传统的数学课程以教师讲为主，《数学实验基础》以学生操作为主，教师在实验课上要少讲”的授课目标。例如一个例题中有5~6个小题目，教师只选择性地讲1~2个，其余的留给学生去操练；
  - (4) 通过《数学实验基础》课，要让学生感觉“数学容易学”；
  - (5) 每章最后一个实验是数学应用实验，有些就是一步建模问题，为“用数学”开了一个窗口，以培养学生的创新意识和数学应用的意识。

本书选择了界面友好、易学、易教的 Maple、Matlab、Mathcad 数学软件，整合成数学实验基础教材。由于各软件中的运算命令用相应的英文词汇表示，所以多数运算命令在各软件中只是表示的格式有所不同，我们选择哪个软件写哪段内容的原则是：这个软件是否能简洁、完整地表现这段内容，是否易教、易学，因为这是在数学课的基础上展开的计算

技术的探索，所以并未追求各章节理论上的完整性。

此外，每章安排了一定的习题以备练习之用，练习题没有附答案，这是由于这些计算都是基本计算，通过计算机本身可以进行相互验证，加上已有的解析运算技能，我们完全可以得知一道题目答案的对错。例如导数求得对不对，可以求不定积分、作导函数图像，再验证点导数值等。又如在 Mathcad 中解题，如果运算程序出错，系统以红色指令提醒，一般程序对了，结果不会错。解方程的问题是例外，但我们提示可以用图像来验根。总之，不给答案有利于提升思维的品质。

合理利用计算机技术，推动数学教学改革，有利于激发高校学生对数学课的学习兴趣，有效地克服大学生对数学课普遍的畏难情绪。大面积提高数学课的教学质量，推动全民族数学文化的发展无疑是当前数学教学改革的重要课题。数学基础课、数学实验基础与数学实验(指高级阶段)、数学建模分层次教学，分级递进，打好基础，发展能力，使不同专业的学生都能学好满足各自未来职业需要的数学，让广大学生都分享计算技术进步的成果，这正是本书编著的初衷。

本教材除了可以用作专科院校的数学必修教材或选修教材，也适合大、专院校有个人电脑的同学作自学或预习上述“数学课”的辅助读物之用。本教材也可以做少学时专业的数学建模的培训教材。

本教材的第 9 章和附录 A 及第 6 章后的问题研究，由沈跃云编写；第 5 章和第 6 章，由韩鑫编写；其余各章及各章后(除第 6 章外)的问题研究由李继玲编写。全书由李继玲负责统稿。

本教材的编撰过程中，江苏经贸职业技术学院科研处、教务处给予了有力支持和指导，我们在此表示诚挚的谢意；真诚地感谢东南大学朱道元教授的有益指导；我们也特别感谢清华大学出版社的林章波老师对本书倾注的热情和心血，感谢他提出了许多有益的意见和建议；在本书编著的准备阶段，对吴之洪老师、崔建宁老师、刘凤云老师、张荣久先生、章奕定先生、查进道老师、薛敏老师给予的帮助，在此一并致谢！

编写《数学实验基础》教材，是一项全新的尝试，由于水平有限、缺乏经验，问题在所难免。希望各位专家、同行及广大读者批评指正。

作者

2003 年 7 月

# 目 录

第 1 章 初等代数 .....	1
实验一 数的运算 .....	1
实验二 式的运算 .....	8
实验三 解方程(组)和不等式(组) .....	13
实验四 百鸡问题——不定方程的解 .....	25
习题一 .....	26
第 2 章 函数的极限与连续 .....	29
实验一 函数图像及性质 .....	29
实验二 函数的极限与连续 .....	38
实验三 $\pi$ 的计算 .....	46
习 题 二 .....	52
第 3 章 一元微积分 .....	55
实验一 导数 .....	55
实验二 导数的应用 .....	65
实验三 不定积分与定积分 .....	80
实验四 陈酒出售的最佳时机 .....	89
习题三 .....	92
* 第 4 章 数值积分与微分 .....	95
实验一 数值积分 .....	95
实验二 数值微分 .....	100
实验三 人口增长率的研究 .....	108
习题四 .....	110
第 5 章 常微分方程 .....	112
实验一 微分方程的通解 .....	112
实验二 微分方程的特解 .....	116
实验三 核废料处理问题的建议 .....	120
习题五 .....	125
第 6 章 向量代数与空间解析几何 .....	127
实验一 空间点、线、面的建立 .....	127

实验二 空间点线面的位置关系 .....	130
实验三 向量代数 .....	136
实验四 等位基因的“距离” .....	138
习题六 .....	139
第7章 多元函数的微积分 .....	141
实验一 二元函数的微分 .....	141
实验二 二元函数的积分 .....	148
实验三 沙滩座椅外形的设计 .....	152
习题七 .....	155
第8章 无穷级数 .....	157
实验一 常数项级数 .....	157
实验二 幂级数 .....	163
实验三 雪花的周长与面积 .....	169
习题八 .....	172
第9章 线性代数与线性规划 .....	175
实验一 矩阵运算 .....	175
实验二 线性方程组的解 .....	181
实验三 线性规划 .....	189
实验四 投资决策——非线性规划 .....	200
习题九 .....	202
第10章 概率统计与回归分析 .....	205
实验一 随机事件的概率 .....	205
实验二 随机变量的概率分布 .....	207
实验三 随机变量的数字特征 .....	216
实验四 区间估计和假设检验 .....	221
*实验五 回归分析 .....	228
实验六 电容器电压值的测定 .....	234
习题十 .....	236
附录A 软件命令简介 .....	239
附录B 参考书目 .....	247

# 第 1 章 初 等 代 数

## 实验一 数 的 运 算

问题：

数的运算是数学运算的基础，打好用 Maple 语句进行数的计算的基础，不但有利于理解 Maple 的数学计算，也同样有利于理解其他软件的数学计算，基础性的工作是不容忽视的。

实验目的：

在 Maple 环境下进行对实数的近似计算和精确计算、近似值和精确值的相互转化；学会整数、复数的有关计算；利用序列、串行、集合的概念进行关于数列的计算。

实验准备：

### 1. Maple 简介

Maple 是 1980 年由加拿大 Waterloo 大学开发出来的数学计算软件，经过多年的研究测试，Maple 已经发展成为相当成熟的数学软件，在处理各种计算时不仅可以求出数值解，还具有优秀的符号计算功能，方便快捷的二维、三维作图功能是它的另一特色。本书仅围绕数学课程的基本运算列举 Maple 命令及用法，如果读者需要了解更多的信息，除了检索附录 A，还可以通过 Maple 提供的在线帮助系统来查询，或访问 <http://www.maplesoft.com> 来解决。

### 2. Maple 安装和启动

Maple 软件安装如下：

- (1) 将光盘插入光驱；
- (2) 在光盘的根目录下找到 Maple7 的安装文件 setup.exe；
- (3) 用鼠标双击该安装文件，按提示逐步安装；
- (4) 安装完成后，在程序栏里就有了 Maple7 选项。

选择“开始”“程序”“Maple7”，便出现了 Maple7 的命令窗口，只要单击桌上的 Maple 图标，即可出现工作区，在工作区的提示符“>”后输入算式就可以进行数字计算。

Maple 以界面友好而著称。Maple 对运算做如下分类：数值运算和符号运算，我们仍沿用数学课的习惯，分别称为：数的运算和式的运算，实验一介绍数的运算，实验二介绍式的运算。

### 3. 数值运算的概念

凡是满足整系数代数方程  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$  的数都称为代数数，不是代数数的数就是超越数。我们也可以按某数是否是整系数代数方程的根，把数作如下分类：

$$\text{复数} \begin{cases} \text{实数} \begin{cases} \text{实代数数} \\ \text{实超越数} \end{cases} \\ \text{虚数} \end{cases}$$

“超越数”这一名词是欧拉首先引入的，意思是“超越代数方法的能力”得到的数。

例如： $-2$ 、 $\frac{5}{3}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sin \frac{\pi}{6}$  等都是代数数，而  $\pi$ 、 $e$ 、 $\sin 2$  等都是超越数。代数无理数和超越数都是无限不循环小数，而计算机所表示的有效数字的位数总是有限的，加上实际问题中往往没有必要或没有可能得出精确的计算结果，这样不可避免地产生了近似计算。

我们把整数和诸如  $\sqrt{2}$ 、 $3/5$ 、 $\sin 2$ 、 $e$ 、 $\pi$  的数称为精确数。如果数值运算的结果为一个精确数，我们称这种运算为精确运算。一些运算结果不可能或没有必要得到精确值，而用近似数表示，称这种运算为近似运算。这里我们把精确运算和近似运算统称为数值运算。

为了进一步研究数的运算，我们先来熟悉 Maple 中有关的符号。

### 4. Maple 中有关符号及命令

Maple 关于数的关系符号和基本运算符号，如表 1.1 所示。

表 1.1 关系符号和运算符号

运算符号	关系符号	运算符号	关系符号
=	等于	+	加
<>	不等于	-	减
<	小于	*	乘
>	大于	/	除
<=	小于或等于	**	乘方
>=	大于或等于	sqrt()	开方

$a+a$  比  $2a$ ， $x*x$  比  $x^2$ ， $0.5*k$  比  $\frac{k}{2}$  要节省运算时间，而“+、-、\*、/、^”都是计算机能直接执行的运算，这些运算耗时少，计算机上不能直接执行的运算较多，常见的有开方运算、超越函数运算、极限运算、微积分运算，在计算时我们要充分利用耗时少的运算。

有些常数在 Maple 中的表达与习惯的不一样，在计算时要特别注意。

#### 1) Maple 中的数学常数

Pi	$\pi$ ( $\pi \approx 3.141592654$ ) ;
exp(1)	E 或 e ( $e \approx 2.718281828$ ) ;
infinity	$\infty$ (无穷大) ;
I	虚数 i ( $i = \sqrt{-1}$ ) ;

`sqrt(2)`  $\sqrt{2}$ 。

Maple 用 E 或 e 来表示 10 的若干次幂，例如：0.652E8 或 0.652e8 表示  $0.652 \times 10^8$ 。  
Maple 把用小数或科学记数法的形式表示的数叫浮点数。

## 2) 确定浮点数精度的命令

`evalf(num)` 把精确数 num 化成浮点数，默认 10 位有效数字；  
`evalf(num, n)` 把精确数 num 化成具有 n 位有效数字的浮点数，默认 10 位有效数字；  
`Digits` 浮点数的精确度，默认值为 10 位有效数字；  
`Digits:=n` 设定浮点数有 n 位有效数字。

这里，前两个命令是函数命令，函数命令后面有“()”；后面两个命令是系统变量，系统变量的第一个字母要大写。注意 Maple 是区分大小写的，例如 Digits 与 digits 是两个不同的变量。

把分数转化成浮点数，可用命令 `evalf()`来完成，反之把浮点数转换成近似分数可以用命令 `convert()`完成。

## 3) 浮点数转换分数的命令

`convert(float, rational)` : 将浮点数 float 转换成近似分数，默认精度为 10 个位数的有效数字。  
`convert(float, rational, n)` : 将浮点数 float 转换成具有 n 个位数有效数字的近似分数。

实验演示：

例 1 说出下列各语句的计算式是近似计算还是精确计算。

(1) `> 2+3;`

5

(2) `> 2+3.;`

5.

(3) `> sqrt(2);`

$\sqrt{2}$

`> evalf(sqrt(2));`

1.414213562

(4) `> 20/3-2;`

$\frac{14}{3}$

(5) `> sqrt(8);`

$2\sqrt{2}$

(6) `> exp(2/3);`

$$e^{(2/3)}$$

(7) > evalf(%);

1.947734041

(8) > (a+2)\*3;

$$3a + 6$$

解:(2)、(3)中的、(7)是近似计算,其余的是精确计算,其中(8)也叫符号计算,Maple 擅长于符号计算。

每条完整的 Maple 语句后面要以“;”或“:”结尾,如果没有结尾符号,Maple 将一直等待,直到遇到结尾符号才结束当前语句,显示运算结果。

以上计算表明:一般情况下 Maple 作精确计算,只有得到指令才把结果用小数作近似表达,或计算式中原来就有小数参加运算,结果也会以小数作近似表达。

例 2 求下列各题的 20 位浮点数。

(1)  $\pi$ ; (2)  $100!$ ; (3)  $e$ ; (4)  $2^{100}$ 。

解:

> Digits:=20;

Digits := 20

(1) > evalf(Pi);

3.1415926535897932385

(2) > evalf(100!);

.93326215443944152682 10<sup>158</sup>

> Digits:=10;

# 改回系统默认精确度

Digits := 10

> Digits;

10

使用命令“Digits=”后要把系统默认的精确度再改回来,一般不要改变系统的默认值。

(3)、(4)两题由读者自己完成。

例 3 将下列各数转换成具有 12 位有效数字的近似分数。

(1)  $\pi$ ; (2)  $e$ ; (3)  $\sqrt{2}$ 。

解:

> Digits:=12;

Digits := 12

(1) > evalf(Pi);

3.14159265359

> convert(%, rational, 12);

$$\frac{312689}{99532}$$

(2)、(3)由读者完成。

#### 4) 整数、复数的运算

Maple 关于整数、复数的运算命令如下：

- `igcd(x1, x2, ...)`：求出  $x_1, x_2, \dots$  的最大公因子；
- `ilcm(x1, x2, ...)`：求出  $x_1, x_2, \dots$  的最小公倍数；
- `ifactor(n)`：把整数  $n$  分解质因数；
- `I`：虚数单位；
- `length`：计算某个数的长度；
- `conjugate(z)`：复数  $z$  的共扼复数；
- `Re(z)`、`Im(z)`：复数  $z$  的实部、虚部；
- `expand`：展开计算；
- `argument(z)`：求复数  $z$  的辐角；
- `abs(z)`：复数  $z$  的模；
- `evalc`：求复数表达式的值；
- `simplify`：化简数或式的计算结果；
- `convert`：小数与分数之间的转换、表达式的转换……；
- `rand()`：产生 12 个位数的随机整数；
- `rand(a..b)()`：产生  $a$  到  $b$  之间的随机整数；
- `iquo(m,n, 'r')`：计算  $m/n$  的整数商，并将余数存于变量  $r$  中。

例 4 解答下列各题。

- (1)  $3^{200}$  是多少位整数？用 20 位浮点数表示它。
- (2) 求 246, 348, 624 的最大公约数、最小公倍数，并把最小公倍数进行质因数分解。
- (3) 求  $p=\text{rand}()$ ,  $q=\text{rand}(1..9)()$ ，并求  $p$  与  $q$  的商及余数。
- (4) 求  $(2+3i)(5+2i)$  的实部、虚部系数、模和辐角。

解：

- (1) `> 3^200;`  
`265639888758747693387813220357796268292334526533944959745749617390\`  
`9249090130282994384699044001`  
`> length(%);`  

$$96$$
`3^200 是 96 位整数；`  
`> evalf(%);` `#系统默认 10 位有效数字`  

$$.2656139889 \quad 10^{96}$$
`> evalf(3^200, 20);`  

$$.26561398887587476934 \quad 10^{96}$$
- (2) `> igcd(246, 348, 624);`

```

> lcm(246 , 348 , 624);
                                741936
> ifactor(%);
                                (2)4(3) (13) (29) (41)
(3) > p:=rand();
                                p:=343633073697
> q:=rand(1..9);
                                q:=6
> iquo(p , q , 'r');
                                57272178949
                                3

```

即商为 57272178949，余数为 3。

```

(4) > (2+3*I)*(5+2*I);
                                4 + 19I
> Re(%), Im(%);
                                4,19
> abs(%%);
                                 $\sqrt{377}$ 
> conjugate(2+3*I)*(5+2*I);
                                16 - 11I
> argument(%);
                                 $-\arctan\left(\frac{11}{16}\right)$ 
> evalc((2+3*I)*(5+2*I));
                                4 + 19I

```

### 5) 序列、串行与集合

序列(sequences)、串行(lists)与集合(sets)是重要的数据类型，多了解它们有助于多种运算的表达及运算结果的表达。

序列是用逗号把一系列的数字或表达式隔开而形成的一种数据类型，元素是有次序的、可重复的；序列的一个重要用途是可以把它当成函数的自变量。把序列用[]括起来就成为串行(list)。

把序列用{}括起来就成为集合(set)。集合里的元素仍然具有确定性、互异性和无序性。

例 5 说出下列数据类型。

解：

(1)  $> (2*a, b^3, \sin(5*x));$

$2a, b^3, \sin(5x)$

(2)  $> 7, 4, 5, 5, 3;$

$7, 4, 5, 5, 3$

(3)  $> [%];$

$[7, 4, 5, 5, 3]$

(4)  $> \{\%\%\};$

$\{3, 4, 5, 7\}$

(1)、(2)是序列，(3)是串行，(4)是集合，从中我们清楚地看到这三者中元素性质的区别。

 **注意：** Maple 总是把集合中的元素从小到大排列起来。

下面是关于序列、串行与集合的运算命令：

$\text{seq}(f(i), i=m..n)$  产生序列  $f(i)$ ，其中  $i$  从  $m$  取到  $n$ ；

$\text{add}(f(i), i=m..n)$  计算  $\sum_{i=m}^n f(i)$ ；

$\text{mul}(f(i), i=m..n)$  计算  $\prod_{i=m}^n f(i)$ 。

以上三个命令中  $m, n$  均是正整数，当  $m, n$  中有字母时  $\text{add}()$ 、 $\text{mul}()$  要相应地改为  $\text{sum}()$  和  $\text{product}()$ 。

$\text{add}(i, i=[a_1, a_2, \dots, a_n])$  计算  $a_1+a_2+\dots+a_n$ ；

$\text{mul}(i, i=[a_1, a_2, \dots, a_n])$  计算  $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n$ 。

例 6 已知数列： $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \Lambda$ ，请你把这个数列的前 10 项写成序列、串行和

集合，再求：

(1)  $s_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \Lambda + a_{10}$ ；

(2)  $s_k = a_1 + a_2 + a_3 + \Lambda + a_k$ ；

(3)  $p_{10} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \Lambda \cdot a_{10}$ ；

(4)  $p_k = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \Lambda \cdot a_k$ 。

解：数列的通项公式为  $f(n) = \frac{n}{2^n}$ ，由序列运算的命令得：

$> \text{seq}(i/(2^i), i=1..10);$  #求出序列：

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \frac{3}{32}, \frac{7}{128}, \frac{1}{32}, \frac{9}{512}, \frac{5}{512}$

$> \text{al}:=[%];$  #写出串行：

$\text{al} := \left[ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \frac{3}{32}, \frac{7}{128}, \frac{1}{32}, \frac{9}{512}, \frac{5}{512} \right]$

> s:={%%}; #写出集合:

$$s := \left\{ \frac{1}{2}, \frac{9}{512}, \frac{5}{512}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \frac{3}{32}, \frac{7}{128}, \frac{1}{32} \right\}$$

(1) > add(i/(2^i), i=1..10);

$$\frac{509}{256}$$

这是求序列的和，下面再求串行的和：

> add(i, i=[%%]);

$$\frac{509}{256}$$

(2) > add(i/(2^i), i=1..k);

Error, unable to execute add

“add”只进行数值求和，由于该语句*i*的取值范围已属于符号运算，所以出错，需在Maple中对运算作如下分类改用“sum”命令求和。

> sum(i/(2^i), i=1..k);

$$-2\left(\frac{1}{2}\right)^{(k+1)}(k+1) - 2\left(\frac{1}{2}\right)^{(k+1)} + 2$$

> simplify(%);

$$-2^{(-k)}k - 2^{(1-k)} + 2$$

和求得对不对呢？我们做个实验：

> f:=k->-2^(-k)\*k-2^(1-k)+2;

$$f := k \rightarrow -2^{(-k)}k - 2^{(1-k)} + 2$$

> f(10);

$$\frac{509}{256}$$

这个和与用“add”命令求出的和是一致的，所以 $S_k = -2^{(-k)}k - 2^{(1-k)} + 2$ 。

现在，无论你是否知道数列的通项，都可以很快地求出数列的和与积了。(3)和(4)两题留给读者完成。

## 实验二 式的运算

问题：

为了顺利地利用计算机软件学习以后各章的相关内容，先要学会基本的代数式运算。由于Maple、Mathcad、Matlab及Mathematica的基本代数运算的命令一般是用相应的英语词汇，所以基本运算的命令一般也是一样的，本章介绍过的运算，以后我们在后续各章中不

再介绍了。

实验目的：

在 Maple 环境下会进行整式、分式的化简、因式分解、化分式为部分分式的形式等常见代数式运算；会解方程(组)、不等式(组)。

实验准备：

作为数学计算软件，Maple 最突出的特点就是能够进行符号运算，也就是让计算机能像人一样进行数字、字母甚至带参变量代数式的运算，使得到的结果是准确值，当然根据需要也可以是近似值。

我们可以用符号“:=”对变量赋值，变量的值可以是数字、字符或表达式。

下面是多项式运算中常用的命令：

expand(expr) :	将表达式 expr 展开；
collect(expr, x) :	将 expr 合并同类项；
sort(poly) :	降幂排列多项式各项；
factor(expr) :	将 expr 因式分解；
simplify(expr) :	将 expr 化简；
simplify(expr, n1, n2, ...):	将 expr 按指定的函数类别化简。
指定的函数类别有：	
trig— :	三角函数；
radical— :	指数为分数的数或函数；
power— :	指数函数(或含 ln 与 exp 的函数)；
simplify(expr, siderel) :	根据关系式 siderel 将 expr 化简；
simplify(expr, assume=prop) :	依据假设 assume 来化简；
simplify(expr, symbolic) :	化简含有根号的式子而不管根号里变量的正负问题；
tcoeff(ploy) :	找出多项式 ploy 里最低次项的系数；
tcoeff(ploy, x) :	以 x 为未知数，找出多项式 ploy 里最低次项的系数；
coeff(poly, var, ) :	查看多项式中变量 var 项的系数；
coeffs :	查看多项式所有项的系数；
numer :	求有理式的分子。

实验演示：

例 1 把多项式  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 8$

- (1) 按  $x$  降幂排列；
- (2) 按  $x$  合并同类项；
- (3) 在实数域内因式分解。

解：

- (1) `> sort(x^2-4*x*y+4*y^2-6*x+12*y+8,x);`

$$x^2 - 4yx - 6x + 4y^2 + 12y + 8$$

- (2) `> collect(%,x);`

$$x^2 + (-6 - 4y)x + 12y + 8 + 4y^2$$

(3) > factor(%);

$$(x - 2 - 2y)(x - 4 - 2y)$$

例 2 设  $f(x)=2x^5 + x^4 + 3x^3 - x^2 + x - 6$  ,  $g(x)=2x^4 - 3x^2 + 6x^3 - 2x + 9$ 。

(1) 求  $h(x)$  , 使  $h(x)=3f(x)+2g(x)$  ;

(2) 求  $f(x)$ 与  $x^2 + x - 2$  的最大公因式 ;

(3) 求  $p(x)$  , 使  $p(x) = g(x) \cdot h(x)$  , 再把  $p(x)$  因式分解 ;

(4) 不展开积式 , 求  $f(x) \cdot g(x)$  的首项、尾项、各项系数及降幂排列的多项式。

解 :

(1) > f:=sort(3\*x^3+2\*x^5-x^2+x^4-6+x);

$$f := 2x^5 + x^4 + 3x^3 - x^2 + x - 6$$

> g:=sort(2\*x^4-3\*x^2+6\*x^3-2\*x+9);

$$g := 2x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 2x + 9$$

> h:=3\*f+2\*g;

$$h := 6x^5 + 7x^4 + 21x^3 - 9x^2 - x$$

(2) > gcd(f,x^2+x-2);

$$x - 1$$

(3) > p(x):=g\*h;

$$p(x) := (2x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 2x + 9)(6x^5 + 7x^4 + 21x^3 - 9x^2 - x)$$

> sort(expand(%));

$$12x^9 + 50x^8 + 66x^7 + 75x^6 - 79x^5 + 42x^4 + 210x^3 - 79x^2 - 9x$$

> factor(%);

$$x(6x^4 + 7x^3 + 21x^2 - 9x - 1)(2x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 2x + 9)$$

(4) 求首项系数正确的命令输入 :

>coeff(f\*g,x,q)

4

求尾项系数的命令输入 :

> tcoeff(f\*g);

-54

求第六项的系数 :

> coeff(f\*g,x,6);

9

求多项式中各项的系数 :

> coeffs(expand(f\*g));