电子图书
信息技术的结晶
人类文明的载体
网络的基本资源

译丛序言

数学，这门古老而又常新的科学，正阔步迈向 21 世纪．

回顾即将过去的世纪，数学科学的巨大发展，比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位．数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透，并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时，数学作为一种文化，已成为人类文明进步的标志．因此，对于当今社会每一个有文化的人士而言，不论他从事何种职业，都需要学习数学，了解数学和运用数学．现代社会对数学的这种需要，在未来的世纪中无疑将更加与日俱增。

另一方面，20 世纪数学思想的深刻变革，已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路．面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法，门外汉往往只好望而却步．这样，提高数学的可接受度，就成为一种当务之急．尤其是当世纪转折之际，世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作，国际数学联盟（IMU）还专门将 2000 年定为“世界数学年”，其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解，特别是被普通公众所了解”．

一般说来，一个国家数学普及的程度与该国数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础．随着中国现代数学研究与教育的长足进步，数学普及工作在我国也受到重视．早在 60 年代，华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读物，激发了一代青少年学习数学的兴趣，影响绵延至今．改革开放以来，我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力．但总体来说，我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距．我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平，数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务．为此，借鉴外国的先进经验是必不可少的．

《通俗数学名著译丛》的编辑出版，正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物，推动国内的数学普及与传播工作，为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量．丛书的选题计划，是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的.所选著述,基本上都是在国外已广为流传、受到公众好评的佳作．它们在内容上包括了不同的种类，有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用；有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧；有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系；……等等，试图为人们提供全新的观察视角，以窥探现代数学的发展概貌，领略数学文化的丰富多采．

丛书的读者对象，力求定位于尽可能广泛的范围．为此丛书中适当纳入了不同层次的作品，以使包括大、中学生；大、中学教师；研究生；一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益．即使是对于专业数学工作者，本丛书的部分作品也是值得一读的．现代数学是一株分支众多的大树，一个数学家对于他所研究的专业以外的领域，也往往深有隔行如隔山之感，也需要涉猎其他分支的进展，了解数学不同分支的联系．

需要指出的是，由于种种原因，近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气，有关选题逐年减少，品种数量不断下降．在这样的情况下，上海教育出版社以迎接 2000 世界数学年为契机，按照国际版权公约，不惜耗资购买版权，组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》，这无疑是值得称道和支持的举措．参加本丛书翻译的专家学者们，自愿抽出宝贵的时间来进行

这类通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作，同样也是值得肯定与提倡的．

像这样集中地翻译、引进数学科普读物，在国内还不多见．我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作，使《通俗数学名著译丛》出版成功．

让我们举手迎接 2000 世界数学年，让公众了解、喜爱数学，让数学走进千家万户！

《通俗数学名著译丛》编委会

1997 年 8 月

数学是一种科学，一种语言，一种艺术，一种思维方法．它出现于自然界、艺术、音乐、建筑、历史、科学、文学——其影响遍及于宇宙间的方方面面……

关于作者

数学教师和顾问 T · 帕帕斯于 1966 年在伯克莱取得了加利福尼亚大学的文学士学位，而于 1967 年获斯坦福大学的文学硕士学位．她致力于使数学非神秘化，并帮助人们排除认为数学高不可攀而害怕与之接近的畏惧心理．

除了《数学趣闻集锦（上、下）》外，她还创作了《数学日历》、《儿童数学日历》、《数学 T 恤衫》、《数学知识日读》等通俗读物．此外，她还写有《你看到什么？》（这是一本介绍视幻觉的书）、《数学漫话》、《数学鉴赏》、《大数及其他数学故事》、《分形》、《数学魔术》等著作．

根据大世界出版社 1996 年第 2 版第 15 次印本译出，
本书中文版权由上海市版权代理公司帮助取得

通俗数学名著译丛
数学趣闻集锦（上）
[美]T·帕帕斯著
张远南 张 昶译
上海教育出版社出版发行
（上海永福路 123 号）
（邮政编码：200031）
各地新华书店经销 上海市印刷三厂印刷
开本 850×1156 1/32 印张 8．5 插页 4 字数 202， 000
1998 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 2 次印刷
印数 5，201—8，250 本
ISBN7-5320-6040-3/G·6195 定价：(软精)11.70 元

数学趣闻集锦（上）

十进制的演化

早期的计数形式，并没有位置值系统[1]．约于公元前 1700 年，60 进位制开始出现，这种进制给了米索不达米亚人很大的帮助．米索不达米亚人发展了它，并将它用于他们的 360 天的日历中．今天人们已知的最古老的真正的位置值系统是由古巴比伦人设计的，而这种设计获自幼发拉底河流域人们所用的 60 进制．为了替代所需要写的，从 0 至 59 这六十个符号，他们只用了两个记号，即用表示 1，而用表示 10．可以用它们施行复杂的数学计算，只是其中没有设置零的符号，而是在数的左边留下一个空位表示零．

大约在公元前 300 年，一种作为零的符号或开始出现，而且 60 进制也得以广泛发展．在公元后的早些年，希腊人和印度人开始使用十进制，但那时他们依然没有位置的记数法．为了计算，他们利用了字母表上的头十个字母．而后，大约于公元 500 年，印度人发明了十进制的位置记数法．这种记数法放弃了对超过 9 的数采用字母的方法，而统一用头九个符号．大致于公元 825 年左右，阿拉伯数学家阿尔·花拉子米写了一本有关对印度数字仰慕的书．

十进制传到西班牙差不多是 11 世纪的事，当时西阿拉伯数字正值形成．此时的欧洲则处于疑虑和缓慢改变的状态．学者和科学家们对十进制的使用表示沉默，因为它用并不简单的方法表示分数．然而当商人们采用它之后，便逐渐变得流行起来，而且在工作和记录中显示出无比的优越性．后来，大约在 16 世纪，小数也出现了．而小数点，则是 J·纳皮尔于公元 1617 年建议推广的．

或许，将来会有一天，随着我们的需要和计算方法的改变，一个新的系统将替代我们现有的十进制！

[1] ①原注：位置值系统是这样一种数的系统，每个数字所安放的位置，影响和改变该数字的值．例如，在十进制中数 375 中的数字 3，它的值不是 3，而因为它位于百位的位置，所以其值为 300．

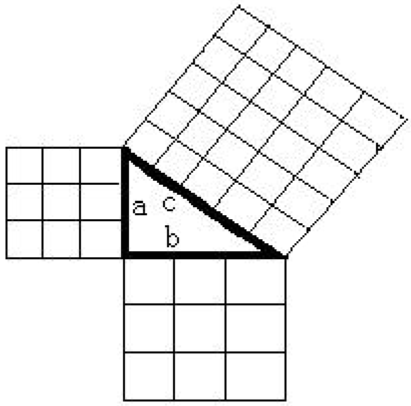
毕达哥拉斯定理

任何一个学过代数或几何的人，都会听到毕达哥拉斯定理．这一著名的定理，在许多数学分支、建筑以及测量等方面，有着广泛的应用．古埃及人用他们对这个定理的知识来构造直角.他们把绳子按 3,4 和 5 单位间隔打结，然后把三段绳子拉直形成一个三角形．他们知道所得三角形最大边所对的角总是一个直角（$3^2+4^2=5^2$）．

毕达哥拉斯定理：

给定一个直角三角形，则该直角三角形斜边的平方，等于同一直角三角形两直角边平方的和．

$$a^2+b^2=c^2$$



反过来也是对的：

如果一个三角形两边的平方和等于第三边的平方，则该三角形为直角三角形．

虽然这个定理以后来的希腊数学家毕达哥拉斯（大约公元前 540 年）的名字命名，但有证据表明，该定理的历史可以追溯到毕达哥拉斯之前 1000 年的古巴比伦的汉漠拉比年代．把该定理名字归于毕达哥拉斯，大概是因为他第一个对自己在学校中所写的证明作了记录．毕达哥拉斯定理的结论和它的证明，遍及于世界的各个大洲、各种文化及各个时期．事实上，这一定理的证明之多，是其他任何发现所无法比拟的！

视幻觉与计算机绘图

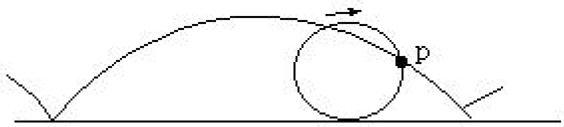
绘图是人们用计算机探索的又一个领地．下图的视幻觉，是用计算机绘制的斯洛德楼梯．

它属于一种振动错觉的范畴．

我们的理解力和悟性受过去的经验和暗示的影响．最初的理解取决于我们观察一个物体的方式．当经过一定时间后，观点便可能发生改变．时间的因素会影响我们的注意力，并很快对最初的视觉焦点感到厌烦．在斯洛德的幻影中，看久了对楼梯的感觉会猝然出现倒置．

摆　线

摆线是数学中众多的迷人曲线之一．它是这样定义的：一个圆沿一直线缓慢地滚动，则圆上一固定点所描出的轨迹称为摆线．



摆线最早可见于公元 1501 年出版的 C·鲍威尔的一本书中．但在 17 世纪，大批卓越的数学家（如伽利略，帕斯卡，托里拆利，笛卡儿，费尔马，伍任，瓦里斯，惠更斯，约翰·伯努里，莱布尼兹，牛顿等等）热心于发现这一曲线的性质．17 世纪是人们对数学力学和数学运动学爱好的年代，这能解释人们为什么对摆线怀有强烈的兴趣．在这一时期，伴随着许多发现，也出现了众多有关发现权的争议，剽窃的指责，以及抹煞他人工作的现象．这样，作为一种结果，摆线被贴上了引发争议的“金苹果”和“几何的海玲”的标签[①]．

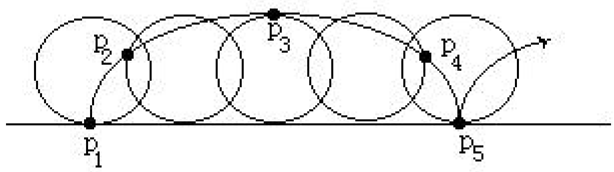
17 世纪，人们发现摆线具有如下性质：

1．它的长度等于旋转圆直径的 4 倍．尤为令人感兴趣的是，它的长度是一个不依赖于π的有理数．

2．在弧线下的面积，是旋转圆面积的三倍．

3．圆上描出摆线的那个点，具有不同的速度——事实上，在 P_5 的地方它甚至是静止的．

4．当弹子从一个摆线形状的容器的不同点放开时，它们会同时到达底部．



图中每个圆代表旋转圆每转四分之一时的位置．注意从 P_1 到 P_2 这四分之一转，要比从 P_2 到 P_3 这四分之一转短得多．结果，从 P_2 到 P_3 点必须加速，以使得在同样长时间内走得更远．

在必须改变方向的地方，如 P_5，点处于静止。

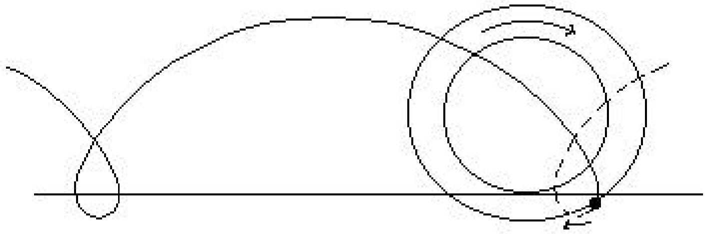
有许多与摆线有连带关系的令人迷惘的悖论．其中火车悖论格外引人关注：

——在任一瞬间，一辆移动的火车绝不可能整个地都朝机车拖动的方向移动．米车上总有一部分是朝火车运动的相反方向移动！

这个悖论能够用摆线加以说明．这里形成的曲线称为长幅摆线——该曲线由旋转轮外沿的固定点描出．下图显示出当火车的车轮向右滚动的时候，它凸出部分外沿的点，却沿长幅摆线的轨迹向左方向（相反的方向）移动．

---

① 译者注：引发争议的“金苹果”和“海玲”都是引自希腊的神话．海玲是 Zeus 与 Leda 之女。因被 Paris 所拐而引起了特洛伊战争，所以有“祸根”之意．这里暗指摆线是引发争议的祸根．

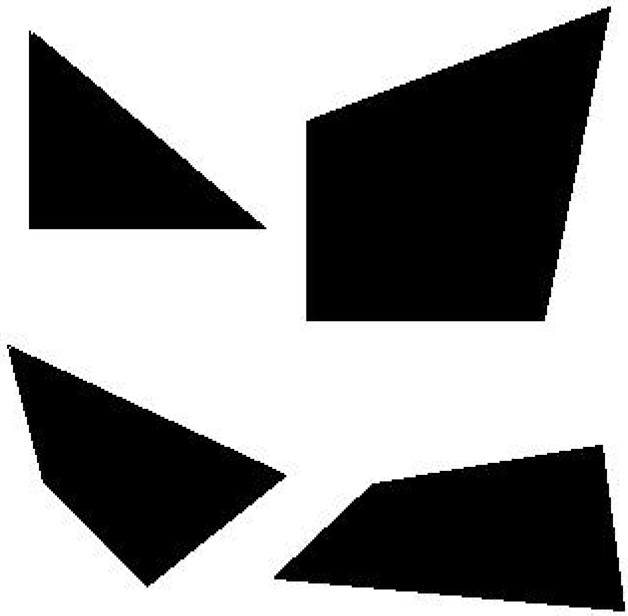


三角形变为正方形

德国数学家大卫·希尔伯特（David Hilbert， 1862—1943）第一个证明了，任何一个多边形都可以通过切为有限块而把它变换为另一个面积相等的多边形．

上述定理可以用著名的英国谜题专家 H·E·杜登尼（HenryErnest Dudeney，1847—1930）的一个谜题加以说明．杜登尼把一个等边三角形通过切为四块，变为一个正方形．

这里有四块，把它们拼在一起，先组成一个等边三角形，然后再组成一个正方形．



哈雷彗星

天体的轨道是这样一种观念：它应能很容易用方程或它们的曲线加以描述．研究曲线图有时能够揭示轨道的循环和周期．

这里提到的哈雷彗星，便是一例．

直至 16 世纪，彗星还是一种无法解释的天文现象．它似乎并不遵从太阳系的哥白尼和开普勒定律．公元 1704 年，E·哈雷对各种彗星的轨道进行了颇有成效的研究．在广为收录的资料中，有不少是关于 1682 年的彗星的．他注意到该彗星的轨道与 1607，1531，1456 等年份的彗星穿过天空的同样的区域．由此他得出结论，它们应是同一个彗星，它绕太阳的轨道呈椭圆形，周期约 75 至 76 年．他成功地预测该彗星应于 1758 年回归．它就是后来变得非常著名的哈雷彗星．新近的研究表明，在公元前 240 年，中国人就已记录到

了哈雷彗星．

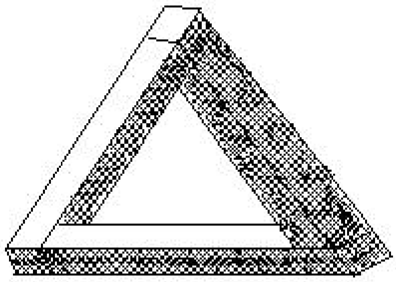
哈雷彗星的每一次出现，其渐渐淡去的彗尾奇观，就像最近 1985—1986 年这一次出现的那样明显．

人们确信，彗星最初是从一些冰体小行星而来．这些冰体小行星绕着太阳，在差不多距太阳 1 至 2 光年的球面上运转．这些小行星是冰块和部分硅酸盐物质微粒的掺合物．在太阳的边缘，处于冰冻的低温，这些小行星绕着太阳以每分钟 3 英里的速度，用 30000000 年的时间绕太阳旋转一周．由于过往其他天体引力的偶然性干扰，使它逐渐落向太阳，并因此改变其圆形的轨道为椭圆形．自从它开始进入太阳的椭圆形轨道，它的部分冰块便开始气化，这就形成了彗尾，它永远指向背离太阳的方向，因为这种尾巴受到太阳风吹拂的缘故．彗尾是气体和少量的微粒的掺合物，它受太阳的照射而发光．彗星在继续运行中如果没有受到木星和土星引力的影响，它将不会改变绕太阳的椭圆形轨道．每一个轨道都带给彗星一次靠近太阳的机会，这时冰融化得更多，从而造成了彗尾的扩展．彗尾使得彗星的尺寸显得更大（一个典型的彗星直径约 10 千米）．在彗星的尾部也漂游着一些陨石，它们最初是嵌在彗星的冰条里的．陨石是彗星分化后在轨道上的残留物．而当它的轨道与地球的轨道巧合时，便造成了流星雨．

不可能的三接棍

许多图案和实例，一旦熟悉起来便觉得当然．在 1958 年英国的《心理学杂志》上，R·朋罗斯发表了他的不可能的三接棍．

他称之为立体的矩形构造：三个直角显示出垂直，但它是不可能存在于空间的．这里三个直角似乎形成一个三角形，但三角形是一个平面而非立体的图形，它的三个角的和为 180°，而非 270°．



新近，朋罗斯推出了一种磁扭线的理论：虽说磁扭是看不见的，但朋罗斯坚信，由于磁扭线之间的互相影响，空间和时间会绞扭在一起．

你能说出为什么海哲的视觉幻影，从数学上讲也是不可能的？

结绳法

印加帝国的领地，是环绕库斯科城的一方地域，那里现在大部分属于秘鲁，还有一部分属于厄瓜多尔和智利．虽然印加人那时还没有一个数学记数系统或一种语言书写法，但他们用结绳的方法，管理着他们长达两千英里的帝国．

结绳法是利用一种十进的位置系统在绳子上打结．在干绳中最远的一行一个结代表 1，次远的一个结代表 10，如此等等．

年间画的秘鲁的结绳法．左下角有一个计算盘，在上面可以用玉米仁来施行计算，而后转换为结绳．在一股绳子上没有结便意味着零．结的尺寸，颜色和形状则记录有关庄稼，产量，租税，人口及其他资料和信息．例如，黄色的绳可用于表示黄金或玉米；又如，在一根表示人口的结绳上，头一套代表男人，第二套代表女人，第三套代表小孩．武器诸如矛、箭、弓等也有着类似的约定．

对于整个印加帝国的帐目，则由一批结绳的记录员来做．这些人过世了，工作由他们的儿子继承．在每一个管理层次都有着相应的记录员，他们各管着某个特定的范畴．

在没有书写记录的年代，结绳法也担负了记载历史的作用．这些历史的结绳，由一些聪明人担任，他们过世了则转给下一代，就像讲故事那样，一代一代地留传了下来．而正是这些原始的计算器——结绳——在他们的记忆库里，系结着印加帝国的信息．

印加的王室道路，从厄瓜多尔到智利，延绵 3500 英里，连接着帝国版图内的各个区域．沿着王室道路由一些职业长跑手传递信息．这些跑手每人负责两英里地段．他们非常熟悉各自道路的细节，因此他们能够以最快的速度日夜地跑．他们接转信息，直至到达要求他们到达的场所．他们服务的项目就是用结绳法联系，以保持印加帝国有关人口的改变，配备，庄稼，领地，可能的反叛，以及其他任何有关的资料．信息每 24 小时更换一次，而且极为精确和切时．

书法、印刷与数学

建筑学、工程学、装潢术和印刷术，是一些几何原理应用的领域．丢勒（Albrecht Dürer）生于 1471 年．卒于 1528 年．在他的一生中，他把自己的几何知识与艺术才华结合在一起，创造出许多艺术形式和艺术方法．他把罗马字母的构造加以系统化，这对于建筑物或碑石上的大写字母的准确和一致，无疑是很根本的．下图显示了丢勒怎样在书写罗马字母中应用几何结构．

今天，计算机科学家们用数学设计了标准的电脑程序，借以产生高质量的印刷和图式．一个突出的例子是，由 Adobe 系统发展而来的 POSTSCRIPT 程序语言，通过激光打印进行工作．

麦粒与棋盘

如果按下述方式在棋盘上放置麦粒，那么共需多少麦粒？

在第一个方格上放一粒麦粒，第二个方格上放两粒，第三

个方格放四粒，第四个方格放八粒，如此等等，每一个新的方格都比先前的方格翻一倍．

（见附录“ 麦粒与棋盘 ”的解答）