

第一章 概论

第一节 数学教育学的研究对象

一、数学教育学的内容

数学教育学是以数学教育作为研究对象的一门学科。数学教育可以在不同的场所，在不同的时间，在不同程度上，采取不同的方式进行。它是整个社会教育的一部分，因此，数学教育有着广阔的社会背景。这样，数学教育学势必成为一门研究内容广泛，理论体系庞大的学科。由于数学教育的具体研究对象由教学、学习、课程所组成，因此，数学教育学这门学科的主体框架包括了数学学习论、数学教学论和数学课程论。

1. 数学学习论

数学学习论以学生的数学学习为研究对象，探索在学校教育的条件下，学生的数学知识、技能和能力是怎样获得的，其间有什么规律。我国著名科学家钱学森说：“教育科学中最难的问题，也是最核心的问题是教育科学的基础理论，即人的知识和应用知识的智力是怎样获得的，有什么规律。解决了这个核心问题，教育科学和教育工作的其他部门都有了基础，有了依据。”

学生的数学学习是一个特殊的认识过程，其特殊性体现在依据一定的教学大纲（课程标准）和教材，在教师的指导、帮助下，有计划有目的地进行学习。而认识过程涉及到学生对情境的感知，进入记忆、思维和想象，从而获得数学知识和技能，并从行为中表现出来。在这个认识过程中，学生的头脑中将输入的感性材料如何进行“加工处理”，发生了什么样的变化，其心理机制如何，都需要从学习心理学的角度进行分析，探索其间的规律。因此，郑毓信先生指出：“从根本上说，深入开展数学学习心理学的研究，直接关系到数学教育学能否成为一门真正的科学。因而，一切数学教育研究最终都需落实于学生的数学学习活动，从而，就只有对学生在学习数学过程中的思维活动有着较为

深入地了解，数学教育学才有可能在科学的基础上得到健康的发展。”

2. 数学教学论

数学教学论以数学教学为研究对象，目的在于揭示数学教学的基本规律，从理论和实践的不同侧面探讨数学教学的基本原理。

按照传统的理解，数学教学是指由数学的教和学两方面组成的活动，并且两者是不可分割的，因而数学教学论的研究必然与数学、教师和学生这三个对象都有着密切的联系。其中心问题应该包括：教师怎样教数学？学生如何学数学？以及数学教学中涉及的数学内容又是哪一些？等等。但是为了进一步揭示数学教学的本质，我们这里所涉及的数学教学论将以教学的一种规定性定义为依据，即教学是指由教师引起、维持以及促进学生学习的的所有行为。因而我们讨论的侧重点将是数学教师如何教数学，而不是学生如何学数学；尤其集中讨论的是有关中学数学教学原则，各种不同教学方法的实施，以及数学课程教学中教师所采用的各种教学技能等，以便使高等师范院校数学系数学教育专业的学生对中学数学教学从理论到实践都有较为清晰、正确的认识，并通过教学实践获得较强的教学能力。

3. 数学课程论

数学课程论的研究对象包括数学课程的目标、数学课程的设计原则、数学课程的实施与评价等问题。

数学课程在任何一个教育体系中都居于中心地位、实力地位。课程是实施教学目标的手段，课程编制得好坏，决定着教育质量的高低，决定着教育目标能否圆满实现。因此，现在许多国家都把课程的研究作为教育科学研究的中心课题，重视课程的研究是当今各国教育科学研究的共同趋势。

数学课程也不例外，它是数学教育的中心课题。国内外数学教育改革的历史表明，数学课程的改革历来是数学教育改革的焦点。当前，新一轮基础教育课程改革正紧锣密鼓地进行，它的实施必将引起学生的学习方式、教师的教学方式的转变，以及教材呈现方式和内容的转变。如何深入进行新一轮中学数学课程改革，无疑这一改革需要在数学课程论的指引下进行。

数学教育学的主体是数学学习论、数学教学论和数学课程论。应该指出，尽管这“三论”分别有各自的研究对象，但是它们之间又有着不可分割的联系。数学教学是根据一定的课程内容来进行的，数学课程论的研究是数学教学论研究的基础，而数学课程的编制又受教、学双方的制约，相应地要受数学教学论与学习论的影响。

二、现代数学教育的发展

在国际、国内的教育领域中，数学教育始终是最活跃的学科之一。学术组织林立，专业会议频繁，各种新理论、新观点层出不穷。数学教育研究队伍日益壮大。

数学教育学是涉及到数学、哲学、心理学、教育学、思维科学、现代教育技术、逻辑学、数学史等多门学科的综合学科。数学教育的现代研究具有以下两个显著特点：

一是数学教育的现代研究开拓了更多的研究方向。如数学教育的测量与评估，数学方法论，现代技术在数学教育中的应用，数学思维教育等。

二是数学教育的现代研究越来越多地体现了多学科、多方位的相互渗透与整合的特点。例如，作为数学教育的重要指导性著作，1992年出版的《数学教与学的研究手册》（Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning）共列举了29个课题，其中就包括了学习心理学、社会—文化研究、数学哲学等多方面的内容。如“数学观：它的作用和影响”、“数学教室的文化：一个未知量”、“教师的信念与观念：一个综述”、“学会数学的思维：问题解决、元认知与数学中的意义赋予”、“转向高层次数学思维：函数、极限、无限和证明”、“民俗数学与每个人的认知”等。

第二节 数学教育学的研究方法

数学教育学是一门正在发展的新兴学科，其内容既有很强的理论性，又有很强的实践性；既要从整体上宏观的研究，又要对其中的部分进行微观的研究，这就决定了数学教育学有其特殊的研究方法。其特殊性体现在：它往往不是孤立、单一的研究方法，而是综合的、系统的研究方法，如调查法、文献分析法、实验法等方法的综合运用。

1. 调查法

调查法是为了弄清所研究问题的实际情况，获得事实、材料或数据，以利于探索它的规律而采取的一种方法。调查是一种有目的有计划的活动，一般在进行调查之前，先要确定调查课题，制定调查计划，其中包括明确调查对象，拟定调查提纲与步骤等；然后进行实际调查和搜集资料，对所搜集的资料力求全面、客观、真实并具有代表性；最后，对调查所得情况、资料和数据等进行

分析、整理，从中提炼概括出规律性的东西来。

在实际调查和搜集资料时，可以采用多种形式和方法，如谈话、问卷、测试、追踪等方法，这些都要根据调查的课题、目的、对象与具体情况，灵活加以选用。谈话法是直接与被调查者对话了解情况、观察动向，这就需要预先明确谈话的目的，拟定谈话内容或提纲，以及进行的方式和估计谈话中可能出现的问题及所采取的对策。每次谈话时都要做好记录，以便于归纳整理。问卷法是用书面方式收集情况或数据，它简单易行且调查的面广。在使用问卷法时，要求所提问题必须恰当、明确，能让被调查者如实地回答问题。测试法是根据调查的目的，拟出合适的试卷，通过测试，从被调查者的解答中了解情况，并通过比较、分析，揭示其规律。追踪法是对被调查的个体或群体，在比较长的时间内，进行有系统的定期的调查，其中可以采用谈话、问卷或测试等方法了解情况，取得资料或数据，以便在演变过程中发现量变或质变的规律等。

2. 文献分析法

文献分析法是通过查阅有关的论著、文件、法规、资料，以此为素材进行分析研究的方法。例如运用文献分析法研究数学课程论，大致包括下面几个方面：

(1) 学习研究有关数学教育和课程理论的专著，分析研究有关数学课程的论述，掌握基本原理，明确指导思想。

(2) 分析教育部门制定的学校的培养目标，现行的数学教学大纲或课程标准等方针政策和具体规定，这是编制和改革我国数学课程的基本依据。

(3) 历史地分析和研究国内外数学课程的发展，分析各次重大课程改革的起源、过程、特点、理论依据、结果及其经验教训，从中总结数学课程发展的规律，提取数学课程编制的原理，把握数学课程发展的主要趋向。

(4) 分析研究当代各国有关数学课程的规定（如教学大纲、课程标准）和有代表性的数学课本，比较异同，分析利弊，总结规律，借鉴吸收。

3. 实验法

这里的实验法指数学教育实验。它是根据一定的数学教育理论假说，创设一种人工的数学教育情境（实验）。研究者在实验中控制住各种与实验因素无关的条件，使其保持稳定不变，同时对实验因素加以操纵，使其按预先设计发生变化，然后对实验因素加以观察和测定并进行分析，以此来确定数学教育现象间的关系的一种研究方法。在实验中由于控制或排除了无关因素的影响和干扰，突出了实验因素，因而较为真实地反映了事物之间的因果关系；而对实验

因素人为地进行了控制，在实验中可以观察到在自然条件下不易遇到的情况，或出现某种实验因素的效果，获得有价值的结论。有些实验需要建立实验组与对照组。对照组完全保持正常情况，不受实验因素的影响，以便于实验后与实验组进行对照、比较。而对数据进行分析，一般都采用统计的方法。

4. 其他研究方法手段

目前，无论是国内还是国外，多数中学数学教师并不关心数学教育的科研成果，其形成原因是多方面的。一方面是中学数学教师必须面对他们日常繁重的教学工作，难以抽出时间、精力来进行数学教育的研究工作；另一方面，思维活动在学生头脑中究竟是如何进行的，目前脑科学对此还不能阐明它的机制，或深入到神经元等的微观观测来说明它。因此，目前涉及学生学习的有关理论仍显得有些贫乏，这些理论的有效性和实用性并不十分有力，未能引起中学数学教师充分的重视。鉴于此，近年来在数学教育研究中，倡导一种数学教师的行动研究法。

行动研究法可以理解为：是由以教师为主体的群体所实施的自我探究（self - investigation），其目的是改进他们自己的教学实践，并在这一实践中加深自己对于这些实践的理解。行动研究的方法即“实践—反思”的循环，当然，在研究中可以使用任何必要的研究方法。通过行动研究，教师将成为教学工作的“设计者”和“智慧的实践者”。

近年来，谈话法、个案分析法等研究技术受到人们的广泛关注。目前，数学教育研究的基本任务是描述各种数学思维本身的各种形式，这是因为，数学学习只不过是各种数学思维形式之间的一种“转换”或迁移。因此，了解数学思维过程的研究手段，如谈话法、个案分析法等受到研究者的青睐。我国有人在研究“解决几何问题的思维过程”时，要求被试学生“出声思维”（“出声想”），用录音机录下被试者的口语材料，以便于分析研究学生解几何题时的思维活动。

第二章 中学数学教育的目标和功能

中学数学教育的目标是数学教育工作的出发点。数学教育的功能是实现数学教育目标的必要条件。不少研究表明，对数学本质的认识，不同的数学观将会产生不同的数学教育，直接或间接地影响着学生数学学习的动机和效果。数学是什么？什么是中学数学教育的目标？数学教育的功能如何？这是本章探讨的主要问题。

第一节 数学对象的性质、特征及存在方式

什么是数学？这是任何一个数学教育工作者都应该认真思考的问题。只有对数学对象的性质、特征及存在方式有比较清晰的认识，才能在数学教育及其研究中把握正确的方向。

一、数学研究的对象及存在方式

要回答什么是数学，必须揭示数学研究的对象及存在方式。自从亚里士多德给出数学对象的定义：“数学是量的科学”以来，数学家就有着各种不同的答案。19世纪下半叶，恩格斯在《反杜林论》中曾明确地指出：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”，“我们的几何学是从空间关系出发，我们的算术和代数是数量出发。”这些论述，无疑是对19世纪以前数学研究的主要内容的高度概括，而且至今仍然有着十分重要的意义。当然，20世纪数学的长足发展，使得数学研究的对象如今已经越出了数量关系和空间形式的最初意义的理解。比如“ n 维向量空间”、“函数空间”等，只是在形式上与一般空间概念有某些类似的模拟物。此外，各种抽象结构、形式体系和一般关系等，都已成为现代数学的研究对象。比如法国布尔巴基学派就认为，一切数学都建立在代数结构、序结构和拓扑结构这三种母结构之上。因此，有的数学家认为，现代数学是研究一种广义的量——模式结构的科学。如数学家怀特海在《数学与善》中说：“数学的本质就是：在从模式化的个体作抽象的过程中对模

式进行研究”。另外，一部分数学家则认为，对数学研究的对象的进一步的哲学概括，既要包含对 19 世纪以前恩格斯所概括的内容，又要反映近一个世纪以来数学的发展与变化。于是，我国大连工学院徐利治先生指出：“数学是实在世界的最一般的量与空间形式的科学，同时又作为实在世界中具有特殊性、实践性及多样式的量与空间形式的科学。”而首都师范大学的周春荔先生则认为：在一般意义下，抽象空间也好，形式关系、结构也好，本质上都是一种量或量的一种表现形式，因此，依据 20 世纪数学发展的状况来概括，数学不外乎是研究量和量的变化的科学。

在对数学对象的研究工作中，我们不难发现数学对象存在以下的两种基本方式：

1. 数学研究的对象是一种形式化的“思想事物”

从数学与客观世界的关系来看，数学研究的量的关系都是实在世界的真实关系。例如，当速度一定时，路程与时间的关系；成本的习性关系等，都是非常现实的材料。但在数学研究中，数学所直接处理的对象，则是由现实世界抽象出来经过形式化加工并以概念形式出现的一种思想材料。正如世界上本无“一次函数”这个实物，而是人类从客观世界数量关系中得出来的思想材料。没有人，就不会有自然数、方程式、函数和微积分，也就没有数学研究的对象。但物质运动还是客观地存在于人的头脑之外的现实世界中。自然科学的对象是大自然本身，数学研究的对象则是经过人脑加工了的思想概念，一种人对实在世界的概括和认识。正如恩格斯指出过的，数学是“一种研究思想事物（虽然它们是现实的摹写）的抽象的科学”。这对正确认识数学研究中直接处理的对象和开展数学教学、科研工作有直接的意义，同时，也加深我们对数学的客观真理性必须经过实践检验的深刻认识。

2. 数学研究的对象普遍存在于一切事物之中

由于任何事物都具有量和质的规定性，所以数学的对象——量与量的变化，不仅仅存在于某种个别的物质结构层次和物质运动状态之中，而且普遍地存在于各种物质结构层次和物质运动状态之中。因此，凡是要研究量、量的变化、量的关系、量的关系的变化、量的变化的关系时，都离不开数学。

数学作为研究实在世界的数量关系和空间形式的科学，它的研究对象较力学、物理学、化学、生物学等自然科学的研究对象更具有普遍性的特征，也正是由于数学研究对象的这一基本特征，决定了数学的一些主要特点。

二、数学的主要特点

基于对数学本质特征的认识，人们从不同侧面讨论了数学的具体特点。比较普遍的观点是：数学具有理论的抽象性、逻辑的严谨性和应用的广泛性等特点。

1. 数学对象的特点——高度的抽象性

数学的抽象性是数学最本质的特点。如前所述，数学研究的对象是非常现实的，但它仅从量的关系和空间形式方面来反映客观现实，舍弃了事物的其他属性和质的内容。因此，数学对象是由现实世界抽象出来经过加工以概念形式出现的形式化符号系统。并且，这一抽象过程是在不同层次上不断进行着的。如从自然数概念的基础上，抽象出整数、有理数、实数、复数等数的概念；由数的概念，又可抽象出函数、泛函、拓扑等。数学抽象的这种层次性相当分明突出，以至产生了数学概念“抽象度分析”这一专门学问。也正是因为大多数数学概念都是在一般数学概念的基础上抽象产生的，所以，数学的抽象思维表现出相对的封闭性，可以不依赖外界就独立深入地发展。

2. 数学体系的特点——逻辑的严谨性

数学的严谨性主要表现在推理的逻辑性、公理化方法和结论的精确性上。数学理论体系的建立，要靠严密的逻辑推理（至少基本情形如此），虽说通过实验、验证也可获得一些成果，但要作为一项数学结论被确定下来，还必须经受逻辑证明的检验。像数学那样对逻辑方法的使用和要求，是其他科学研究所不具备的。数学思维中对事物基本属性的准确把握，本质上源于公理化方法，用公理化方法和逻辑性推理得到的数量关系和空间形式的必然规定性，是事物客观规律的反映，它确保数学结论的确是可靠、客观有效且令人信服。

当然，数学的严谨性也是相对的。首先，逻辑不能保证大前提的真实性，如果数学结果与人们的经验相悖，那么就应对所接受的假设（公理）加以研究。其次，数学的严谨性与数学发展的水平密切相关，随着数学的发展，严谨的程度也在不断提高。另外，数学中严谨的逻辑方法一般是在数学理论形成以后的表述和继续研究时的方法，而不是指一个数学理论形成时如何进行探索所采用的方法。

3. 数学应用的特点——广泛的适用性

数学应用的广泛性，首先表现在数学的理论和方法已渗透到社会各门科学和社会生活的各个领域之中，“数学是科学的侍女”，如今，原则上没有不能应

用数学的领域。其次，数学是理性思维的载体，“数学是思维的体操”，数学独特的思想方法日趋广泛地被社会所理解、认识、欣赏和采用。再次，数学是“辩证的辅助工具和表现方法”，辩证法的基本规律的表现和具体应用，都与数量关系分不开，都要依赖于数量的分析；同时，数学中也包含着丰富的辩证唯物主义思想，揭示了唯物辩证法的许多基本规律。特别是 21 世纪信息社会知识经济的来临，现代科学技术突飞猛进地发展，数学更是新世纪文化、科学、技术发展的主要支柱之一。因此，对于中学生来说，学好数学不仅是取得成绩和成为合格公民的基础，也是国家培养建设人才的基本素质要求。

数学的各种特点是由数学的对象所决定，是相互制约、相互联系的。数学研究量与形的变化，决定了数学的概念、结论、方法都是抽象的。抽象的思想事物是不能依赖于实验，所以在它的逻辑结构上，必然要求是严格的，否则不能保证它的逻辑必然性。这种逻辑的严密性，又保证着数学概念的确定性。同时，数学对象的逐层抽象形成高度概括的广容性，是数学概念体系外延特别广阔的表现，也就是它所能联系的实际对象特别丰富。所以，数学应用的广泛性是数学高度抽象性和逻辑严密性的必然结果。同时，数学应用的广泛性又对概念的抽象性和体系的严密性提出了更高的要求：数学应用使数学返回实践，一方面可检验数学模型的建立是否正确；另一方面，可汲取营养进一步发展理论，开拓新的领域，并且，通过应用促进数学与其他科学的联系而产生互动，从而产生新的概念、理论和方法，促使原有概念更加精确，原有逻辑结构更加严密。这就是数学发展的内在动力。

综上所述，对数学本质的认识是发展的、变化的。数学同其他科学一样，是人类社会长期积累的精神财富。它的对象、内容、思想和方法无时不在发展变化中。因此，只能在各个历史时期对其对象和方法的本质特征加以概括，给出描述性的观点或定义，使人们有一个整体性的数学观。同时，由于数学家的哲学观点不同，出发点不同，即使在同一时期也会出现对数学本质的不同描述。它和具有确定内涵外延的逻辑定义不同，带有主观成分，所以，必然是多样的，而且都要打上时代的烙印。但是，它们都从一个侧面反映了数学的本质特征，为我们全面认识数学提供了一个视角。因此，从中学数学教学的角度看，对数学本质的认识，采取现象与本质并重，结果与过程并重，形式与内容并重，思想与方法并重的观点，无疑具有重要的指导意义。

第二节 数学教育的功能

所谓数学教育的功能，是指在提高学生的素质，为其步入社会、终身学习和发展方面所能产生的作用。

从社会对数学本质的认识以及数学在整个社会科学文化系统中的地位，可以归纳出数学教育的三大功能。

一、数学教育的实用功能

数学教育的实用功能，主要体现在数学可以为其他科学提供表述语言、思维模式和计算工具等方面的最广泛、最直接的实用技术。数学从它的诞生之日起，就是人类认识世界改造世界的有力工具。在现代科学技术的迅猛发展中，数学更是其主要支柱之一。因此，数学教育应是理论联系实际，让学生在数学活动中认识数学对解决实际问题的工具性作用，培养学生的数学应用意识。在教学中，要让学生认识到数学活动本质是建立一种模式，并将模式应用于新的实际问题。数学来自现实，但它不是对现实的直接反映。数学应用于现实，往往需要将现实问题数学化，使它变成数学问题。这种应用是一种创造性应用。从现实原型到数学概念、模型，再由概念、模型回到更广泛的现实原型中去，只有完成了认识上的这两次飞跃，数学教育才真正实现了它的应用功能。

数学应用是有层次性的。它不仅涉及到所用数学知识和其他方面知识的深度和广度，还体现在所用数学思想方法的程度上。数学教育的实用功能应多层次地体现在数学教学之中，随着学生数学知识的增长，其应用数学解决实际问题的能力才会不断提高。

二、数学教育的育人功能

数学教育应着眼于受教育者群体和社会发展的要求，以面向全体学生，全面提高学生素质为根本目的。从狭义讲，即从数学教育的实用功能看，数学也不只是一个死板僵化的工具，而是一种生动活泼的发展着的思想方法。在应用数学的过程中，人的潜能得到开发，认识水平、解题能力也会相应提高，从而达到育人的目的。从广义讲，数学教育能使受教育者在知识、技能、能力和人格等方面可持续发展，充分发挥提高受教育者素质的育人功能。具体体现在以下几方面：

(1) “大自然这本书，是用数学来写的”。数学可以帮助我们从数和形的角度去认识世界，提高认识的准确性、精确度和预见性，提高认识能力，树立正确的世界观。

(2) “数学是思维的体操”，是抽象思维的模式，是培养学生理性思维的重要载体。从本质上讲，数学研究的是各种抽象的“数”和“形”的模式结构，运用的主要是逻辑、思辩和推演等理性思维方法，是源于实际又指导实际的一种思维创造。这种理性思维的训练，其作用是其他学科难以替代的。而这种理性思维的培养，对改善学生的思维品质，增强分析能力，启迪创新意识，全面提高素质，都是至关重要的。

(3) 数学中包含着丰富的辩证唯物主义思想，揭示了唯物辩证法的许多基本规律。因此，数学教育可以对学生进行辩证唯物主义的思想教育，逐步形成科学的世界观和方法论。

(4) 数学教育能使学生养成量化意识和良好的数感。数学学习可以净化人的心灵，使其更加热爱生活；数学活动有助于学生形成忠诚、正直、决定、自信、追求真理的意志品格。

三、数学教育的文化功能

从数学的发展史看，数学是人类社会的一种文化现象。它有如语言文字一样（它是大自然的语言），具有广泛性和基础性，构成了人类精神文明不可缺少的一部分。

数学文化是一种理性的文化。理性作为人类认识世界、解释世界的一种表现形式，数学在其中占有极重要的地位，对人类的经验知识起着总结和提升的作用。因此，发展数学文化、普及数学观念、增强数学应用意识，也就是发展理性精神，形成一种讲科学、用科学、发展科学和创造科学的文化传统。

数学文化是一种隐式的文化。这不仅因为理性文化属于一种思维的深层次文化，而且，加之数学只使用极其抽象的表现形式，不像音乐、美术、文艺、体育那样易于为人们所接受，也不像科技那样易于推广。因此，被称为是一种“看不见的文化”。然而，我们一方面看到数学愈来愈广泛的应用，自然会吸引众多的人去理解它、掌握它；另一方面，它既是一种社会文化现象，就必然会被社会所接受。

数学教育的文化功能主要体现在：

(1) 作为一种传统文化的传承，数学教育能激发学生热爱祖国，热爱科

学，崇尚理性。

(2) 作为文化的数学具有美学价值，数学美具有科学美的一切特征。数学不仅有逻辑美、更有奇异性；不仅内容美，而且形式美；不仅思想美，而且方法美；不仅整体美（统一性），更是层次美。同时，数学美还具有艺术美的某些特征，获得这种美感当然需要深层次的感受和体验。

数学文化具有美育的功能，它不仅能陶冶情操，改善思维品质，而且还引人向上，献身科学。

(3) 数学教育也体现了人类的一种理念的、思维的、哲理的精神文明与享受。学习数学、使用数学、创造数学也是人类精神生活的一种满足，是一种对真、善、美的追求。“学而时习之不亦悦乎”，数学教育不能太功利了，应该使学生从数学中获得一种文化、精神享受，用数学文化的建设来推动人类精神文明的进步。

综上所述，作为一种文化的数学，使它在教育中对人的发展起多方面的作用，不仅为人们认识世界改造世界提供强有力的工具，而且使人变得更富有（知识）、更聪明、更高尚。数学教育为促进人的全面素质发展提供了可能性，其现实性如何，则又取决于其他科学教育和人文教育的相互配合、取决于广大数学教育工作者的有效教学实践。

第三节 中学数学教育的目标

中学数学教育的目标，是党和国家在一定时期的教育目的、教育方针在数学教学领域的具体化，是中学数学教育工作的指南。它体现了实现教育方针的培养目标与培养规格在数学教育方面应完成的任务，规定了教学中就数学知识、数学观念、数学能力等方面的教学目的和要求，同时，也明确了在思想情感、个性品德上的教育目标。它是衡量中学数学教育质量的惟一标准。

数学教育是一种特殊的社会现象，是通过数学教学实践活动来达到培养人的目的。现代教育的根本任务在于培养人的素质，不断提高国民素质水平。

《中共中央关于教育体制改革的决定》中指出，我国培养人才的总任务、总目标是：“教育必须面向现代化、面向世界、面向未来”，培养“热爱社会主义祖国和社会主义事业，具有为国家富强和人民富裕而奋斗的献身精神”，及“不断追求新知识，具有实事求是、独立思考、勇于创新”的四有新人。1995年

全国人大通过的《教育法》中规定：“教育必须为社会主义现代化服务，必须与生产劳动相结合，培养德、智、体等全面发展的社会主义事业建设者和接班人”。因此，数学教育的目标必然要适应全面提高学生素质，使学生个性品格得到健康发展这一总的社会主义教育目的。同时，基于数学学科特点及受教育者学习基础、年龄特征和认识水平，数学教育还必须有它具体的目标。中学数学教育的具体目标一般包括：知识认知目标、观念形态目标、智能发展目标和情感教育目标。

一、知识认知目标：奠定基础知识

中学数学教学活动的基础性目的，是使学生获得适应社会生活、社会生产发展和进一步学习现代化科学技术所必需的数学基础知识和基本技能。不仅要让学生掌握一定的数学基本原理、思想和方法，更重要的是使学生充分了解数学原理、思想、方法对客观存在的覆盖范围和应用范围。

数学基础知识，从要求上讲，应以“最低限度”为当；从质上讲，应是现代数学最初步、最基本的部分的方法。它除了包括大纲规定的数与代数、图形与几何、概率与统计等内容外，还包括由这些数学知识所折射出来的数学思想和方法。达尔文说过：“最有价值的知识是关于方法的知识”。数学思想和方法不仅构成了数学知识内部的方法论部分，而且由于其具有概括性、稳定性和广泛应用性的特色，已经成了哲学和科学方法论的组成部分。因此，教学中应特别注意将数学思想和方法的培养与数学知识的教学融为一体，充分让学生了解其覆盖领域和应用范围。

中学数学教学中，要培养的基本技能一般是指能算、会画、会作简单推理的能力，而这些技能通过系统、反复地练习，达到熟练程度，就形成一定技巧。因此，数学教学培养的基本技能具有强烈的活动性和个性特征，要坚决反对“能力技能化”的错误做法。

当然，数学基础知识和基本技能不是千古不变的东西，随着社会、经济和科学技术的发展，很多数学知识的价值也会相应发生变化。例如，计算器和计算机的出现与发展，使估算、近似计算能力变得更加重要了，而使复杂笔算的地位降低了。因此，从总体上看，教学内容的每一次变革，都要在一个数学知识集合中，重新考察一下每项知识的价值，再通过比较，从中筛选出那些最为基本、有用的部分。当然，这种知识的选择不仅要考虑到知识价值的一面，还要考虑到可能性的一面，特别要考虑到教师对一些新内容是否熟悉，教学是否

存在困难。也就是说，考虑这个问题时必须将“需要”和“可能”有机地结合起来，过分强调其中的一个方面而忽视另一个方面都是不恰当的、有害的，在这个问题上已有不少值得吸取的教训。

二、观念形态目标：树立数学观念

所谓数学观念，一般是指人们对数学的本质、数学思想及数学与现实世界的联系的根本看法和认识。它是数学思维乃至整个人类现代思维的基本观察角度、出发点和归宿，正确的数学观念是高层次的科学素质。因此，一个人的数学观念支配着他从事数学活动的方式，决定着他用数学处理实际问题的能力，影响着他对数学乃至整个客观现实的看法。

近一个世纪以来，数学在社会各个领域都有了长足的发展，数学的应用更是从自然科学延伸到社会科学和人文科学。人们对数学的认识、了解也日趋成熟。与此同时，数学教育一直是国际教育的热点，目前较为一致的看法是：数学教学不仅仅是基础知识的学习，而且也是一种观点、理念和态度的形成过程，数学精神、思想、方法的启发、锻炼、体验对今后无论从事何种职业的人来说都是必须的。正因为如此，世界各国都很重视学生数学观念的培养，并把它作为数学教育的重要目标，为造就具有创新意识的人才打下良好基础。

学生正确的数学观念是在不同的学习阶段逐步形成的，并随着学习活动的深入和数学视野的开拓而逐步完善的。同时，由于认识结构的差异，每个人的数学观念在层次上也不尽相同。但对中学生而言，要求学生通过对数学内容的感知及具体的数学活动方式的体验，逐渐了解数学的价值，增进对数学的理解和认识，习惯运用数学的思维方式去观察、分析现实社会，解决一些简单的实际问题，还是切实可行的。

至于中学生应形成的具体的数学观念有哪些，目前还没有较一致的看法，但至少应具备如下的一些基本观点、意识：

(1) 数学与客观世界有密切的联系，数学是以数和形的形式揭示了客观世界所具有的秩序、和谐和统一美的规律；

(2) 高新技术的基础是应用科学，而应用科学的基础是数学；

(3) 数学是提高思维能力的有力手段，是理性思维的基本形式；

(4) 数学是一种深刻的文化素养；

(5) 在数学活动中产生的数学思想方法也是探索未知世界的一种科学方法，学会了这种方法将受益终身。

总之，数学教学不仅要教知识、学知识，更重要的是在知识的基础上让学生形成数学观念。数学观念的存在不是抽象的，而是非常具体生动的。它存在于任何一种数学知识之中。

三、智能发展目标：培养数学能力

所谓数学能力，是指学生在进行数学活动中能迅速、透彻地掌握数学知识、技能、数学思想方法的个性心理特征。它是对思想材料进行形式化加工并应用于更广泛的客观存在（实践）的活动过程的概括，是一种比较高级并处于核心地位的智能。数学之所以重要，一个主要原因就是因为它具有解决各类问题的潜在能力。在现代科学技术飞速发展的今天，知识更新的周期不断缩短，学校教学无法在有限的时间里教给学生终生受用的知识。因此，在传授知识的过程中培养学生的数学能力，比简单地获取知识本身更显得重要。所以，培养学生具有创造性的数学能力是数学教育的主要目标。

中学生的数学能力，可以具体分为不同层次的四种基本能力，即：数学思维能力、数学运算能力、数学想象能力和数学应用能力。

数学思维能力是各种能力的核心。它不仅是学习数学和学习其他学科所必须具备的能力，也是日常生活中不可缺少的本领。数学运算能力是数学思维能力和运算技能的结合。它不仅包含“数”的运算，也包括“式”的运算，还包括“形”的运算（如向量运算）。数、式、形的运算都必须依据思维能力为前提且以运算技能为基础，否则运算能力的培养就无法落到实处。数学应用能力是前三个基本能力的必然结果和目的，是在前三种基本能力培养的基础上，逐步形成的。这就是说，前三个基本能力是基础，是前提条件，否则，数学应用能力就是无源之水，无本之木。因此，在教学中必须要抓好前三个基本能力的培养，从而逐步形成数学应用能力。

关于中学生的四种基本数学能力的培养要求，将在第三章第二节中讨论。最后，简要说一下数学教育过程中的创造性培养问题。

创造性是人的智能发展的目的，是人的开拓精神的实质和核心。培养学生的创新开拓精神，是数学教育始终为之奋斗的目标。但是，也必须清醒地认识到，对大多数中学生而言，不能像对成年人那样要求他们不切实际地搞什么“新发现”、“新成果”。素质教育在数学教学中关于创造性培养目标方面的确切要求，应当是：

(1) 通过数学知识的学习，让学生感受和了解这些知识的发生和发现过

程，从而萌发一种对数学知识发生和发现的兴趣、模仿和追求。

(2) 通过数学知识和观念的培养，让学生形成一种“数学头脑”。其主要特征是：在观察、思考、提出问题时有鲜明的“数学色彩”。

(3) 通过数学知识的学习、数学观念的发展和数学能力的培养，让学生掌握分析问题和解决问题的基本数学手段和工具。这些以数学能力为核心的手段和工具对于学生未来创造性的工作是十分重要的。

(4) 加强“联系与综合”一类数学习题的训练，经常接触数学建模和开放性练习题。

(5) 改革测试、评估的模式和方法。鼓励符合学生年龄特征的小论文创作、数学模型的建构，及各种形式的数学“答辩”。这不仅有利于数学创造性的培养，而且能够使数学教育的测试与评估更客观、更准确。

四、情感教育目标：进行品德教育

中学阶段是一个人的人生观、价值观逐渐形成的重要阶段。要把学生培养成德、智、体、美、劳全面发展的，有理想、有道德、有文化、有纪律的一代新人，思想品德教育便显得至关重要。

数学教学中的思想品德教育，应结合数学本身的特点，通过具体的数学内容进行。主要有以下几个方面：

(1) 在数学教学活动中，结合数学在日常生活、生产和科学技术领域中的广泛应用性及科学文化价值，激发学生为“四化”学习数学的责任感和积极性，进行社会主义前途和个人远大理想的教育。

(2) 结合教材内容介绍我国古今数学的辉煌成就，培养学生爱国主义思想，增强民主自尊心和自信心，激励学生为赶超世界先进水平，为使中国在21世纪成为世界数学大国而刻苦学习。

(3) 逻辑的严谨性、结论的确定性，数学语言的精确性、简约性和一义性是数学的基本特征。在教学中充分利用数学这些特征，培养学生言必有据、一丝不苟、坚持真理、修正错误的实事求是的科学态度和严谨作风。

(4) 数学中蕴含着丰富的辩证关系和辩证思想，因而，使培养学生的辩证唯物主义观点，成为数学教育责无旁贷的任务。

(5) 充分利用数学模型的创造性、概括性，教学方法的灵活性、多样性等特点，鼓励学生一题多解、多题一解，以培养学生独立思考、积极主动、百折不挠、勇于创新的精神。

(6) 通过数学教育，进行审美教育。

总之，中学数学教育要达到的是多方面、多层次的综合性目标，而各具体目标之间又是相互联系相互促进的。其中，奠定基础知识是基础，树立数学观念是前提，培养数学能力是关键，养成良好的思想品德则是灵魂。没有知识便谈不上能力；没有能力，知识也就失去了意义。有了知识、能力，但如果没有良好的思想品格，就不可能成为一个对国家对人民有益的人。同时，良好的个性品格还是学好“双基”、培养能力的强大动力。

要提高全民族的素质就要多培养人才。但是各级各类学校的培养目标是不尽相同的，就各类中等学校来说，也具有各自的培养目标和特点。因此，在不同的历史时期、不同类型的学校，数学教育的目标有不同的侧重。至于现阶段普通中学的数学教学目标，我们将在第三章第二节讨论。