

基础教育新课程教师教育系列教材

数学教育学导论

张奠宙 李士 李俊 编著



高等教育出版社

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》。行为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的将被依法追究刑事责任。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

现公布举报电话及通讯地址:

电 话:(010) 84043279 13801081108

传 真:(010) 64033424

E - mail: dd@hep .com .cn

地 址:北京市东城区沙滩后街 55 号

邮 编:100009

| | |
|------|-----|
| 责任编辑 | 张 华 |
| 封面设计 | 刘晓翔 |
| 责任绘图 | 尹文军 |
| 版式设计 | 张 岚 |
| 责任校对 | 存 怡 |
| 责任印制 | |

内容简介

本书用新的观点阐述中小学数学教育的理论,构建了新的数学教育体系,并与正在实验的国家数学课程标准相适应。书中首先叙述了中国数学教育的国际地位和文化传统,然后根据 20 世纪以来数学的进展,阐述数学观和数学教育观的变化,介绍国际和国内的主要数学教育理论。在此基础上,对中国的现有数学教育进行分析评论,包括数学课程改革、数学教学模式、创新数学教学、新的数学题型、数学的德育功能等诸多方面。最后,单独叙述了数学教育心理学的新进展,以及如何准备上数学课的实际操作要求。

全书体现了时代性、国际性、学术性,努力在国际比较中探求中国数学教育的特色,以求逐步形成中国自己的数学教育理论。

本书可作为高等师范院校本科生、研究生使用的教材或参考书,也可作为数学教师培训的教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育学导论 张奠宙, 李士 俊, 李俊编著. —北京: 高等教育出版社, 2003. 1

ISBN 7 - 04 - 011996 - X

数... 张... 李... 李... 数学教
学 - 教学研究 - 中小学 .G633 .6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 104072 号

| | | | |
|------|-----------------|------|-------------------------|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 购书热线 | 010 - 64054588 |
| 社 址 | 北京市东城区沙滩后街 55 号 | 免费咨询 | 800 - 810 - 0598 |
| 邮政编码 | 100009 | 网 址 | http: www .hep .edu .cn |
| 传 真 | 010 - 64014048 | | http: www .hep .com .cn |

经 销 新华书店北京发行所
排 版
印 刷

| | | | |
|-----|----------------|-----|----------|
| 开 本 | 787 × 960 1 16 | 版 次 | 年 月第 版 |
| 印 张 | 15.75 | 印 次 | 年 月第 次印刷 |
| 字 数 | 230 000 | 定 价 | 20.00 元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

21 世纪已经到来,我们应该做些什么?

“跟上时代,力求创新”,各行各业都在“与时俱进”。改革开放 20 年来,国民经济翻番增长,科学技术日新月异,九年义务教育体系初步建成,素质教育的目标业已确立,创新精神成为数学教学改革的指针。改革的春风已经使大多数领域发生了根本性的变化,反观数学教育的理论研究,则还需要努力加快步伐。那么,在“教育创新”的征途上,数学教育是否可以走得更好一些、更快一些?

20 世纪 50 年代从苏联翻译过来的伯拉基斯的《数学教学法》体系,仍在相当程度上发生着影响。苏联时代的“数学教学法”是政府颁布的法律性文件《国家数学教学大纲》的说明书。该书以无可辩驳的口气、指令性的表达,让读者遵循,其中没有学术性讨论,照办就是。教学目的、教学原则、教学内容、教学方法好像都已完美无缺,学生“不必怀疑、不必讨论、不可更改”,只需记住书中提供的标准答案就行了。至于文风和使用的语言自然都是政策诠释性的句子:“ $\times \times$ 是 $\times \times$ ”,“必须……”,“应该……”,教导与指示多,讨论与商榷少。此外,苏联《数学教材教法》中“中学数学逻辑”一章,我们也往往照旧搬来,其实是不足为训的。

近二十年来,数学教育界吸收和借鉴了西方的一些数学教育理念,在教学实践中也积累了许多经验,不少专著运用了许多国外的理论成果,在学科建设上有了长足的进步。但是,什么是“中国特色的数学教育”?它的国际地位如何?我们的成功与不足在哪里?未来的走向如何?似乎还没有给出回答。于是,我们有了写作的冲动。我们想回答一些前人还没有完全回答的问题,以较新的角度审视国际和中国数学教育的现状,力图为建设新的中国式的数学教育学教材体系提供一点经验。

当然,建立体系不是一朝一夕所能办到的,我们的工作只是一块垫脚石。本书取名《数学教育学导论》,含有抛砖引玉的意思。写作的初衷是以学术探讨的

方式和读者进行平等的讨论,评论式地叙述,力求有自己的视角,不简单地重复别人的成果。这样,也许会在跟上时代、力求创新上有一点突破。

中国的数学教育实践,可以说相当丰富,但是在理论研究上,却乏善可陈。本书的许多论述,也是经验性的、介绍性的,没有实证的研究加以支撑。真正符合国际学术规范的数学教育研究太少,以至本书的写作很难找到丰富的文献,以资征引。真正把中国数学教育理论建立起来,恐怕是今后 20 年的努力目标了。

书稿付印之际,心中不免忐忑。一种新的尝试,总是风险和挑战并存,失败和成功俱在。但是,别无选择,只有放到读者面前请求检验,才知道结果如何。本书第七章由李士 撰稿,第八章由李俊撰稿,其余由张奠宙完成。

我们静候读者的批评指正。

编 者

2002.9.30

目 录

| | |
|------------------------------|----|
| 第 1 章 中国数学教育的国际地位及文化背景 | 1 |
| 第一节 数学教育的国际比较 | 2 |
| 第二节 中国传统文化对数学教育的影响 | 4 |
| 第三节 国际数学教育百年回顾 | 7 |
| 第四节 20 世纪中国数学教育的变迁 | 13 |
| 第五节 东西方数学教育的平衡 | 16 |
| 第六节 中国数学教育正在走向世界 | 17 |

| | |
|-------------------------------|----|
| 第 2 章 世纪之交数学观和数学教育观的变化 | 19 |
| 第一节 数学发展史上的四个高峰 数学技术的兴起 | 20 |
| 第二节 绝对主义的破灭 经验主义的复兴 | 24 |
| 第三节 关于数学特征的描述 | 27 |
| 第四节 数学教育观的变化 | 29 |

| | |
|-----------------------------|----|
| 第 3 章 当代主要数学教育理论的概述 | 35 |
| 第一节 一般教育理论对数学教育的影响 | 36 |
| 第二节 弗赖登塔尔和波利亚的数学教育理论 | 39 |
| 第三节 “目标教学”理论和中国高考 | 40 |
| 第四节 建构主义的数学教育 | 44 |
| 第五节 中国的“双基”数学教育 | 46 |
| 第六节 近十年来中国数学教育研究的重要成果 | 63 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| 第 4 章 中国数学课程的改革 | 67 |
| 第一节 制定国家数学课程标准的一些基本问题 | 68 |
| 第二节 我国有关数学教学目的和数学能力的提法 | 73 |
| 第三节 我国正在试验中的《全日制义务教育数学课程标准》 | 81 |
| 第四节 高中阶段数学课程标准的国际比较 | 86 |
| 第五节 《高中数学课程标准》的一些基本问题 | 90 |
| 第六节 一部俄国几何教材的启示 | 100 |
| 第七节 美国的数学课程和 NCTM 课程标准(2000) | 102 |

| | |
|----------------------------|-----|
| 第 5 章 数学教学模式和数学题型的改革 | 109 |
| 第一节 数学教学的一般过程与数学文化 | 110 |
| 第二节 中国的常规数学教学模式及其改进 | 113 |

| | | |
|-----|--------------------------|-----|
| 第三节 | 素质教育和创新教育下的一些新教学模式 | 118 |
| 第四节 | 以创新精神改造和发展数学题型 | 126 |
| 第五节 | 中国的开放题和开放式教学 | 129 |
| 第六节 | 其他国家和地区的数学问题一束 | 133 |

| | | |
|-------|------------------------|-----|
| 第 6 章 | 数学教学中体现德育功能的六个层次 | 145 |
| 第一节 | 关于反映社会主义建设的现实 | 147 |
| 第二节 | 关于数学史知识的运用 | 149 |
| 第三节 | 关于培养辩证唯物主义观点 | 153 |
| 第四节 | 关于培养良好的思维品质 | 155 |
| 第五节 | 关于欣赏数学的美学价值 | 157 |
| 第六节 | 关于数学课堂文化 | 160 |

| | | |
|-------|---------------------|-----|
| 第 7 章 | 数学学习的基本理论 | 163 |
| 第一节 | 数学学习是认知活动 | 164 |
| 第二节 | 概念理解与“熟能生巧”问题 | 170 |
| 第三节 | 数学概念学习的层次分析 | 180 |
| 第四节 | 儿童智力发展理论 | 186 |
| 第五节 | 数学教学中的情感因素 | 194 |
| 第六节 | 数学语言与数学学习 | 198 |

| | | |
|-------|----------------------|-----|
| 第 8 章 | 数学教育的实践 | 201 |
| 第一节 | 数学课堂教学的设计 | 202 |
| 第二节 | 数学课堂教学的技能 | 214 |
| 第三节 | 关于数学的学术形态和教育形态 | 224 |
| 第四节 | 对学生数学成绩的评价 | 231 |

| | | |
|-----|--------------------------|-----|
| 结束语 | 未来展望:2010 年的中国数学教育 | 239 |
|-----|--------------------------|-----|

第 7 章

中国数学教育的国际地位及文化背景

- 数学教育的国际比较
- 中国传统文化对数学教育的影响
- 国际数学教育百年回顾
- **20** 世纪中国数学教育的变迁
- 东西方数学教育的平衡
- 中国数学教育正在走向世界

中国的数学教育有自己的历史、文化背景和鲜明的民族特点。中国学生以其在数学奥林匹克竞赛以及国际数学教育评价中的优异测试成绩,表明了中国数学教育在国际教育界享有很好的声誉。但是,我们也有许多缺点需要克服。在 21 世纪的开端,我们面临的改革任务还十分繁重,尤其是数学教育的研究水平还和我国的国际地位不相称,国际数学教育研究中很少听到中国的声音。我们应当急起直追,用我们的努力,使中国数学教育在理论和实践上都能达到世界先进水平。

第一节 数学教育的国际比较

在中学的众多课程里,数学是最具国际比较性的学科,世界各国的中小学数学课程内容大同小异。从 1980 年以来,国际性的中小学生学习数学成绩测试一直在进行,许多国家把这些成绩作为国家教育水平的衡量标志。中国内地参加了其中的一次,这就是 IAEP(International Assessment of Educational Progress)。以下是一些国际测试的情况。

我国中学生自 1989 年起,一直在国际数学奥林匹克竞赛中名列前茅。取得总分第一的年份是 1989 年、1990 年、1992 年、1993 年、1995 年、1997 年、1999 年、2000 年。

1989 年,国际数学教育进展评价测试(IAEP)在 21 个国家和地区举行,中国以 80 分的成绩名列第一。

1996 年,第三次国际数学和科学教育测试(TIMSS)成绩公布。中国内地没有参加。获得前四名的都是东亚国家和地区:新加坡、日本、韩国、香港。2000 年,新的成绩公布。中国台湾地区首次参加 TIMSS,并名列第二。

中国留学生以数学基础扎实在欧美等国家著称。华裔学生在美国学校的数学成绩领先。

对于国际数学奥林匹克竞赛,以及 IAEP 测试里的中国数学成绩,一方面我们应该引以自豪。中国在教育投入很少的情

况下,学生的数学成绩能位居世界前列。同样是发展中国家,中国内地 13 岁学生的数学成绩,竟比巴西高出一倍。另一方面,中国学生用在数学作业上的时间比其他国家多,而课外自主活动的时间则较少。用了这么多的时间,收益率高吗?特别是优秀学生受统一考试标准的束缚,发展的空间不宽,数学教学中的创新性不够,这不利于国家优秀人才参加未来的国际竞争。此外,我国幅员广大,国际数学测试的数据是通过抽样得来的,会有误差。注意到 1989 年时还没有普及九年义务教育,样本的代表性也有问题,所以不可过于乐观。

改革开放以来,中国高等教育发展迅速,数学博士大批出现,但是世界上最好的数学家群体中,中国数学家并不多。数学科学的水平是国家综合实力的反映。美国和解体前的苏联是世界上数学水平最高的国家,欧洲紧随其后,日本正在迎头赶上。中国现代数学的发展已经引起世人注意,但还没有成为“世界数学大国”。这有待于全社会的共同努力,包括中小学数学教育界的努力。

国际数学教育成就评价 (IAEP) 数学和科学成绩平均正确率
(依 13 岁学生数学成绩排列 1989 年公布)

| 国家和地区 | 9 岁(数学) | 13 岁(数学) | 9 岁(科学) | 13 岁(科学) |
|-------|---------|----------|---------|----------|
| 中国大陆 | | 80 | | |
| 中国台北 | 68 | 73 | 67 | 76 |
| 韩国 | 73 | 73 | 68 | 78 |
| 瑞士 | | 71 | | |
| 苏联 | 66 | 70 | 62 | 71 |
| 匈牙利 | 68 | 68 | 63 | 73 |
| 意大利 | 68 | 64 | 67 | 70 |
| 法国 | | 64 | | |
| 以色列 | 64 | 63 | 61 | 70 |
| 加拿大 | 60 | 62 | 63 | 69 |
| 苏格兰 | 66 | 61 | 62 | 68 |

续表

| 国家和地区 | 9岁(数学) | 13岁(数学) | 9岁(科学) | 13岁(科学) |
|-------------|--------|---------|--------|---------|
| 爱尔兰 | 60 | 61 | 57 | 63 |
| 英格兰 | 59 | 61 | 63 | 69 |
| 斯洛文尼亚 | 56 | 57 | 58 | 70 |
| 西班牙 | 62 | 55 | 62 | 68 |
| 美国 | 58 | 55 | 65 | 67 |
| 葡萄牙 | 55 | 48 | 55 | 63 |
| 约旦 | | 40 | | |
| 巴西 (圣保罗) | | 37 | | 53 |
| 巴西 (福塔萨) | | 32 | | 46 |
| 莫桑比克 | | 28 | | |
| 总平均 正确率 | 63 | 58 | 62 | 67 |

第二节 中国传统文化对数学教育的影响

从上一节的国际测试结果可以看出,受儒家文化影响的东亚各国和地区的数学成绩普遍较好。中国内地、台湾、香港,13岁孩子的数学成绩名列前茅。汉字文化圈内的日本、韩国、新加坡等国家,数学成绩普遍优良。面对这一现象,有必要首先从文化的层面分析。

一、儒家文化的教育传统

儒家文化的教育特征,可以概括为“苦读+考试”。中国古

代的读书人为了读书,提倡“头悬梁、锥刺股”。读书的目的则是为了通过科举考试,博取功名。这种传统至今对数学教育有重大影响。具体说来有:

儒家文化鼓励读书人“为今生今世建功立业而奋斗”,读书目的明确,有兴趣要学,没有兴趣也要学。读书的动力来源于现世功业,不寄托于“来世”。

家庭的严格管束。父母对子女的期望值很高,因而要求子女努力学习、“听老师的话”、遵守纪律、刻苦学习。

传统教育强调背诵、模仿记忆、“熟能生巧”。“熟读唐诗三百首,不会做诗也会吟”。大运动量的“数学练习”是考试成功的基础。

中国古代数学的“计算”传统。中国帝王称为“天子”,算学为天文历法服务。因此,计算为第一要事,而“推理、证明”则较少涉及。普遍使用“数学”一词是上世纪30年代以后的事,中国的珠算技能、善背口诀存在于民俗文化之中。此外,中国的数字读音为单音节,计算口诀朗朗上口,便于记忆,也是一大优点。

以上特点,在中国内地、台湾、香港,新加坡等华人聚居区,乃至日本、韩国、越南等国家,都不同程度地存在着。

二、儒家文化本身的演绎特征

首先,儒家文化本身是一个演绎系统。我们可以作这样的类比:

儒家经典相当于数学的公理,朱熹等为经典作注引申是构造定理和论证,读书人的任务是按朱熹的标准答案做练习。

儒家文化的思想体系,从表面上看似乎不讲究逻辑推理和演绎论证,但就整体来看,思维方式是收敛的、封闭的、演绎的。与此相反,凡是涉及创造、探索和发现的发散思维层面,只要和经典论述有抵触,绝对不能允许。这种演绎式的封闭思想体系不鼓励创新,自然会扼杀一切创造,包括数学上的创造。相比之下,儒家学说虽不重视数学,但是对数学上的逻辑演绎方法,却并不拒绝和反对。

儒家文化是一种注释文化。学者只能为圣人的话做“注解”,自己的学术研究都是为了证明“圣人”的话是对的。这种思

想体系不可避免地渗入中国知识分子的血液之中,在思想深处压抑着创造性,包括数学的创新精神。

三、清代儒家“考据文化”为数学的逻辑推理提供了舞台

如果说儒家文化宏观上是一个收敛的演绎体系,那么 18 世纪中国的考据文化则体现了儒家的治学方法。清代雍正王朝大兴文字狱,知识分子被迫到“故纸堆”里讨生活,考证每一个字的古音古义以及各种古文献的版本、真伪、作者等等。戴震(1723—1777)为代表的考据学派,以慎重求证的治学态度,极力反对空泛而粗放的论证方法。戴震曾批评以前的治学方法是“依于传闻,以拟其是;择于众说,以裁其优;出于空言,以定其论;据于孤证,以信其通”。也就是说,考据学派把儒家文化体系在微观上进一步演绎化、逻辑化了。

考据依赖逻辑。例如,考据常用反证法。“假定此书为某人所著,则将和某事实违背,因此该书不可能为某人所撰。”这种重证据、实事求是的学术精神和方法是考据学派能够通向现代科学,特别是数学的桥梁。著名学者梁启超曾说:“自清代考据学派 200 年之训练,成为一种遗传。我国学子之头脑渐趋于冷静缜密。此种性质实为科学成立之基本要素。我国对于形的科学(数理),渊源本远。用其遗传上极优粹之科学头脑,将来必可成为全世界第一等之科学国民”(《清代学术概论》)。

这种“遗传”基因,直到今天依然存在。考据训练 = 科学精神,那么数学思想 = 逻辑方法,就是理所当然的了。

一般以为,清代学术之特色为考据学,“明清一代学术走的是一条从反义理、重训诂,到独尊考据,再到兼重义理”的学术道路。这种考据到了独尊的程度,也就形成了一种文化。我们不妨称之为“考据文化”。考据文化使数学教育“重证据、讲推理”的特点得到充分发挥。中国知识分子的“考据文化”传统,把西方数学中的“创新”层面“过滤掉”,只把“逻辑”层面留下,以至于数学 = 逻辑的观念得到普遍认可,而数学的创新则不可避免地被冷落了。胡适说:“大胆假设,小心求证”,恐怕是大胆猜想不足,小心求证有余。数学上的创新想法得不到鼓励,一旦有小

错,便被指责为“科学性错误”,一辈子抬不起头来。在数学课堂上,此类现象绝非少见。

四、儒家的“科举考试制度”形成了考试文化

考试作为教育的指挥棒,古今中外都一样,但在中国更为突出。自隋文帝于公元 587 年实行科举制度以来,通过考试博取功名成为知识分子的惟一目标。明清两代的八股文考试,使教育的目标更加贴近“金榜题名时,洞房花烛夜”的人生追求。这种观念成为一种考试文化,一直影响到今天,数学教育自然也不能例外。

1935 年爱因斯坦在纽约州立大学的一次毕业典礼上,指出旧学校给学生太多的“好胜心”,而不注意培养学生的“好奇心”。李政道教授在复旦大学演讲时说过,我们的传统总把学习称作“学问”,为什么你们老是在做“学答”?这些话都是针对考试文化的弊端而说的。

实际上,考试是一把双刃剑。选拔人才,公平的考试是不可缺少的,至少在今天还无法取代。中国的统一高考制度,在历史上起过重要作用,在今后一段时间里必定还会继续。统一考试的弊端是“千军万马过独木桥”,大家都做同样的题目,没有创造,没有个性。当代“高考”的危险在于“八股化”,对于八股考试的危害一面,我们的认识还不能说很多。

第三节 国际数学教育百年回顾

一百年前的数学教育是什么样子呢?至少在英国,欧几里得的《几何原本》仍然是一切教科书的蓝本。数学家庞卡莱曾经幽默地讽刺当时数学教育的失败:“教室里,先生对学生说‘圆周是一定点到同一平面上等距离点的轨迹。’学生们抄在笔记本上,可是谁也不明白圆周是什么。于是先生拿粉笔在黑板上画了一个圆圈,学生们立刻欢呼起来:‘啊!圆周就是圆圈啊,明白了!’”庞卡莱指责的这种数学教育到处都有,现在也并未绝迹。

1901 年,英国工程师皇家理科学院教授 J.培利(Perry, 1850—1920)在英国科学促进会发表演说,猛烈抨击英国的教育制度,反对“为培养一个数学家而毁灭数以百万人的数学精神。”他说:“我们再也没有欧几里得时代那样的空闲了。”培利主张“关心一般民众的数学教育”,取消欧几里得《几何原本》的统治地位,提倡“实验几何”,重视实际测量、近似计算、运用坐标纸画图、尽早接触微积分。他归纳学习数学的“理由”有七条:

1. 培养高尚的情操,唤起求知的喜悦。
2. 以数学为工具学习物理学。
3. 为了考试合格。
4. 给人们以运用自如的智力工具。
5. 认识独立思考的重要性,从权威的束缚下解放自己。
6. 使应用科学家认识到数学原理是科学的基础。
7. 提供有魅力的逻辑力量,防止单纯从抽象的立场研究问题。

培利嘲笑那些只关心第 3 条(为了考试合格)的教师说,这些数学教师尽管什么用处也没有,但他们却像受人顶礼膜拜的守护神。

培利的演说获得广泛赞同,1902 年,以培利演说为中心内容的《数学教学的讨论》一书出版。20 世纪初,以培利为代表的数学教育改革运动拉开了序幕。

与英国的培利改革相呼应,德国数学家 F.克莱因(Klein, 1849—1925)继续推动世界数学教育改革。早在 1900 年,他在德国学校协会上,强调应用的重要性,建议在中学讲授微积分。1904 年,克莱因在哥廷根大学演讲,主张中学数学内容应以“函数概念”为中心。同年,在自然科学家的布列斯劳会议上,建议大学教师不仅要懂教育学,还必须注意数学教育的方法。1905 年,由克莱因起草的《数学教学要目》在意大利米兰公布,世称米兰大纲,其要点是:

1. 教材的选择和安排,应适应学生心理的自然发展。
2. 融合各个数学学科,密切数学与其他学科的联系。
3. 不过分强调形式的训练,应重视应用。
4. 以函数思想和空间观察能力作为数学教学的基础。

米兰大纲是一份向世界各国推荐的模范大纲,其指导思想贯穿于整个 20 世纪,至今仍然具有指导意义。

20 世纪以来,国际数学家联合会是国际数学界惟一的权威组织。1908 年在罗马举行国际数学家大会,决定建立国际数学教育委员会,现在它的通用英文名字是:International Commission of Mathematics Instruction,简称 ICMI。克莱因是本世纪初无可争辩的数学教育领袖,理所当然地被选为国际数学教育委员会的第一任主席,他担任这一职务直到 1925 年去世。

20 世纪中叶,经历了两次世界大战。由于教育和各国政府的政策密切联系,国际性的数学教育活动不太多。ICMI 做了一些组织工作,主要是交流各国数学教育的情况,包括数学教学大纲的制定、教学方法的改进、数学学习水平的评价等等。

第二次世界大战之后,各国普遍实行 9—12 年的义务教育制度,这是一项根本性的转变。如果说以前的数学教育只是为了培养少数科学家、律师、医生、国家管理人员等,那么现在就必须面对全体民众,不能淘汰,不能留级,不能退学。以前的数学往往被作为筛子用于选拔人才,现在则必须把数学作为“泵”来提高大众的数学能力,于是“大众数学”的口号应运而生。

20 世纪 60 年代,一项由国际政治触发的数学教育改革运动风靡全球。1957 年,苏联的人造卫星早于美国上天,美国朝野震惊。1958 年,美国国会通过国防教育法,要求政府和公众支持教育改革,用提高科学教育质量来保卫国防。大批的政府拨款和企业资助投向科学教育和数学教育,以布尔巴基为代表的数学家积极参与其中。当时的思潮是,数学教材内容太陈旧,基本上没有反映 20 世纪的数学成就,一大批新的数学教材在西方各国涌现,用“新数学”代替“旧数学”的改革运动席卷全世界。1958 年,美国成立“学校数学研究小组”(SMSG),着手编写《统一的现代数学》教材。1959 年,欧洲经济共同体编制《中学数学教育现代化大纲》。1960 年,日本召开全国数学教育大会,着手研究数学教育现代化。1961 年,英国的“学校数学设计”(SMP)研究组织推出一套全新的教材。比较稳重的苏联,也在 1965 年成立了以数学家柯莫哥洛夫为首的委员会,全面编写新数学教科书。即使处于封闭状态的中国,虽然和美国的数学教育改革

没有直接关系,但于 1960 年在上海举行的中国数学会代表大会上,也提出“打倒欧几里得”的口号,编写的高中数学教材竟包含偏微分方程,力求实现数学教育内容的现代化。

这场运动,世称“新数学”运动。新数学运动的指导思想是:

1. 增加现代数学内容,如集合、逻辑、群、环、域、向量和矩阵、微积分、概率论、二进制数系等等。
2. 强调公理方法,提倡“布尔巴基”的结构主义。MSG 数学教材中有一个由 30 条公理组成的系统。
3. 废弃欧几里得几何。
4. 削减基本运算,用计算器代替基本的运算技能。
5. 提倡发现教学方法,要求学生像数学家发现定理那样去学习数学。

经历了 20 世纪 60 年代和 70 年代,新数学运动最终以失败告终。学生无法接受大量的抽象而不切实际的数学,如二进制数系、群的概念、数理逻辑公式、交换律、结合律等等。与此同时,基本训练大大削弱,学生不知道“ $2+2$ ”等于几,因为被二进制数弄糊涂了。80 年代,大多数新数学运动的教材都宣布失败,提出“回到基础”的口号,重新注意基本训练。

新数学运动也有积极的一面,例如将概率统计、向量、微积分等内容纳入中学教学内容,在教学方法上注意学生发现知识的过程等。但是它的负面影响颇为巨大,学生的基本训练剧烈下降,长期未能恢复。至于平面几何之类的内容,不仅西方国家的中学生已经久违,连中学教师也不甚了了,恢复起来十分困难。

与新数学运动差不多同时,第二次世界大战时中断的国际数学教育活动也恢复起来了,这一时期的世界数学教育领袖是弗赖登塔尔(Freudenthal, 1905—1991)。

弗赖登塔尔是荷兰数学家,1930 年毕业于柏林大学,专长李群和拓扑学,长期在荷兰的乌德勒支大学任教授。在研究数学之余,关注数学教育,并有大量著作问世。他主张学习现实数学,提倡从学生的现实出发,注意数学学习心理学的研究。新数学运动风起云涌之际,弗赖登塔尔持激烈反对态度。后来的事实证明他是对的,这使他的声誉鹊起。1967 年,弗赖登塔尔当