

基础教育新课程教师教育系列教材

数学新课程研究系列

主编 刘兼 黄翔

数学教育的价值

黄翔 编著



高等教育出版社

内容提要

本书是运用现代数学教育理论观点,结合数学课程改革实践,在新的时代背景下全面探讨数学教育价值的一本著作。

本书前四章首先通过纵向历史分析、横向国际比较、现状调查与反思对数学教育的价值取向作了多角度的探讨,并着眼于数学教育的未来发展,运用现代数学教育学的若干理论观点,对数学教育价值的发展问题作了研究。然后,引导读者分别从数学、社会、学生的发展与数学教育之间的关系去更加深刻地认识数学教育的价值问题。后两章,结合数学新课程的基本理念、目标设计、课程内容和课程实施来具体研究数学教育价值的定位、拓展与实现等问题。为利于读者对问题的理解和认识,本书提供了较丰富的素材和案例。

本书可作为实施新课程的数学教师的培训教材,也可作为适合各类师范院校数学专业本专科学生、研究生及数学教育工作者阅读。

策划编辑 张 华 责任编辑 张忠月

封面设计 刘晓翔 责任绘图 尹 莉 版式设计 张 岚

责任校对 责任印制

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http:// www .hep .edu .cn
总 机	010 - 82028899		http:// www .hep .com .cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本	787 × 960 1/16	版 次	年 月第 1 版
印 张		印 次	年 月第 次印刷
字 数		定 价	元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

第1章

我们为什么学数学——数学教育价值观的核心问题

- 数学教育价值取向的历史演变
- 数学教育价值的国际比较视角
- 数学教育的现状及对数学教育价值的反思
- 数学教育的价值分析

我们正处在一个新的时代,数学在这个时代中越来越发挥着它独特的作用与价值,数学教育应该敏锐地反映出数学的这一特征。

在这个时代,教育与人的关系也更加紧密。学习型社会的建立需要教育给予人的不仅是知识,还有能适应终身学习的素养。

时代需要数学教育超越传统意义去认识和发挥自身的价值。

这样,一个更为本质、也更为本原的问题就不可避免地摆在我们面前:我们为什么学数学?

首先,本章从历史回顾入手,对数学教育价值取向的历史演变作了分析;然后,采用比较研究方法,用较丰富的素材,揭示数学教育价值追求上的国际趋势和新特点;在第三节,立足于我国数学教育的现状,对我国的数学教育价值标准作出反思;最后,着眼于数学教育的未来,运用现代数学教育的若干理论观点,对数学教育价值的发展问题作了探讨。

上述研究包含了四个维度:纵向历史分析、横向国际比较、现状调查与反思、未来发展需求。这是缘于科学研究方法论的考虑,也是因为数学教育价值在数学教育研究领域是一个联系广泛而又居于核心地位的问题。

第一节 数学教育价值取向的历史演变

一、两种基本的价值取向

纵观数学教育的发展历史,始终存在着两种基本的价值取向,其一是注重数学的实用性,其二是注重数学的思维训练功能。

从我国古代数学教育看,注重数学的实用性是其显著特点。一般认为,我国古代数学教育萌芽于夏商之际,形成于西周。据《周礼》记载,周代学校的教学科目有礼、乐、射、御、书、数,即“六艺”,这表明当时的学校已把数学当作一种技艺来传授。汉代郑玄在《周礼》注中指明:“数”这一技艺包括方田、粟米、差分、少广、商

功、均输、方程、赢不足、旁要 9 种, 都是与生活紧密联系的实用性技艺, 对后世的数学教育目的指向产生了重要影响。成书于汉代并在以后很长一段时间作为重要教科书的《九章算术》正是在这样的基础上形成的, 全书 246 个问题多以实际问题形式表述, 先举问题, 后给出答案, 进而提出解决一类问题的“术”(即算法)。内容涉及土地丈量、粮食兑换、物品分配、工程计算……, 是体现我国古代数学实用性思想的代表作。

从国外古代数学教育看, 古巴比伦与古埃及的数学教育以满足当时社会生产生活需要为目的, 以实际应用为数学教育的价值追求, 而古希腊的数学教育却走着另一条不同的道路。那时的数学家已不满足于经验数学的结论和法则, 他们之中很多人集哲学家、理论学者于一身, 喜欢并擅长理性思辨(如毕达哥拉斯、柏拉图等及其学派)。他们重视数学的抽象性, 强调数学的严谨性, 追求对数学结论的严格的逻辑证明。反映在数学教育中, 就是注重论证技巧和思维推理训练, 欧几里得《几何原本》堪称体现这一数学教育价值特征的典型。

上述两种价值取向的产生有着各自的文化、社会背景, 而在以后的数学教育发展的历史进程中, 这两种价值观又一直影响着各国的数学教育目标的确定。数学教育发展的历史表明, 数学教育价值观念随着社会与时代的发展而变化, 这两种价值观的对峙、调整、平衡、融合以至拓展, 始终贯穿于各国数学教育改革的进程之中, 并成为数学课程改革探索的核心问题之一。

二、从数学教育目的演变看数学教育价值的变化

数学教育作为学校教育的一个分支, 具有鲜明的目的性, 实现数学教育目的的过程就是实现数学教育价值的过程, 所以, 从数学教育目的的演变我们可以窥视到数学教育价值的变化。

纵观我国古代、近代和现代数学教育目的的变化, 数学教育的价值内涵呈现出不断丰富发展的过程, 并大致体现为如下几个阶段:

(1) 数学教育的目的主要是传授知识。我国古代的数学教育非常明显地体现了这一特征。

(2) 数学教育的目的主要是传授知识与技能。如 1952 年 12

月印行的《中学数学教学大纲(草案)》指出:中学数学教育的目的是“教给学生以数学的基础知识,并培养他们应用这种知识来解决各种实际问题所必需的技能 and 熟练技巧”。

(3) 数学教育的目的不仅要传授知识与技能,还要培养能力。如1956年5月,在《中学数学教学大纲(修订草案)》第3版关于数学教育目的的表述中,明确指出:数学教育要“发展他们的逻辑思维和空间想像能力”。这是我国数学教育大纲中第一次明确提出发展学生“逻辑和空间想像力”。而在1963年5月的“数学教学大纲”中,进一步补充了“培养学生正确而且迅速的计算能力”,在1978年2月印行的“数学教学大纲”中,又将培养能力规范为运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力,以及分析和解决问题的能力。

(4) 数学教育要双基、能力、思想并重。新中国成立以来,我国数学教育一直把思想教育作为教育目标之一,1978年过渡性的大纲中重新加进了“基本技能”的提法,直至1996年5月印行的《全日制普通高级中学数学教学大纲》仍沿用这种结构方式,其高中数学教育目的的表述为:“使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识和概率统计、微积分的初步知识,并形成基本技能;进一步培养学生的思维能力、运算能力、空间想像能力,以逐步形成应用数学知识来分析和解决实际问题的能力;进一步培养良好的思想品质和辩证主义观点”。

至此,我国数学教育的相对稳定的目标结构已客观地将数学教育的价值取向定位于教养的价值(双基及能力)和教育的价值(思想),也可将其划分为客观性价值(双基)和主观性价值(能力及思想)。

第二节 数学教育价值的国际比较视角

如何认识数学教育的价值以及如何教学中体现这种价值,是国际数学教育领域在理论与改革实践中必须面对的问题。尽管各国国情、教育状况、教育哲学观存在差异以及时代变化所带来的影响,使得对这一基本问题的认识显得观点纷呈,但从各国及地区

数学教育改革所反映出的潮流和趋势来看,仍有若干共同的特点给我们以启示,值得我们关注。而通过国际的比较研究,我们不难发现我国传统数学教育价值观的局限性。

一、从几个比较研究的案例看数学教育价值观的追求

1. 数学观与数学教育观为何出现差异

数学是一个跨国界的学科,其稳定的体系结构和统一规范的呈现方式使人们有理由相信,尽管因各国家各地区的文化背景及文化传统的不同可能在数学课程的处理方式上有所不同,但对数学及数学的总体认识不会有多大差别。事实上却不是这样,较多关于此方面的调查研究反映出人们对数学及数学本质的认识并不是统一的,而造成这种不统一的一个重要原因仍是基于数学教育价值取向的不同。

梁贯成提供的《北京、香港和伦敦三地教师对数学及数学教学的态度》的调查报告,反映出三地教师对数学及数学教育的态度存在较大差异,并认为出现这种差异的一个可能的解释就是文化的差异(作者只是推测,没有论证)。而笔者更为关注的是这一报告的很多部分实际上表明了三地教师对数学教育价值的认识上的不同。(这是否是文化差异背后更为本质的东西呢?)

表 1-1 关于数学教育目的的认识

北 京		香 港		伦 敦	
教育目的	重要等级	教育目的	重要等级	教育目的	重要等级
基础工具	1.8	思维训练	1.7	表达能力	2.2
思维训练	2.4	表达能力	2.5	日常应用	2.3
表达能力	3.5	日常应用	3.0	思维训练	3.1
日常应用	3.7	基础工具	3.1	基础工具	3.2
欣赏数学	4.6	欣赏数学	4.7	欣赏数学	4.3

表1-1(等级数越小,表示越重要)显示,北京教师最看重数学教育的基础工具性价值,香港教师较注重思维训练价值,而伦敦教师则认为数学教育中培养学生的表达能力(数学交流)更为重要;而数学的日常应用的重要性在北京、香港、伦敦三地教师心中的地位处于逐级提升的发展态势。

表1-2 对选择数学教学内容的因素的比较

北 京		香 港		伦 敦	
选择内容时 考虑因素	“最重要”的 百分比(%)	选择内容时 考虑因素	“最重要”的 百分比(%)	选择内容时 考虑因素	“最重要”的 百分比(%)
教学大纲	44(1.9)	有趣有意义	34(2.4)	有趣有意义	61(1.6)
教科书	37(2.0)	思维训练	21(2.6)	是否有用	12(2.8)
思维训练	5(3.2)	教学大纲	29(2.9)	思维训练	12(2.9)
是否有用	6(3.8)	教科书	11(3.3)	教学大纲	11(3.3)
有趣有意义	4(4.0)	是否有用	5(3.7)	教科书	1(4.4)

表1-2提供的结论有一个非常明显的对比,在香港及伦敦的教师看来,数学内容是否有趣和有意义是选择教学内容时最重要考虑的因素,而北京教师却认为这一点最不重要;而北京教师认为最重要的教学大纲和教科书,又被香港和伦敦教师视为最不重要。这样的反差明显地折射出在选择数学教学内容时各自不同的标准。

王林全提供的《中、美两国中学生数学观的调查分析》表明,中、美学生的数学观存在明显差异,而且各自呈现出某种片面性。他依据这一调查及其他一些关于数学观的比较研究材料指出,我国中学生数学观的片面性表现为:把数学等同计算、把数学看成一堆概念和法则的集合、对数学问题认识的狭隘,以及不能看到活生生的数学问题等。文章认为这种对数学的片面认识,将扭曲数学学习的意义,因此,应该把培养正确的数学观念放在数学课程的突出地位。笔者非常赞同这一观点。

2. 不同价值观下的两类数学课

数学课堂教学是实现数学教育价值的具体环节,由于这一环节涉及数学目标、数学内容、数学方式、教学过程、师生之间的交互行为,以及效果和评价等多个层面,实际上已构成相对复杂的系统,数学课堂教学活动的实施过程受数学教育价值观的制约。

【案例 1】

顾泠沅选取了全美数学教师委员会(NCTM)所编《教授数学的职业标准》(1991)中莎维执教的函数 $y = |x| + c$ 图像课,以及我国《名师授课录》(上海教育出版社,1992)中朱新民执教的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像课,作了比较分析,并认为文化背景和价值观的差异是形成课堂教学具体行为的根本原因。笔者根据所提供的素材将两堂课的主要方面概括如下(表 1-3)。

表 1-3 两堂课的比较

主题	(美) $y = x + c$ 的图像	(中) $y = ax^2 + bx + c$ 的图像与性质
引入	直接让学生列出函数表,绘出 $y = x $ 的图像。(学生轻声说:“好像 V 形”)	1. 师生共同复习学过的 $y = ax^2$ 的图像和性质; 2. 提出课题,学生阅读课本并思考: $y = \frac{1}{2}x^2, y = \frac{1}{2}x + 3^2, y = \frac{1}{2}x + 3^2 - 2$ 的图像是怎样作出的? 形状是否相同? 最值各为多少? 位置变化有何规律?
教学过程	1. 学生在同一坐标画出 $y = x + 1, y = x + 2, y = x - 3$ 的图像,写一段与 $y = x $ 图像比较的评论,(独立或合作完成,教师巡视,听讨论,提问题。)一个小组发现:是图像的平移,一学生描述了上述三个函数图像是如何平移 $y = x $ 得到的。	1. 让学生回答上述问题(完全正确),并请一学生说出三个函数的顶点和对称轴。教师问:“如何从列表、图像及解析式中去观察函数的顶点和对称轴呢?” 2. 引导学生,将 $y = \frac{1}{2}x + 3^2, y = \frac{1}{2}x + 3^2 - 2$ 分别化为: $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}, y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$, 问学生能否画出后面这两个函数图像?(学生回答:能! 他们实际上就是前两个函数图像。)

续表

主题	(美) $y = x + c$ 的图像	(中) $y = ax^2 + bx + c$ 的图像与性质
教学过程	<p>2. 教师引导: 谁能不用列表法画出 $y = x + 4$ 的图像? (全班踊跃, 由不常举手的一学生尝试, 一学生用电脑证实了他的正确, 全班欢呼。) 教师让学生记日志。</p> <p>3. 发作业: $y = x + c$, 激发明天讨论的 $y = x + c$ 的兴趣。(之后的两三周内, 学生探索了一次方程、二次方程 $y = x^2 - 2x$ 和绝对值函数 $f(x)$。)</p>	<p>3. 从特例到一般。问 $y = ax^2 + bx + c$ 与 $y = ax^2$ 的图像的形状、顶点、对称轴和相对位置如何呢? 要解决这个问题, 首先做什么呢? (一学生回答: 先要配方。) 教师把学生配方结果</p> $y = ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ <p>与图表中函数进行类比, 利用图像讲解。</p> <p>4. 请学生阅读 $y = ax^2$ 的三条性质。启发学生: “能否依照它去总结 $y = ax^2 + bx + c$ 的性质?” 要求学生阅读一遍书上的结论。</p> <p>5. 讲解例题, 总结求抛物线对称轴、顶点坐标及最值方法: 配方法与分式法强调要重视前者。</p> <p>6. 布置作业: 阅读课本, 课本习题。</p>

我们进一步可以把这两堂课的主要特点概括如下(表 1-4)。

表 1-4 两堂课的主要特点

主题	(美) $y = x + c$ 的图像	(中) $y = ax^2 + bx + c$ 的图像与性质
目标指向	以学生兴趣为中心, 意在学生的活动和体验	关注学生对基础知识和基本技能的掌握
课堂风格	粗放、松弛、奔放	细腻、严谨、落实
引入	着眼问题, 直入主题	新旧关联, 复习引入
活动方式	操作、讨论、小组活动、电脑验证、写评论和日志	问答、阅读、表述、计算、推广、总结
教师角色	听讨论, 提问题, 给建议, 注意“介入”的时机, 组织与参与的协调	通过问题系列启发引导, 层层推进, 及时总结
内容分量	相对轻	相对重
作业	为本节课的主题 $y = x + c$, 引发讨论后续内容的兴趣	对本节主题的巩固, 强化解题技能, 以求熟练

通过两堂课主要特点的对比,不难看出诸多方面的不同。我们无意在此作出孰优孰劣的评论(事实上要作出这样的评论是极为困难的),而是想通过这样的比较提供一个思考数学教育价值的角度。当前,众多学者(也包括西方学者)愈来愈持一种相对“公允”的态度,希望能在东西方数学教育的“两极”之间寻求某种平衡,这实在是一种明智的态度。如果以这种态度去看待数学教育的价值,我们是否应该采取一个更为宽广和包容的角度,赋予数学教育价值以更多的维度和更为丰富的内涵呢?

3. 仅仅是教材引入方式的不同吗

笔者曾在《比较数学教育及其研究》一文中提到两个关于教材引入方式不同的素材,以期第一线的教师能从这些具体的素材之中,作出一些比较研究的思考。

素材 1 :

文中罗列了大陆和台湾教材中关于“一元一次方程”的内容作对比。论文本身只是提供素材,未作分析。张奠宙先生在同期的《编后漫笔》中发表了如下看法,可视为研究导引:“台湾教材从明朝程大位《算法统宗》中的‘哑巴买肉’问题引入,依据例子描述一元一次方程,没有明确定义,接着的求解只讲思路不重套路,最后画出逻辑关联图作为结束。从大陆流行的教学观点看,这种方法太不严格了,很不可取,但是台湾的同行也是数学教育专家,他们为何要如此做?值得深思。”

素材 2:

“乘法公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ”引入及推导的中西方对比。

(1) (美) L. M. Gelfand 所著 Algebra 一书是以这样一个故事引入的(《数学通报》1998 年第 9 期,赵籍丰):

一位老人喜欢孩子们去看他,他总会给看他的孩子们糖,他给糖的规则是:“每个孩子得到的糖果块数正好和当时看他的孩子的人数一样多。”

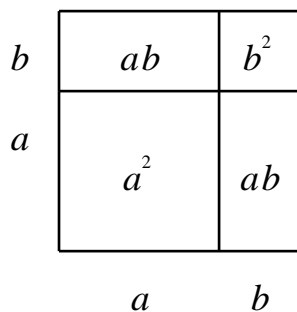
黄翔. 比较数学教育及其研究. 中学数学教育参考, 1999(5)

袁小明. 台湾初中数学教材的新趋向. 数学教学, 1996(3)

张奠宙. 编后漫笔. 数学教学, 1996(3)

第一天,先有 a 个男孩去看他,男孩走后,又有 b 个女孩去看他(这样 a 个男孩和 b 个女孩共得 $a^2 + b^2$ 块糖)。第二天, a 个男孩和 b 个女孩一块去看他(a 个男孩和 b 个女孩共得 $(a+b)^2$ 块糖)。问:这一群孩子哪一天得到的糖最多? 多多少块? (显然,第二天得到的多, a 个男孩每人比前一天多 b 块,共多 ab 块,同理, b 个女孩共比前一天多 ab 块,共多 $2ab$ 块,也就是 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$)。

(2) 我国教材的通常呈现方式是这样的:首先计算 $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 后辅之以图形直观。



仅就素材 2 看,其引入方式的不同至少提供了如下比较的角度:

在类型上,故事趣味型与数学问题型;在风格上,生活化与理性化;在方法上,现实背景的数量化与数形结合的推理;在思维上,形象思维、逻辑思维的结合与纯粹的逻辑思维;在活动方式上,趣味性的计算与理论性的计算加上论证等等。联系到素材 1,我们可以进一步看到,无论是“哑巴买肉”也好,还是“老人给糖的故事”也好,其共同的特点是希望学生能从具体的生活问题之中寻求一种数学的模型(尽管学生可能并不知道何谓数学模型),并通过这一模型去解决现实问题。这就是一个数学化的过程,一个数学知识自然而然产生发展的过程,毫无疑问,它体现了数学更为本质的东西。可以说,正是对这种数学本质的体验升华了这些素材在数学教育上的价值。

4. 对中日韩高考试题的不同反映说明了什么

笔者在东京参加 ICME9 期间,有幸得到由日本河合文化教育研究所等出版的《比较和分析东亚大学入学统一考试》的资料(1996.10),该资料收录了当时中、日、韩三国最新版本的大学入学统一考试试题、日本河合塾各科老师对三国高考试题的比较分析、

1996年9月举行的“东亚(中、日、韩)大学统一考试的结果分析”以及三国考生对此次统一考试的感想。由于考试是教育的评价形式之一,加之高考客观上对教育产生着一种导向作用,故由此去透视各国的数学教育价值追求应该是一个能说明问题的角度。

日本河合塾将1996年中国数学(文科)高考试题与韩国数学(文、理科)高考试题做了一番比较,概括出如下特点(见表1-5):

表 1-5

中国的数学试题(文科)	韩国的数学试题
1. 大部分试题只设了一问,且用单纯的计算和公式可以解答 2. 出题内容基本上是课本式的,见不到类似韩国智能测试一样的问题 3. 试题的量比较多,似乎要考查对基本公式的运用能力 4. 题型多样,叙述题有一定难度,但并不需要深思,好像缺少评价逻辑思维能力的机会	1. 与所需时间比,量多,需速战速决 2. 着重点不在计算能力,而在直截了当寻找解决方法的思维能力(上述两点颇像智力竞赛和智能拼板) 3. 有3个题要求参照图表求函数,这成了韩国试题特点 4. 数学文、理试题在难度和范围方面无多大差异(据说为了提高实用的信息处理能力,数学在文科课程中也占较大比重)

而对三国学生做同一份试题(该统一考试共11问16题,其中,中国出4道,韩国出5道,日本出7道),除了有一些共同的感受外,不同的感受择其要点概括如下(见表1-6):

表 1-6

中国学生感想 (北大附中35人)	日本学生感想 (河合塾千种校39人)	韩国学生感想 (汉城大成学院40人)
日本题简单,重概念,韩国题重理解和能力	韩国试题,与其说重计算,不如说重思考	总的感觉是看重基础知识
日、韩题较为实用,中国题适合培养数学家	中、韩试题显然量不大,但剪度高、较复杂,这点很好	中国题较简单,日本题较容易

续表

中国学生感想 (北大附中 35 人)	日本学生感想 (河合塾千种校 39 人)	韩国学生感想 (汉城大成学院 40 人)
注重巧算、题型新颖,与想像力结合	还是习惯了日本题,易解,韩国的试题可怕	多数试题是数学式的,且较零散
比较重形象思维,中国题解析较多,重抽象思维	东亚考生解同样试题,有种说不出的奇怪感觉	考基本原理的试题比较多,缺乏与实际生活的联系
中国题严谨,日本题接近实际,韩国题考学生理解能力		中、日的试题要求过细的知识

中、日、韩同居东亚地区,在数学发展历史上有一定的渊源,在当代,数学教育研究的学术交流也较频繁(此次高考比较即为一例)。已有一些学者的研究论及东亚数学教育的共同特征,比如张奠宙在 10 年前就以《有“东亚数学教育学派”吗》为题作了论述;梁贯成在 ICME9 上的报告《寻求东亚数学教育的特征》则从 6 个方面作了总结;郑毓信指出:东亚数学教育的这些特征“是与整体性的文化传统,特别是与相应的价值观直接相对应的”。但是,上述三国师生对高考试题的比较表明:三国在试题风格、题型、题量、难度、侧重点、评价倾向上仍有诸多不同,这种现象值得进一步探索。借用前述郑毓信的观点,这些差异的出现仍是与各国的文化传统,特别是与相应的价值观相联系的。从这个意义上看,我们应该借鉴并反思对中国试题的认识(如课本化、纯粹性倾向,缺少联系实际生活的内容,偏重理性而缺少形象思维等),并由此对数学教育的目标和价值定位作出调整。

张奠宙. 有“东亚数学教育学派”吗. 数学教育学报, 1992(1)

黄翔. 第 9 届国际数学教育大会会议综述. 数学教育学报, 2001(1)

郑毓信. 中国学习者的悖论. 数学教育学报, 2001(1)

二、从一道习题引发的对数学教育价值观的思考

几年前,苏式冬所提供的香港教材中一道习题在笔者看来仍显示了经久不衰的“魅力”,每每在学术报告或教师培训的课堂上提及该例,总能引发诸多感慨,而这其中的核心仍然离不开“为什么学数学”的主题。

【案例 2】 香港教材:“公说公有理,婆说婆有理”

某企业有 5 个股东,100 个工人,90~92 年间收益情况如下表:

年份	股东红利(元)	工资总额(元)
1990 年	5 万	10 万
1991 年	7.5 万	12.5 万
1992 年	10 万	15 万

将表中数据用图表示出来(如图 1-1):

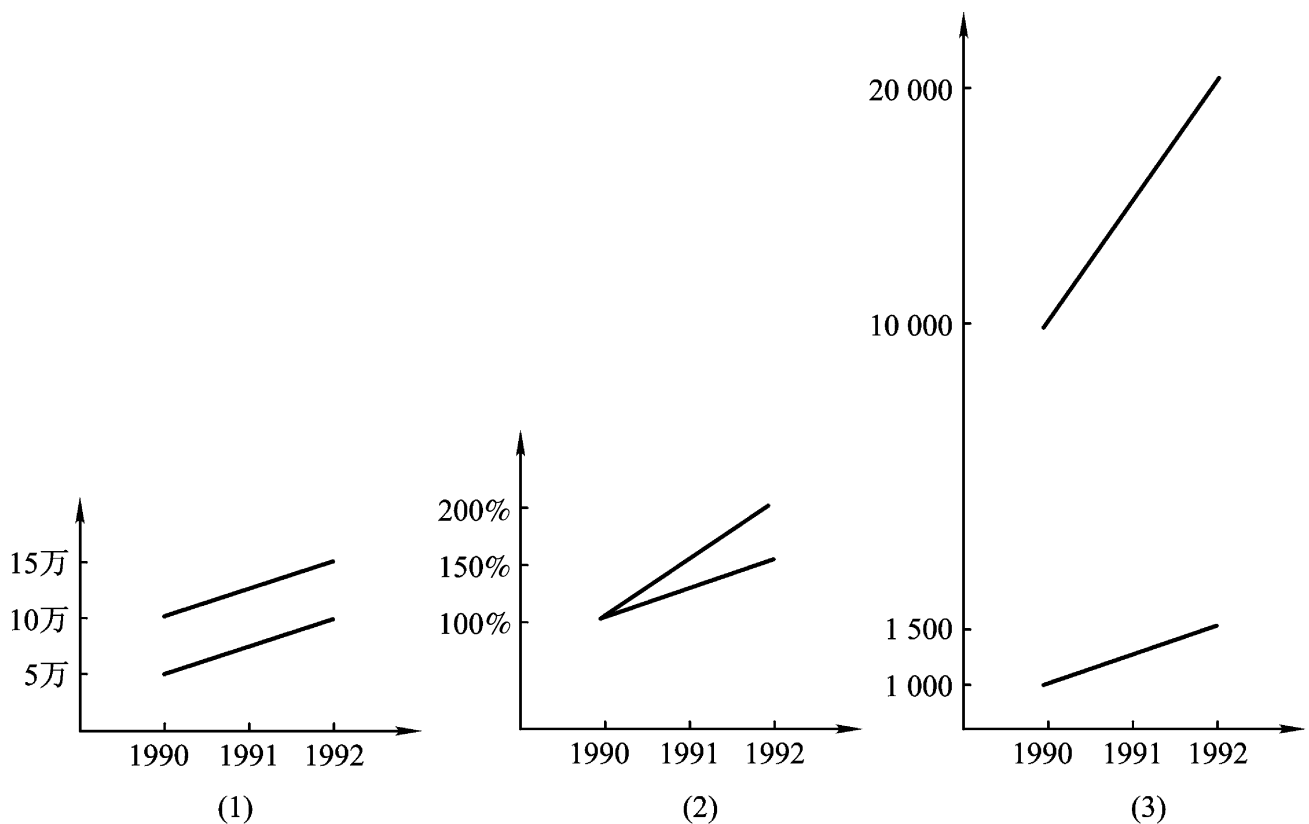


图 1-1

图 1 - 1(1) (股东画) : 两条平行线, 表明劳资双方“有福共享, 有难同当”。

图 1 - 1(2) (工会领导人画) : 以 1990 年为 100% , 股东红利增至 200% , 而工资总额仅为 150% , 所以应加速增长工资 (从图像看, 差距越来越大) 。

图 1 - 1(3) (某工人画) : 以股东和工人的个人所得计算, 收入相差十分悬殊。

(为便于阅读, 问题叙述稍有修改。)

我们可以将其展现的数学教育价值作如下提炼:

基础知识层面: 数据理解及函数图像知识;

基本技能层面: 数据处理技能及建立坐标、作出图像的技能;

能力展现层面: 建立数学模型, 分析、解决实际问题的能力;

思维训练层面: 数形结合思维, 一题多解的发散型思维;

思想教育方面: 数学表示的多样性所蕴涵的辩证观点, 问题中主人公(工人、股东、工会领导) 的利益冲突蕴含的思想教育性。

我们认为这道习题所具有的教育价值还远不止于此, 我们更为看重的是这道习题所反映出的对数学的态度及价值的关注——数学与人的社会生存紧密关联。这道习题的解决过程为我们在头脑中描述了这样的场景: 工人、股东、工会领导人正在为是否增加工资进行一场激烈的谈判, 数学成了谈判的语言, 不同的角色受不同的利益驱动选用了不同的数学表示方式, 看似“公说公有理, 婆说婆有理”, 实则工人和工会领导人依据数据所画的图像更深入地描述了数据所应表达的信息, 因而显得更有说服力。从这里我们看到数学的正确运用与否已成为影响人的生存的重要因素, 数学教育的价值在这样一个层面上展现难道不值得称道吗?

三、一个讨论 21 世纪数学教育价值的国际圆桌会议

2000 年 7 月 31 日至 8 月 6 日于东京举行的第 9 届国际数学教育大会(ICME9) 是国际数学教育界的一次盛会, 此次会议实现了多年以前的一个想法: 借助现代技术, 举行一次远程的、多边的在线国际圆桌会议。ICME9 圆桌会议由日本、美国、新加坡的三位学者参与, 现场则由美国、澳大利亚、日本和新加坡的四位学者构成的小组组织进行, 会议主持人为原国际数学教育委员会副主席、

新加坡南洋理工大学教授李秉彝(Lee Peng Yee), 圆桌会议的主题为“ 面向 21 世纪的普通教育中数学的作用 ”(The Role of Mathematics in General Education for the 21st Century)。

作为与会者, 此次讨论给笔者留下很深印象。李秉彝先生 2001 年 11 月份访问重庆时, 送给笔者一份根据该圆桌会议录音整理的完整的英文文本, 现根据这一文本, 将涉及数学教育价值讨论的主要观点概述于后:

进入 21 世纪, 由于社会发展对教育需求的变化和信息技术的影 响, 教育及数学教育都发生了很多变化, 这些变化必然对数学课程以及数学教育的价值与作用产生影响。

尽管我们进入了以知识经济为特征的时代, 但数学教育却不应以获取知识为终极的价值追求。“ 我们的社会变得越来越以知识为基础, 但教育不仅仅是为了获得知识, 更是为了获得知识的运用 ”(李秉彝)。

新世纪的数学教育应更加鼓励个性化(日本前教育部长 Akito Arima 博士希望在教育中有更多的多样性): “ 在发达国家中, 学校教育具有很多的多样性与个性化, 他们需要的可能是更多的非统一性”, “ 我们的数学教育应朝什么方向发展呢? 统一性还是多样化? 我希望应鼓励学生的个性化, 尤其是创造力”。新加坡的 Wee Heng Tim 支持这一观点, 他认为 21 世纪是为“ 个性胜利 ”庆功的世纪, 数学教育的职责“ 是帮助每个孩子最大限度地发现和发展他们的能力”, 而要做到这一点, 除了国家提供一个普遍的国家课程, 学校和老师还应该根据需要握有更大的自主权。

数学教育应该让学生学会学习, 学会思考。讨论指出: “ 所有的人都赞同数学教育不仅是传授和学习数学知识, 而更应该培养和学习数学思维”。新加坡在讨论中提到了“ 思考性学校、学习型民族 ”(Thinking Schools, Learning Nation) 的概念, 强调: “ 真正的挑战是有选择的, 不要让课程承担过多的知识内容, 而是要教给学生怎样获取知识、怎样批判性和创造性地思考, 这样做会将学习的焦点从注重结果转移到更多地强调过程上”。

如何认识数学学习与学生今后获得职业岗位的关系? 讨论中的主要观点有: 我们生活在一个变化快速、难以预测的时代, 未来的岗位需求和特征也要发生变化, 所以数学教育要关注“ 注重思