数学辅导与练习

李金城　主编

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学辅导与练习/ 李金城主编 . —北京: 中国劳动社会保障出版社, 2003
全国高级技工学校公共课教材
ISBN 7 - 5045 - 4089 - 7

Ⅰ. 数… Ⅱ. 李… Ⅲ. 数学-高等学校: 技工学校-教学参考资料 Ⅳ. 013

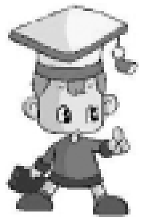
中国版本图书馆 CIP **数据核字**(2003)**第** 046418 **号**

中国劳动社会保障出版社出版发行
(**北京市惠新东街** 1 **号 邮政编码**: 100029)
出 版 人 : 张梦欣
*
新华书店经销
厂印刷 装订厂装订
787 **毫米**×960 **毫米** 16 **开本** 7. 25 **印张** 157 **千字**
2004 **年** 1 **月第** 1 **版** 2004 **年** 1 **月第** 1 **次印刷**
印数: **册**
定价: 12. 00 **元**
读者服务部电话: 010 - 64929211
发行部电话: 010 - 64911190
出版社网址: http: / / www .class .com .cn

内 容 提 要

本书根据中国就业培训技术指导中心组织编写的全国高级技工学校公共课教材《数学》编写，章节顺序与教材相同。主要内容有辅导、习题和习题答案三部分。本书既可作为教师教学辅导参考用书，也可作为学生学习数学的练习用书。

本书主编李金城，副主编王璞杰、谢蜀忠、黄春生，参加编写的有汤国明、谭铁、李金城、谢蜀忠、王璞杰、黄春生。



目　录

第　一　章

函数、极限与连续

一、内 容 概 要

(一) 函数

1．函数概念

函数是高等数学中非常重要的概念，是学习微积分的基础．

设 x 和 y 是两个变量，D 是一给定的实数集．若对 D 中任一个数 x，变量 y 按照一定法则总有确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$．实数集 D 称为此函数的定义域，x 叫自变量，y 叫因变量（即函数）．

函数定义中，定义域 D 和对应法则 f 是两个重要的要素．函数相等的前提是它们的定义域和对应法则分别相同．

若自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值仅有一个，则这种函数叫做单值函数，否则叫做多值函数．今后凡未特别说明，函数都指单值函数．

2．函数特性

(1) 有界性　设函数 $f(x)$ 在实数集 D 上有定义，若存在正数 M，当 $x\in D$ 时，恒有 $|f(x)|\leq M$，则称 $f(x)$ 在 D 上是有界函数，否则称 $f(x)$ 在 D 上无界．

(2) 单调性　设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，如对于任意的 x_1，$x_2\in I$，且 $x_1<x_2$，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$ [或 $f(x_1)>f(x_2)$]，则称 $f(x)$ 在 I 上是单调增（减）函数．

(3) 奇偶性　设函数 $f(x)$ 定义在对称区间 $(-a, a)$ 内，如对任意的 $x\in(-a, a)$，恒有 $f(-x)=f(x)$ [或 $f(-x)=-f(x)$]，则称 $f(x)$ 为偶（奇）函数．

(4) 周期函数　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个不为零的数 l，对任意 $x\in D$，且 $x\pm l\in D$，恒有 $f(x\pm l)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为以 l 为周期的周期函数．

(二) 反函数与复合函数

1．反函数

已知函数 $y=f(x)$，$x\in D$，值域为 $f(D)$．将 y 看作自变量，x 看作函数，由 $y=$

$f(x)$所确定的函数 $x=\varphi(y)$，$y\in f(D)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，而 $y=f(x)$ 叫做直接函数．一个函数如果有反函数，它必是一一对应的函数关系．直接函数 $y=f(x)$ 与反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形在同一坐标系中相同．习惯上，自变量、因变量分别用 x、y 表示，所以 $y=\varphi(x)$ 或 $y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数．$y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称．

2．复合函数

设 $y=f(u)$ 的定义域是 D，$u=\varphi(x)$ 的定义域是 D_1，值域是 W，若 W　D（或 $W\cap D\neq\Phi$），则称 $y=f[\varphi(x)]$ 是由 f 与 φ 复合而成的复合函数．

(三) 初等函数

1．基本初等函数

基本初等函数是幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数的统称．

2．初等函数

由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算而构成的并能用一个式子表示的函数称为初等函数．分段函数不是初等函数．

(四) 极限与连续

1．极限概念

极限概念反映了函数在自变量无限变化的过程中，因变量的某种变化趋势．

(1) 数列极限

设有数列 $\{x_n\}$，当 $n\to\infty$ 时，若 x_n 无限接近某常数 a，则称 a 为此数列当 n 趋于 ∞ 时的极限，记作 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$．

(2) 函数极限

当自变量 $x\to x_0$，包括 $x\to x_0-0$，$x\to x_0+0$，$x\to x_0$；$x\to\infty$，包括 $x\to+\infty$，$x\to-\infty$，$x\to\infty$ 时，$f(x)$ 无限接近于实数 A，则称 A 为函数 $f(x)$ 当 x 趋于上述 x_0（含 $x_0\pm0$）或 ∞（含 $\pm\infty$）时的极限．

2．极限存在的准则及运算法则

(1) 极限存在的准则

1) 充要准则

①若左右极限存在且相等，则极限存在，反之也成立．

②若 $f(x)=A+\alpha$（α 是无穷小），则充分必要条件为 $f(x)$ 以 A 为极限．

2) 充分准则

①夹逼准则．

②单调有界准则．

(2) 极限的四则运算法则

注意在加、减、乘运算中，每个函数的极限都要存在，而且函数个数只能是有限个，否则就会产生错误．在除法运算中，不仅要求分子、分母的极限都存在，而且分母的极限

不能为零．

3．无穷小

无穷小是极限为零的变量，极限的性质和运算法则也都适用于无穷小．零是无穷小．

两个无穷小之比的极限反映了无穷小趋于零的“快慢”．由此得出关于两个无穷小是同阶无穷小、等价无穷小、一个是比另一个高阶的无穷小的概念．

4．函数的连续性

若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续．由极限的运算法则可得到连续函数的运算法则．一切初等函数在其定义区间内是连续的．

函数的间断点分成两类：第一类间断点，包括可去和跳跃两种间断点；第二类间断点，包括无穷和振荡两种间断点．在求函数的间断点时，对初等函数应考察使函数无定义的点，对分段函数还要考察分界点．

在闭区间上连续的函数具有三个重要定理：有界性定理；最大值、最小值定理；介值定理．

5．极限的求法

①利用夹逼准则和单调有界准则．

②利用连续性：如果 $f(x)$ 在 x_0 连续，求 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 的极限，只需把 x_0 代入函数 $f(x)$．

③利用无穷大、无穷小、有界变量的关系．

④利用两个重要极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = \mathrm{e}$ 求极限．利用第一个重要极限可以计算三角函数的“$\dfrac{0}{0}$”型的极限问题．第二个重要极限可推广为$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$，也有数列形式$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=\mathrm{e}$．利用此极限可计算“$1^{\infty}$”型的极限问题．

⑤求有理分式当 $x\to\infty$时的极限，如果分子的最高次幂低于分母的最高次幂，其极限为 0；高于分母的最高次幂，其极限为∞；分子、分母的最高次幂相等，其极限为分子最高次幂的系数与分母最高次幂的系数之比．

⑥求有理分式当 $x\to x_0$ 时的极限，如果分子、分母极限均为 0，通过因式分解，先消去使分母为零的因式，再求极限．

⑦求含有根式的分式的极限时，当 $x\to x_0$ 时，如果分子、分母极限均为 0，则可以让分子或分母同乘以其共轭根式，约去使分母为零的因式，再求极限．

二、习　　题

(一) 函数

1．选择题

(1) 函数 $f(x)=3+2\cos x$ 的值域是(　　).

A．[2，4]；　　B．[1，5]；　　C．[-1，1]；　　D．[-2，2].

(2) 下列函数中，奇函数是 (　　).

A．$y=x^2(3^x-3^{-x})$；　　B．$y=\log_2 x$；

C．$y=x^2+\sin x$；　　D．$y=1+\cos x$.

(3) 函数 $y=\sqrt{x-1}+2\ (x\geq 1)$ 的反函数是 (　　).

A．$y=(x-2)^2+1\ (x\geq 2)$；　　B．$y=(x-2)^2-1\ (x\geq 1)$；

C．$y=(x-2)^2-1\ (x\geq 2)$；　　D．$y=(x-2)^2+1\ (x\geq 1)$.

(4) 已知 $f(x-1)=x^2+4x-7$，则 $f(x)=$ (　　).

A．x^2+2x-2；　　B．x^2+6x-2；　　C．x^2-6x+2；　　D．x^2-2x-6.

(5) 函数 $y=|\sin x|$ 的周期是 (　　).

A．2π；　　B．4π；　　C．π；　　D．$\frac{\pi}{2}$.

(6) 函数 $y=\log_a(\sqrt{1+x^2}+x)\ (a>0，a\neq 1)$ 是 (　　).

A．偶函数；　　B．奇函数；

C．非奇非偶函数；　　D．既是偶函数也是奇函数.

(7) 设集合 $M=\{x\mid x^2-x-6>0\}$，$R=\{x\mid x-1\leq 0\}$，则 $M\cap R=$ (　　).

A．$\{x\mid x>3\}$；　　B．$\{x\mid x<-2\}$；

C．$\{x\mid -2\leq x\leq 1\}$；　　D．$\{x\mid x\leq 1\}$.

(8) 函数 $y=\sin\frac{1}{x}$ 是定义域内的 (　　).

A．周期函数；　　B．单调函数；　　C．有界函数；　　D．无界函数.

(9) 设 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-1，1]$，则 $y=f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域是 (　　) 其中 $0\leq a\leq 1$.

A．$[a-1，a+1]$；　　B．$[-a-1，-a+1]$；

C．$[1-a，a-1]$；　　D．$[a-1，1-a]$.

(10) 函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $x=\varphi(y)$ 在同一坐标系中的图像是 (　　).

A．完全不同的；　　B．部分相同，部分不同；

C．完全相同；　　D．可能相同，也可能不同.

(11) **下面函数哪些是同一函数（　　）．**

A．$f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x+3}$ **与** $g(x)=x-1$;

B．$f(x)=\lg x^3$ **与** $g(x)=3\lg x$;

C．$f(x)=\lg x^{10}$ **与** $g(x)=10\lg x$;

D．$f(x)=(1-\cos^2 x)^{\frac{1}{2}}$ **与** $g(x)=\sin x$．

(12) **若集合** $M=\{0,1,2\}$，**则下列写法中正确的是（　　）．**

A．$\{1\}\in M$;　　B．1　M;　　C．1ú　M;　　D．$\{1\}$　　M．

2．**填空题**

(1) **函数** $f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{\log_2(x+1)}$**的定义域是**________．

(2) **函数** $f(x)=\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$**的定义域是**________．

(3) **已知** $f(x+1)=x^2+3x+5$，**则** $f(x)=$________．

(4) **设** $f(x)=ax+b$，**且** $f(0)=-1$，$f(3)=2$，**则**：$f[f(x)]=$________．

(5) **函数** $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+1}$**的反函数是**________．

(6) **设** $f(x)=\arcsin x$，$\varphi(x)=\ln x$，**则** $\varphi[f(x)]$ **的定义域是**________．

(7) $f(x)=\ln\arcsin(2x-1)$ **的定义域是**________．

(8) **设** $f(x)=\dfrac{1}{x}$，**若** $f(x)+f(y)=f(z)$，**则** $z=$________．

(9) **若** $z=x+y+f(x-y)$，**且知当** $y=0$ **时**，$z=x^2$，**则** $f(x)=$____________．

(10) **设** $f(\sin x)=\cos 2x+1$，**则** $f(\cos x)=$________．

3．**计算及证明题**

(1) **求下列函数的定义域**

① $f(x)=\sqrt{x-2}+\dfrac{1}{x-3}+\ln(5-x)$;

② $f(x)=\dfrac{x^3}{1-x}$;

③ $f(x)=\arccos\dfrac{2x}{1+x^2}$;

④ $f(x)=\begin{cases}3^x, & -1<x<0,\\ 3, & 0\leq x<1,\\ x-1, & 1\leq x<3.\end{cases}$

(2) **确定下列函数的奇偶性**

①$f(x)=e^{x}-e^{-x}$；　②$f(x)=\sin x+\cos x+1$；

③$f(x)=x(x-1)(x+1)$；　④$f(x)=\dfrac{1+x^{2}}{1-x^{2}}$.

(3) **求下列函数的反函数**

①$f(x)=1+2\sin\dfrac{x-1}{x+1}$；　②$f(x)=\sqrt[3]{x^{3}+1}$；

③$f(x)=1+\lg(x+2)$；　④$f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$.

(4) **设** $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，**求** $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

(5) **已知** $f(x)$ **是二次多项式，且** $f(x+1)-f(x)=8x+3$，**求** $f(x)$ **的表达式**.

(6) **设** $f(x)=\begin{cases}1 & |x|<1\\ 0 & |x|=1\\ -1 & |x|>1\end{cases}$，$g(x)=e^{x}$，**求** $f[g(x)]$ **及** $g[f(x)]$.

(7) **设** $F(x)=\ln x$，**证明**：**当** $x>0$，$y>0$，**下列等式成立**：

①$F(x)+F(y)=F(xy)$；　②$F(x)-F(y)=F\left(\dfrac{x}{y}\right)$.

(二) 极限与连续

1. 选择题

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sin x}{2x-\cos x}=$ (　　).

A. $-\dfrac{\pi}{2}$；　B. $\dfrac{\pi}{2}$；　C. $\dfrac{1}{2}$；　D. **不存在**.

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x}\sin x\right)=$ (　　).

A. -1；　B. 1；　C. 0；　D. **不存在**.

(3) **如果** $f(x_0)$ **有意义，则** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=$ (　　).

A. $f(x_0)$；　B. **不存在**；

C. **可能存在，也可能不存在**；　D. **存在但不等于** $f(x_0)$.

(4) **设函数** $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$ **在点** $x=0$ **处连续，则** $a=$ (　　).

A. 0；　B. -1；　C. 1；　D. 2.

(5) **函数** $f(x)=\dfrac{x^{2}-1}{x^{2}-3x+2}$ **在** $x=1$ **处为** (　　).

A．第一类可去间断点；　　B．第一类不可去间断点；

C．第二类间断点；　　D．不能确定．

(6) 当 $x\to 0$ 时，$x^2-\sin x$ 是 x 的（　　）．

A．高阶无穷小；　　B．同阶无穷小，但不是等价无穷小；

C．低阶无穷小；　　D．等价无穷小．

(7) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & x<1\\ 2x & x\geq 1\end{cases}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的（　　）．

A．连续点；　B．可去间断点；　C．跳跃间断点；　D．无穷间断点．

(8) 方程 x^3-3x+1 在区间 (0，1) 内（　　）．

A．无实根；　B．有惟一实根；　C．有两个实根；　D．有三个实根．

(9) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & x<2\\ x & x\geq 2\end{cases}$，则 $x=2$ 是 $f(x)$ 的（　　）．

A．连续点；　B．可去间断点；　C．无穷间断点；　D．跳跃间断点．

(10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 3x}{\sin 4x}=$（　　）．

A．0；　B．∞；　C．$\dfrac{3}{4}$；　D．$\dfrac{4}{3}$．

(11) 下列等式成立的是（　　）．

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2x}=e^2$；　　B．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}=\dfrac{e}{2}$；

C．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2x}\right)^{x}=2e$；　　D．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{x}=\dfrac{2}{e}$．

(12) 下列各式中极限存在的是（　　）．

A．$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x\sin x$；　　B．$\lim\limits_{x\to-\infty}e^x\sin x$；

C．$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x+1}{\sqrt{x}}$；　　D．$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x+1}{\sqrt{|x|}}$．

(13) 当 $x\to\infty$ 时，$f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$（　　）．

A．无界；　B．没有极限；　C．是无穷小量；　D．无意义．

(14) 函数 $y=f(x)$ 在点 $x=a$ 连续是 $f(x)$ 在 $x=a$ 有极限的（　　）．

A．充要条件；　B．充分条件；　C．必要条件；　D．无关条件．

(15) 当 $x\to 0$ 时，x^3 是比 $\tan x-\sin x$（　　）的无穷小．

A．低阶无穷小；　　B．高阶无穷小；

C．同阶无穷小，但不是等价无穷小；　　D．等价无穷小．

(16) 设 $f(x)=x^2+\operatorname{arccot}\dfrac{1}{x-1}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的（　　）.

A．可去间断点； B．跳跃间断点；

C．无穷间断点； D．振荡间断点．

(17) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3x+1}{3x^2+x+2}=$（　　）.

A．∞；　B．$\dfrac{1}{3}$；　C．3；　D．0．

(18) 下列极限中正确的是（　　）.

A．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$； B．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$；

C．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^2}{x}=1$； D．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x-1)}{x-1}=1$．

(19) 若 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$，则 $\lim\limits_{x\to a}f(x)\cdot g(x)$（　　）.

A．必为无穷小量； B．必为无穷大量；

C．为不等于零的常数； D．极限值不能确定．

(20) 设函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{x+4}\left(3-\sin\dfrac{1}{x}\right)$，在下列哪个变化过程中它是无穷小量（　　）.

A．$x\to-1$；　B．$x\to 1$；　C．$x\to\infty$；　D．$x\to 0$．

(21) 下列极限存在的是（　　）.

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x}}$； B．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x(x+1)}{x^2}$；

C．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2^x-1}$； D．$\lim\limits_{x\to 0}e^{\frac{1}{x}}$．

(22) $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有定义，是当 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 有极限的（　　）.

A．必要条件； B．充分条件；

C．充分必要条件； D．既非充分又非必要条件．

(23) 当 $x\to x_0$ 时，极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，是函数 $f(x)$ 有界的（　　）.

A．必要条件； B．充分条件；

C．充要条件； D．既非充分也非必要条件．

(24) 下列命题中正确的是（　　）.

A．无穷小量的倒数是无穷大量； B．无穷小量是任意小的正常数；

C．无穷小量是以零为极限的函数； D．无穷小量有界，但不一定有极限．

(25) 设 $f(x)=\begin{cases} e^x & x<0 \\ a+x & x\geq 0 \end{cases}$，要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ (　　).

A．2;　　B．1;　　C．0;　　D．-1．

(26) 设 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}\sin\frac{x}{3} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$，若使 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是连续函数，则 $a=$ (　　).

A．0;　　B．1;　　C．$\frac{1}{3}$;　　D．3．

(27) 设 $f(x)=\begin{cases} 1+x & x<0 \\ 3x^2+2x+k & x\geq 0 \end{cases}$，要使 $f(x)$ 处处连续，则 k 的值必为(　　).

A．0;　　B．1;　　C．2;　　D．任意常数．

(28) $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=A$（$A$ 为确定数）是函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续的 (　　).

A．充分条件;　　B．必要条件;

C．充要条件;　　D．既非充分也非必要条件．

2．填空题:

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}\arctan x=$ ________．

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\cos\left(\frac{\sin\pi x}{x}\right)=$ ________．

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$ ________．

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{2}{n}\right)^n=$ ________．

(5) 数列有界是数列收敛的________条件，数列单调有界是数列收敛的________条件．

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(3x^2+2)^3}{(2x^3+3)^2}=$ ________．

(7) $\lim\limits_{x\to +0}(\ln x-\ln\sin 3x)=$ ________．

(8) 若 $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin 3x}{ax} & x>0 \\ 7e^x-\cos x & x\leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________．

(9) 设 $f(x)=\begin{cases} \frac{ax}{\sin x} & x<0 \\ \frac{1}{2}e^x & x\geq 0 \end{cases}$，若要使 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在，则 $a=$ ________．

(10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x}{x}=$_________ .

(11) $f(x)=\dfrac{2^{\frac{1}{x}}-1}{2^{\frac{1}{x}}+1}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的________间断点 .

(12) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n)=$_________ .

(13) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]=$_________ .

(14) 当 $x\to 0$ 时，函数 x^2 与 $1-\cos x$ 是_________无穷小量 .

(15) 函数 $f(x)=2^{-x}$ 在_________时是无穷大量 .

(16) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2+2}\right)=$_________ .

(17) 函数 $f(x)=\dfrac{\sin\sqrt{x}}{x^2-1}$ 的间断点是_________ .

(18) $x=2$ 是函数 $f(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2}$ 的_________间断点 .

(19) 设函数 $f(x)=\begin{cases} ax+b & x\geq 0 \\ (a+b)x^2+x & x<0 \end{cases}$ $(a+b\neq 0)$，则 $f(x)$ 处处连续的充要条件是 $b=$_________ .

(20) 设函数 $f(x)=\begin{cases} 2^{-\frac{1}{x^2}} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$，且 $f(x)$ 无间断点，则 $a=$_________ .

3．计算及证明题

(1) 求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4+x}{2+x}\right)^x$.

(2) 求极限 $\lim\limits_{x\to o}(1-x^2)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

(3) 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)$.

(4) 求极限 $\lim\limits_{x\to o}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sin 2x}$.

(5) 求极限 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$.

(6) 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)$.

(7) 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right)$.

(8) 求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2+2x-3)}{x-1}$.

(9) 求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{x^3-1}\right)$.

(10) 求极限$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}(2+\cos x)$.

(11) 求极限$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

(12) 若$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+ax+b}{1-x}=5$，求 a，b.

(13) 当 $x\to0$ 时，若 $\sqrt{1+ax^2}-1$ 与 $\sin^2x$ 是等阶无穷小，求 a 的值.

(14) 求极限 $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$.

(15) 求下列函数的间断点，并指出类型，如果是可去间断点，则定义一个新的连续的函数.

① $f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x}$；　② $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$；

③ $f(x)=\arctan\dfrac{1}{x}$；　④ $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}}$.

(16) 讨论函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}\cdot x$ 的连续性，若有间断点，判断其类型.

(17) 求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}$.

(18) 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(x+2)-\ln x]$.

(19) 证明代数方程 $x^5-5x-1=0$ 在 (1，2) 内至少有一个根.

(20) 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2} & x\neq2\\ 3 & x=2\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，求 a、b 的值.

三、习题答案

(一) 函数

1．选择题

(1) B；　(2) A；　(3) A；　(4) B；　(5) C；　(6) B；

(7) B；　(8) C；　(9) D；　(10) C；　(11) B；　(12) D.

2．填空题

(1) $(-1,0)\cup(0,\sqrt{2})$；　(2) $(-\infty,+\infty)$；　(3) x^2+x+3；

(4) $x-2$；　(5) $\log_2\dfrac{x}{1-x}$；　(6) (0，1]；　(7) $(\dfrac{1}{2},1]$；

(8) $\dfrac{xy}{x+y}$; (9) x^2-x; (10) $2\sin^2 x$.

3. 计算及证明题

(1) ① $[2,3)\cup(3,5)$; ② $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$;

③ $(-\infty,+\infty)$; ④ $(-1,3)$.

(2) ①**奇函数**; ②**非奇非偶函数**; ③**奇函数**; ④**偶函数**.

(3) ①**反函数为** $y=\dfrac{1+\arcsin\dfrac{x-1}{2}}{1-\arcsin\dfrac{x-1}{2}}$; ②**反函数为** $y=\sqrt[3]{x^3-1}$;

③**反函数为** $y=10^{x-1}-2$; ④**反函数为** $y=\dfrac{1-x}{1+x}$.

(4) $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

(5) $f(x)=4x^2-x+c$（c**为任意常数**）.

(6) $f[g(x)]=\begin{cases}1 & x<0\\ 0 & x=0\\ -1 & x>0\end{cases}$, $g[f(x)]=\begin{cases}e & |x|<1\\ 1 & |x|=1\\ e^{-1} & |x|>1\end{cases}$.

（二）极限与连续

1. 选择题

(1) C; (2) A; (3) C; (4) A; (5) A; (6) B;
(7) A; (8) B; (9) D; (10) C; (11) A; (12) B;
(13) C; (14) B; (15) C; (16) B; (17) B; (18) D;
(19) D; (20) D; (21) B; (22) D; (23) B; (24) C;
(25) B; (26) C; (27) B; (28) B.

2. 填空题

(1) 0; (2) -1; (3) $\dfrac{1}{2}$; (4) e^{-2};

(5) **必要，充分**; (6) $\dfrac{27}{4}$; (7) $-\ln 3$; (8) $\dfrac{1}{2}$;

(9) $\dfrac{1}{2}$; (10) 1; (11) **跳跃**; (12) $\dfrac{1}{2}$;

(13) 1; (14) **同阶**; (15) $x\to-\infty$; (16) 1;

(17) 1; (18) **第二类**; (19) 0; (20) 0.

3. 计算及证明题

(1) e^2. (2) e^{-2}. (3) $\dfrac{1}{2}$. (4) $\dfrac{1}{4}$.