三导丛书

数 学 分 析

（复旦·第二版）

导教·导学·导考

李承家　胡晓敏　编

西北工业大学出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

【内容简介】 本书是与复旦大学数学系的《数学分析》(上、下册)(第二版)教材配套使用的教学辅导书.参照原书的内容体系整合成7章,各章按节分别给出考查要点、内容提要、习题选解等三部分,每章后给出自测题,用以读者自我检查学习效果.书末选编了考研试题两套及三套课程考试试卷,并均附有详解.

图书在版编目(CIP)数据

数学分析(复旦·第二版)导教·导学·导考/李承家,胡晓敏编.—西安:西北工业大学出版社,2003.9

(三导丛书)

ISBN 7-5612-1646-7

Ⅰ数… Ⅱ.①李… ②胡… Ⅲ.数学分析-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O17

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第031624号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号,邮编710072

电 话:029-8493844

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:西安东江印务有限公司

开 本:850 mm×1 168 mm 1/32

印 张:10.25

字 数:335千字

版 次:2003年9月第1版 2003年12月第2次印刷

印 数:5 001～10 000册

定 价:15.00元

序　　言

R.柯朗和H.罗宾在《数学是什么》一书的序中指出:“数学,作为人类思维的表现形式,反映了人们积极进取的意志、缜密周详的推理及对完美境界的追求.它的基本要素是:逻辑和直观、分析和推理、共性和个性.”毫无疑问,数学的一切进展都不同程度地植根于实际的需要.但是理论一旦在实际的需要中被推动了,就不可避免地会使它自身获得发展的动力,并超越出直接使用的界限.”作为一门源于“实际的需要”而又“越出直接使用的界限”的学科,数学在整个人类知识体系中占有非常特殊的地位,它既是其他学科的基础和工具,又是提升、发展这些学科的动力.用数学来刻划自然世界,具有论述的深刻性、形式的简洁性等特点,既富有哲学思想,又给人以美的感受.

数学分析是数学及相关专业最重要的一门基础课之一,也是这类专业的学生进入大学后最早面对的课程之一,它在培养具有良好科学素养、人文精神和创新能力的数学及应用人才方面起着十分重要的作用.而且,通过学习数学分析,在一定的层面上,学生可以逐步体会到数学的深刻性和简洁性.

但是,初学数学分析时,学生往往感到比较困难,其原因是多方面的,但主要有以下两方面:一是学生进入高等院校后需要有一个对高等教育的适应期.在我国,从高中升入大学,不仅仅意味着学习内容的深入,更意味着学习和思维方法、教学方式、生活方式的大转变.这种变化带给大学新生的是对高等教育的不适应.二是由于数学分析本身的严密性、抽象性等特点造成的.从牛顿、莱布尼茨建立微积分,发展到系统成熟的数学分析理论经历了大约二三百年时间,又经柯西、阿贝尔、魏尔斯特拉斯等几代杰出数学家持续不懈的努力,精雕细凿,千锤百炼,才逐步建立起严格的理论基础和逻辑体系.高度抽象的概念和严密的理论给初学者带来不少的困难,只有通过严格而充分的训练,才能理解和掌握其内容.这就要求学生刻苦努力,投入足够的时间和精力.

为帮助学生克服学习上的困难,我校两位青年教师编写了这本数学分析辅导教材.作者均具有高学历和高级职称,有10多年的教学实践经历,既有高昂

的教学热情,又有相当的教学水平.在数学分析课程的教学工作中,他们大胆实践,勇于创新,取得了明显的成效.本书凝聚着他们的知识、辛劳、经验和对学生的关爱,相信学习数学分析的学生会从中得益——这正是他们编写此书的目的.

2003年4月于杭州

前　言

数学分析课程是高等理工科学校和师范院校有关专业的一门重要的基础理论课,也是数学、物理等专业硕士研究生入学考试科目.在学习数学分析课程时,学生目前参考较多的是吉米多维奇的《数学分析习题集》.这本习题集内容经典,涵盖全面,但其题目量大,且成书较早,非常有必要精简题量,以适应当前教学改革的需要.在多年的教学实践中,我们先后采用过华东师范大学、复旦大学等高等院校编写的数学分析教程,深知该门课程的难度,也能充分了解和估计到学生在学习过程中遇到的难点.为了满足广大读者学习和考研复习的需要,我们编写了本书,以期对广大读者学习该门课程有所帮助.

本书是与复旦大学数学系的《数学分析》(上、下册)(第二版)教材配套使用的教学辅导书.参照原书的内容体系整合成7章.各章又按节分别给出考查要点、内容提要、习题选解,每章后给出自测题,供读者自我检查学习效果.

一、考查要点　根据数学分析教学大纲,列出小节核心内容,需要重点掌握的概念、定义及定理.

二、内容提要　按考查要点分述各基本内容,帮助读者抓住重点,更详尽地把握章节内容.

三、习题选解　根据编者的教学实践,主要选解了《数学分析》(第二版)(复旦大学编)教材中学生不易完成且难度较大的题目,同时也选解了一些课程内容要求的典型题和常考题目,以期帮助读者理解和掌握难点内容.

四、自测题　各章安排了难度适当的两套自测题供读者检验和巩固所学内容.

此外,书末选编了最新的高等院校考研题目两套并附解答,同时还选编了数学分析课程考试试卷多套及课程学习训练题,供读者检验学习效果.

本书旨在指导、帮助读者学习数学分析课程,编写内容没有求全、求难,希望通过重点突出的例题选解帮助读者理解概念和理论,开拓解题思路,逾越难

需要全本请访问 www.ertongbook.com

点,提高数学基本素养.希望读者独立思考,积极尝试,参考解答而不依赖解答,最终掌握所学内容.

全书共分7章,李承家负责编写第1至第3章,胡晓敏负责编写第4至第7章,由李承家负责统稿.

由于时间及作者水平有限,书中疏漏与不妥之处,恳请读者指正.

编　者

2003年4月于杭州

目　　录

第 1 章　极限理论 …… 1
§1.1　初等函数 …… 1
一、考查要点 …… 1
二、内容提要 …… 1
三、习题选解 …… 2
§1.2　极限与连续 …… 8
一、考查要点 …… 8
二、内容提要 …… 8
三、习题选解 …… 11
§1.3　极限续论 …… 24
一、考查要点 …… 24
二、内容提要 …… 24
三、习题选解 …… 26
自测题(附答案) …… 33
第 2 章　单变量微分学 …… 35
§2.1　导数与微分 …… 35
一、考查要点 …… 35
二、内容提要 …… 35
三、习题选解 …… 38
§2.2　微分中值定理及其应用 …… 47
一、考查要点 …… 47
二、内容提要 …… 47
三、习题选解 …… 50
自测题(附答案) …… 63
第 3 章　单变量积分学 …… 66
§3.1　不定积分 …… 66
一、考查要点 …… 66

二、内容提要 …… 66
三、习题选解 …… 68
§3.2 定积分 …… 80
一、考查要点 …… 80
二、内容提要 …… 80
三、习题选解 …… 82
§3.3 定积分的应用 …… 91
一、考查要点 …… 91
二、内容提要 …… 92
三、习题选解 …… 94
自测题(附答案) …… 100
第4章 无穷级数 …… 102
§4.1 数项级数 …… 102
一、考查要点 …… 102
二、内容提要 …… 102
三、习题选解 …… 106
§4.2 反常积分 …… 118
一、考查要点 …… 118
二、内容提要 …… 118
三、习题选解 …… 120
§4.3 函数项级数 …… 127
一、考查要点 …… 127
二、内容提要 …… 127
三、习题选解 …… 131
§4.4 Fourier级数和Fourier变换 …… 148
一、考查要点 …… 148
二、内容提要 …… 148
三、习题选解 …… 150
自测题(附答案) …… 160
第5章 多变量函数微分学 …… 163
§5.1 多元函数极限与连续 …… 163
一、考查要点 …… 163

二、内容提要 …… 163
三、习题选解 …… 166
§5.2 偏导数和全微分 …… 171
一、考查要点 …… 171
二、内容提要 …… 171
三、习题选解 …… 174
§5.3 多元函数的极值 …… 199
一、考查要点 …… 199
二、内容提要 …… 199
三、习题选解 …… 200
自测题(附答案) …… 212
第6章 多变量函数积分学 …… 215
§6.1 重积分 …… 215
一、考查要点 …… 215
二、内容提要 …… 215
三、习题选解 …… 217
§6.2 曲线积分与曲面积分 …… 239
一、考查要点 …… 239
二、内容提要 …… 240
三、习题选解 …… 241
§6.3 各种积分间的联系和场论初步 …… 253
一、考查要点 …… 253
二、内容提要 …… 253
三、习题选解 …… 255
自测题(附答案) …… 272
第7章 含参变量的积分和广义积分 …… 275
§7.1 含参变量的积分 …… 275
一、考查要点 …… 275
二、内容提要 …… 275
三、习题选解 …… 276
§7.2 含参变量的反常积分 …… 281
一、考查要点 …… 281

二、内容提要 …… 282
三、习题选解 …… 283
自测题(附答案) …… 292
附录 …… 294
附录一　课程考试试卷及答案 …… 294
附录二　考研真题及解答 …… 311

第 1 章　极限理论

§1.1　初等函数

一、考查要点

1 掌握基本初等函数的性质和图形特点

2 理解初等函数的概念及其基本性质

3 掌握重要的分段函数的形式及其性质

4 .熟练掌握函数的复合运算及反函数的求解

二、内容提要

1 基本初等函数

基本初等函数由幂函数、指数函数、对数函数、三角函数及反三角函数构成 .

2 .初等函数的基本性质

由基本初等函数经有限次四则运算及有限次复合运算而获得的函数,称为初等函数 .

双曲函数是一类重要的初等函数 .常用的双曲函数有:双曲正弦、双曲余弦、双曲正切及双曲余切,定义如下 .

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}, \qquad \coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

初等函数的基本特性:有界性、单调性、奇偶性和周期性 .

设 $f(x)$ 在 D 上有定义,则

有界性: $|f(x)| \leq M, \quad x \in D$

单调性:

(1) 单调增加: $f(x_1) \leq f(x_2), x_1 < x_2, \forall x_1, x_2 \in D$;

(2) 单调减少: $f(x_1) \geq f(x_2), x_1 < x_2, \forall x_1, x_2 \in D$.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

奇偶性:

(1) **奇函数**: $f(-x) = -f(x), x \in D$;

(2) **偶函数**: $f(-x) = f(x), x \in D$.

周期性: $f(x+T) = f(x), x \in \mathrm{R}$.

3 .**重要的非初等函数**

(1) **符号函数** $\operatorname{sgn} x$: $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x > 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } x = 0 \text{ 时} \\ -1, & \text{当 } x < 0 \text{ 时} \end{cases}$

显然, $|x| = x\operatorname{sgn} x$

(2) **取整函数**$[x]$ **和尾数函数**(x):$[x]$ **为** x**最大整数部分**,(x) **为** x**非负小数部分**,**其中** $x = [x] + (x)$,**显然** $x - 1 < [x] \leq x, 0 \leq (x) < 1$.

(3)Dirichlet **函数**:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$$

(4)Riemann **函数(定义在**$[0,1]$**)**:

$$R(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{q}, & \text{当 } x = \dfrac{p}{q} (p, q \text{ 为正整数}, \dfrac{p}{q} \text{ 为既约分数}) \\ 0, & \text{当 } x = 0, 1, \text{无理数} \end{cases}$$

三、习题选解

例 1 .1 -1(**上** .p11 .5) **求下列函数的定义域和值域**:

(1) $y = \ln(\sin \dfrac{\pi}{x})$ (2) $y = \arcsin(\ln \dfrac{x}{2})$

解 (1) $\sin \dfrac{\pi}{x} > 0$,**且** $x \neq 0$,**即** $2k\pi < \dfrac{\pi}{x} < (2k+1)\pi$.

$D: \dfrac{1}{2k+1} < x < \dfrac{1}{2k}, k \in \mathrm{Z}, (k = 0, x > 1)$ **值域** $W: (-\infty, 0]$.

(2) $\dfrac{x}{2} > 0, |\ln \dfrac{x}{2}| \leq 1$,**即** $\dfrac{2}{\mathrm{e}} \leq x \leq 2\mathrm{e}$.

$D: [\dfrac{2}{\mathrm{e}}, 2\mathrm{e}], W: [-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$

例 1 .1 -2(**上** .p14 .24) **求下列函数的周期**:

(1) $y = \sin x + \dfrac{1}{2}\cos^2 x$ (2) $y = |\sin x| + |\cos x|$

解 (1) $y = \sin x + \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{4}$,最小正周期 $T = 2\pi$.

(2) $y = |\sin x| + |\cos x| \geq 0$,与 $y^2(x) = 1 + |\sin 2x|$ 具有相同的周期,故最小正周期 $T = \frac{\pi}{2}$.

例 1.1-3 研究 Dirichlet 函数的基本特性.

解
$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时} \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时} \end{cases}$$

单调性: $D(x)$ 不具有单调性.

对于无理数 x_1,有理数 x_2,无论 x_1, x_2 的大小关系,始终成立 $D(x_1) < D(x_2)$.

有界性: $|D(x)| \leq 1, x \in \mathrm{R}$.

周期性:任意的有理数 r 都是 $D(x)$ 的周期.

因为
$$x + r = \begin{cases} \text{有理数}, & \text{当 } x \text{ 为有理数} \\ \text{无理数}, & \text{当 } x \text{ 为无理数} \end{cases}$$
于是 $D(x + r) = D(x)$,故 $D(x)$ 没有最小正周期.

注意:无理数不是 $D(x)$ 的周期 对于无理数 α,令 $x = -\alpha$,则 $D(x + \alpha) \neq D(x)$.

奇偶性: $D(-x) = D(x)$, $D(x)$ 为偶函数.

例 1.1-4 设 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上有定义,证明 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上可表示为奇函数与偶函数的和.

证 设 $f(x) = G(x) + H(x)$,其中 $G(x)$, $H(x)$ 分别为奇、偶函数,于是
$$f(-x) = G(-x) + H(-x) = -G(x) + H(x)$$
而
$$f(x) = G(x) + H(x)$$
由之可得
$$G(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}, \quad H(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$
这里 $G(x)$, $H(x)$ 分别是奇函数和偶函数.

例 1.1-5 证明 $\max\{f(x), g(x)\} = \frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\}$;

$$\min\{f(x), g(x)\} = \frac{1}{2}\{f(x) + g(x) - |f(x) - g(x)|\}.$$

证 仅证 $\max\{f(x), g(x)\} = \frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\}$

当 $f(x) \geq g(x)$ 时,$\max\{f(x), g(x)\} = f(x)$.

$$\frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\} =$$

$$\frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + f(x) - g(x)\} = f(x)$$

当 $f(x) < g(x)$ 时,$\max\{f(x), g(x)\} = g(x)$.

$$\frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\} =$$

$$\frac{1}{2}\{f(x) + g(x) + g(x) - f(x)\} = g(x)$$

同理可证后者 .

由此还可得等式 $|f(x) - g(x)| = \max\{f, g\} - \min\{f, g\}$

例 1.1-6 设 $f(x), g(x)$ 和 $h(x)$ 为单调递增函数,证明若 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$,则 $f(f(x)) \leq g(g(x)) \leq h(h(x))$.

证 由 $f(x) \leq g(x)$,故

$$f(f(x)) \leq f(g(x)), f(g(x)) \leq g(g(x))$$

即
$$f(f(x)) \leq g(g(x))$$

同理可证
$$g(g(x)) \leq h(h(x))$$

例 1.1-7 设 f, g 为区间 (a, b) 上单调递增函数,证明 $\phi(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ 和 $\psi(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ 均为 (a, b) 上的递增函数 .

证 (1) $\phi(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ 为单调递增函数 .

设 $x_1 < x_2$,$\phi(x_1) = \max\{f(x_1), g(x_1)\}$,而

$$\phi(x_2) = \max\{f(x_2), g(x_2)\} \geq f(x_2) \geq f(x_1)$$

$$\phi(x_2) = \max\{f(x_2), g(x_2)\} \geq g(x_2) \geq g(x_1)$$

故
$$\phi(x_2) \geq \max\{f(x_1), g(x_1)\} = \phi(x_1)$$

(2) $\psi(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ 为单调递增函数 .

设 $x_1 < x_2$,$\psi(x_1) = \min\{f(x_1), g(x_1)\} \leq f(x_1) \leq f(x_2)$.

$$\psi(x_1) = \min\{f(x_1), g(x_1)\} \leq g(x_1) \leq g(x_2)$$

故
$$\psi(x_1) \leq \min\{f(x_2), g(x_2)\} = \psi(x_2)$$

例 1.1-8 设 $f(x)$ 定义在数集 D 上,证明 $f(x)$ 在 D 上严格单调的充要条件是:$\forall x_1, x_2, x_3 \in D, x_1 < x_2 < x_3$,成立,

$$[f(x_1) - f(x_2)][f(x_2) - f(x_3)] > 0$$

证 (**必要性**) **设** $f(x)$ **在** D **上严格单调**, "$x_1, x_2, x_3 \in D, x_1 < x_2 < x_3$.

当 $f(x)$ **在** D **严格单调增加**, $f(x_1) - f(x_2) < 0, f(x_2) - f(x_3) < 0$;

当 $f(x)$ **在** D **严格单调减少**, $f(x_1) - f(x_2) > 0, f(x_2) - f(x_3) > 0$.

总之, $[f(x_1) - f(x_2)][f(x_2) - f(x_3)] > 0$.

(**充分性**) **对于** $x_1 < x_2 < x_3$, $[f(x_1) - f(x_2)][f(x_2) - f(x_3)] > 0$.

(1) $f(x_1) - f(x_2) < 0, f(x_2) - f(x_3) < 0$, "$x_1 < x_2 < x_3$, $f(x)$ **严格单调增加** .

(2) $f(x)_1 - f(x_2) > 0, f(x_2) - f(x_3) > 0$, "$x_1 < x_2 < x_3$, $f(x)$ **严格单调减少** .

例 1 .1 -9(**上** .p26 .3) **作出下列函数图形**:

(1) $y = \mathrm{sgncos}\, x$ (2) $y = [x] - 2[\frac{x}{2}]$

解 (1) $y = \mathrm{sgncos}\, x = \begin{cases} 1, & 2k\pi - \dfrac{\pi}{2} < x < 2k\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & x = k\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ -1, & 2k\pi + \dfrac{\pi}{2} < x < 2k\pi + \dfrac{3}{2}\pi \end{cases}$

图形见图 1 -1 .

(2) $y = [x] - 2[\frac{x}{2}] = \begin{cases} 0, & 2k \leq x < 2k + 1 \\ 1, & 2k + 1 \leq x < 2(k + 1) \end{cases}$

图形见图 1 -2 .

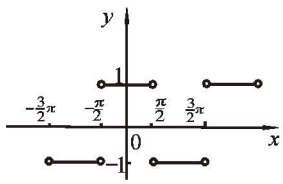

图 1 – 1

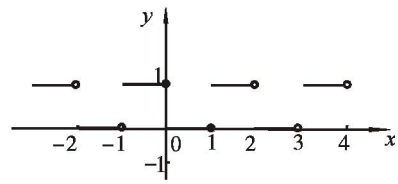

图 1 – 2

例 1 .1 -10(**上** .p11 .2) **证明下列绝对值不等式**:

(1) $|x - y| \geq \big||x| - |y|\big|$

(2) $|x_1 + x_2 + \cdots + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + \cdots + |x_n|$

(3) $|x + x_1 + x_2 + \cdots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + |x_2| + \cdots + |x_n|)$

证　假定已证得三角不等式: $|x+y|\leq|x|+|y|$.

(1) $|x|=|x-y+y|\leq|x-y|+|y|$

即 $$|x|-|y|\leq|x-y|$$

交换 x,y **位置,可得**: $|y|-|x|\leq|y-x|=|x-y|$.

综合两式,即得, $|x-y|\geq||x|-|y||$.

(2) $|x_1+x_2+x_3|\leq|x_1+x_2|+|x_3|\leq|x_1|+|x_2|+|x_3|$

有限次使用三角不等式,可证得结论 .

(3) $|x|=|x+x_1+\cdots+x_n-(x_1+\cdots+x_n)|\leq$

$$|x+x_1+\cdots+x_n|+|x_1+x_2+\cdots+x_n|$$

移项,可得结论 .

例 1.1-11(上 p11.6)　**设** $f(x)=x+1,\phi(x)=x-2$, **试解方程**

$$|f(x)+\phi(x)|=|f(x)|+|\phi(x)|$$

解　若 $|f(x)+\phi(x)|=|f(x)|+|\phi(x)|$ **成立,则** $f(x)$ **与** $\phi(x)$ **同号,即** $f(x)\phi(x)\geq 0$.**于是**

$$(x+1)(x-2)\geq 0$$

解得 $x\geq 2$ **或** $x\leq -1$.

例 1.1-12(上 p11.7)　**设** $f(x)=(|x|+x)(1-x)$, **求满足以下各式的** x **值**:

(1) $f(x)=0$　　(2) $f(x)<0$

解　(1) $f(x)=0$, **解得** $x=1$ **或** $x\leq 0$.

(2) $f(x)<0$, **解得** $x>1$.

例 1.1-13(上 p14.23)　**将下列函数表示成奇、偶函数之和**:

(1) $y=a^x$　　(2) $y=(1+x)^n$

解　设 $y=F(x)+G(x)$, **其中** $F(x),G(x)$ **分别是奇、偶函数** .

(1) $y=a^x$

其中
$$F(x)=\frac{a^x-a^{-x}}{2},\ G(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$$

(2) $y=(1+x)^n$

其中
$$F(x)=\frac{(1+x)^n-(1-x)^n}{2}=\sum_{k\text{奇}}C_n^k x^k$$

$$G(x)=\frac{(1+x)^n+(1-x)^n}{2}=\sum_{k\text{偶}}C_n^k x^k$$

例 1.1-14(上.p20.4)　**若** $f(x)=x^2$,$\phi(x)=2^x$,**求** $f(\phi(x))$ **及** $\phi(f(x))$.

解
$$f(\phi(x))=(2^x)^2=4^x$$
$$\phi(f(x))=2^{x^2}$$

例 1.1-15(上.p20.5)　**若** $\phi(x)=x^3+1$,**求** $\phi(x^2)$,$(\phi(x))^2$,$\phi(\phi(x))$

解
$$\phi(x^2)=x^6+1$$
$$(\phi(x))^2=(x^3+1)^2=x^6+2x^3+1$$
$$\phi(\phi(x))=(x^3+1)^3+1$$

例 1.1-16(上.p20.6)　**设** $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$,**求** $f(f(x))$, $f(f(f(x)))$, $f(\dfrac{1}{f(x)})$.

解
$$f(x)=\frac{1}{1-x},x\neq 1$$
$$f(f(x))=\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}=\frac{x-1}{x},x\neq 0,x\neq 1$$
$$f(f(f(x)))=\frac{1}{1-\dfrac{x-1}{x}}=x,x\neq 0,x\neq 1$$
$$f(\frac{1}{f(x)})=\frac{1}{1-(1-x)}=\frac{1}{x},x\neq 0,x\neq 1$$

例 1.1-17(上.p20.7)　**求下列函数的反函数及反函数的定义域**.

(1)　$y=\sin x(\dfrac{\pi}{2}\leq x\leq\dfrac{3}{2}\pi)$

(2)　$y=\begin{cases}x, & \text{当 } -\infty<x<1 \text{ 时}\\ x^2, & \text{当 } 1\leq x\leq 4 \text{ 时}\\ 2^x, & \text{当 } 4<x<+\infty \text{ 时}\end{cases}$

解　(1)　$y=\pi-\arcsin x,x\in[-1,1]$

(2)　$y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ \sqrt{x}, & 1\leq x\leq 16\\ \log_2 x, & 16<x<+\infty\end{cases}$

例 1.1-18(上.p26.2)　**把下列在** $[0,+\infty)$ **上定义的函数延拓到整个实轴上去,分别使它们成为奇函数和偶函数**.

(1)　$y=x^2$　　(2)　$y=\sin x$

解　(1)　**奇函数**: $y=\begin{cases}x^2, & x\geq 0\\ -x^2, & x<0\end{cases}=x^2\operatorname{sgn}x$

需要全本请访问 www.ertongbook.com