第一章 导论

第一节 数理逻辑史的研究对象和分期

数理逻辑史是研究数理逻辑的发生和发展过程的一门历史性科学。

至于什么是数理逻辑，对这个问题有不同的理解。王宪钧教授在《数理逻辑引论》一书中说：“狭义的数理逻辑可以说是用数学方法研究数学中演绎思维和数学基础（如无穷问题）的学科。广义的数理逻辑则包括一切用特制符号和数学方法来研究处理演绎方法的理论。广义数理逻辑较之狭义数理逻辑多包括了例如逻辑代数、内涵逻辑和现代的规范逻辑、疑问句逻辑等等。广义数理逻辑有时也被称为符号逻辑。”①笔者同意这种定义，并采用广义的理解来论述数理逻辑史。

狭义数理逻辑包括四个部分（也可以说五个部分）：(1)模型论，(2)集合论，(3)递归论，(4)证明论，以及这“四论”共同基础的经典逻辑演算（命题逻辑和一阶谓词逻辑）。广义数理逻辑还包括非经典逻辑演算的各个分支。因此，广义数理逻辑包括各种逻辑演算(经典的和非经典的)和“四论”五个部分。有的文献把一些非经典逻辑分支称为哲学逻辑(或译为“哲理逻辑”)。有的文献把逻辑演算称为现代形式逻辑。广义的数理逻辑加上现代归纳逻辑等分支有时也被称为现代逻辑。

关于数理逻辑史的分期，存在不同的看法。著名逻辑史家和

①王宪钧：《数理逻辑引论》，北京大学出版社1982年版，第257页。以下引证此书,只写书名。引用其他文献亦复如此。

哲学家波亨斯基(Bochenski）在《形式逻辑史》一书中把数理逻辑史分为四个时期：

1. 前史时期：从莱布尼茨（Leibniz，1646—1716）到1847年，即布尔（G. Boole，1815—1864）的《逻辑的数学分析》出版的一年。

2. 布尔时期：从1847年到1895年施罗德(E. Schröder，1841—1902)的《逻辑代数讲义》第三卷《关系代数和关系逻辑》的出版。

3. 弗雷格（G. Frege，1848—1925）时期：从他的《概念语言》一书到怀特海（A. Whitehead，1861—1947）和罗素(B. Russell，1872—1970）合著的《数学原理》三大卷的出版（1910—1913)。

4. 最近时期：从《数学原理》的出版开始。对这一时期，波亨斯基以1930年为界又再分为：从1910—1930年元逻辑兴起时期和1930年后元逻辑用形式方法系统化时期.

按照这种划分，波亨斯基还列了一张逻辑学家的时间表。①

从波亨斯基对数理逻辑史的分期和他所论述的数理逻辑史部分来看，他对数理逻辑的理解比较片面，基本上讲的是逻辑代数和逻辑演算的历史，除涉及到证明论中的哥德尔不完全性定理之外，没有谈到“四论”的发生和发展的历史。这种处理方法根本不符合数理逻辑这门学科的历史和现状，是我们所不取的。另外，他把从莱布尼茨到1847年布尔《逻辑的数学分析》的出版说成是数理逻辑的“前史时期”，这也是不妥的。莱布尼茨已提出了数理逻辑的基本概念，是国际公认的数理逻辑奠基人，因此，我们认为，从莱布尼茨到施罗德是数理逻辑的初创时期。前史时期只能是古典形式逻辑时期[从古希腊亚里士多德(Aristotle，公元前384—前322）到近代的形式逻辑时期]，这一时期的逻辑成就及其局限性，

① Bochenski: A History of Formal Logic, Notre Dame, 1961, p.270 · 以下引证此书，缩写为HFL。

成了数理逻辑产生的思想来源之一，下文将要论述这个问题。

罗马尼亚逻辑史家杜米特留（A. Dumitriu）在《逻辑史》一书中把数理逻辑史分成以下时期：①

1. 先驱者：卢里（R. Lullus，1234—1315）和莱布尼茨。

2. 逻辑代数

杜米特留列举了四位英国逻辑学家：布尔（G. Boole，1815—1864），耶芳斯（W. Jevons，1835—1882），德摩根（A. de Morgan，1806—1871），麦柯尔（H. McColl，1837—1909）；这一时期还有其他三位逻辑学家 皮尔士(C. S. Peirce，1839—1914)，格拉斯曼(R. Grassmann，1815—1901）和施罗德(E. Schröder，1841—1902)。

3. 数理逻辑的第一时刻

杜米特留在这一时期列举了两位逻辑学家：皮亚诺（G. Peano，1858—1932）和弗雷格（G. Frege，1848—1925)。

4. 数理逻辑的完善

罗素（B. Russell，1872—1970）和怀特海（A. N. Whitehead，1861—1947）合著《数学原理》(3卷，1910—1913）是这一时期的标志。

杜米特留在这一时期列出了一个专题：悖论问题，涉及三位逻辑学家：布拉里-福蒂（C. Burali-Forti，1861—1931)，康托尔（G. Cantor，1845—1918）和罗素

5. 数理逻辑的发展

杜米特留列举了这一时期的主要内容有：(1) 直觉主义：布劳尔维(L. Brouwer，1881—1966）和海丁（A. Heyting，1899—1980)，(2）逻辑主义：拉姆赛（F. P. Ramsey，1903—1930)，维特根斯坦（L. Wittgenstein，1889—1951）和卡尔纳普（R. Carnap，1891—1971)，(3)形式主义 希尔伯特(D. Hilbert，

①A. Dumitriu: History of Logic, Vol. 1V, Abacus Press, 1977, pp, 6-7。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

1862 一 1943)，阿克曼(W Ackermann, 1896 一 1962)和贝尔纳斯（P. Bernays，1888一1977),(4）多值逻辑和模态逻辑：卢卡西维茨(J. Łukasiewicz，1878一1956）和波兰学派，路易斯（C. I. Lewis, 1883一 1964), (5）判定理论：哥德尔（K. Gödel, 1906 一 1978)。

6. 形式技巧；卡尔纳普的语形学和塔尔斯基（A. Tarski. 1902一1983）的语义学。

杜米特留指出，这种划分仅仅给出数理逻辑发展主要阶段的思想，没有提供有关重要问题的线索。①然而根据杜米特留在《逻辑史》一书中对数理逻辑史的论述来看，我们觉得他的分期有一些重要缺点：1. 对应当属于分期中的集合论、模型论的早期成就没有提及，对递归论也几乎没有讲述。2. 卢里是中世纪逻辑学家，把他同莱布尼茨并列，一起作为数理逻辑的先驱者，这是不妥当的。莱布尼茨应当是数理逻辑的创始人。3. 从莱布尼茨到逻辑代数应当归并为数理逻辑的初创时期，不应把莱布尼茨同逻辑代数分为两个阶段。4.杜米特留所说的"数理逻辑的第一时刻"、"数理逻辑的完善"和"数理逻辑的发展"等三个阶段实际上是数理逻辑奠基时期的内容，这一时期还应加上一个重要内容——从素朴集合论到公理集合论的发展。5. 数理逻辑发展时期的标志应当是哥德尔完全性定理和不完全性定理的建立，而不是直觉主义、逻辑主义和形式主义学派的形成。

总之，杜米特留的数理逻辑史分期有很多弊病，我们也是不能同意的。

王宪钧教授最先在我国从事数理逻辑史的研究工作，写出一部数理逻辑简史(《数理逻辑引论》第三篇"数理逻辑发展简述")。他将数理逻辑史分成：1. 第一阶段，即初始阶段，从莱布尼茨到布尔、德摩根、施罗德等共延续了约二百年。2.第二阶段，19世纪中叶数学科学的发展提出了研究数学思想方法和数学基础问题的必

① 同上，P. 7。

要性。数理逻辑适应数学的需要，联系数学实际，在六十年的时间内奠定了它的理论基础，创建了特有的新方法，取得了飞跃的发展，成长为一门新学科。这阶段的主要内容有：(1)集合论的创建，(2)公理方法的发展，(3）逻辑演算的建立，(4）证明论的提出。3．过渡时期，从希尔伯特计划以后直至30年代末。这一时期主要是哥德尔的工作。4．第三阶段，1940年前后到70年代是数理逻辑的发展阶段，主要内容大致分为五个方面：逻辑演算、证明论、公理集合论、递归论和模型论。①

笔者基本上同意这种分期方法，但需要进行补充和修改：1．为了历史地说明数理逻辑的一个重要来源——古典形式逻辑，在初始阶段前加上一个“前史时期”是很有必要的。2．在王宪钧教授的简史中,由于篇幅的限制,因而没有包括一些重要内容,例如,皮尔士对逻辑代数和关系逻辑的发展，公理集合论的建立和发展，逻辑语义学的建立，判定问题的重要结果，等等。这些内容在数理逻辑史专著中应当加以论述。3．一般认为，哥德尔在30年代所取得的一系列重要结果，特别是不完全性定理，标志着数理逻辑的发展进入了一个新时期。正如王浩教授所说：“从1930年开始，哥德尔发表了一些有份量的结果，……开辟了数理逻辑的新纪元。”②因此,我将王宪钧教授所说的“过渡时期”改称为“数理逻辑初步发展时期”(简称为“数理逻辑发展初期”)。

综上所说，我们这部数理逻辑史专著采用以下的分期：

1．数理逻辑前史时期——古典形式逻辑时期。这一时期主要论述亚里士多德的三段论，斯多阿学派的命题逻辑和中世纪形式逻辑所取得的成就。

2．数理逻辑初创时期——逻辑代数时期。这一时期从莱布尼茨到施罗德，主要论述数理逻辑产生的社会历史背景，莱布尼茨的数理逻辑思想，逻辑代数和关系逻辑的建立和发展。

①《数理逻逻引论》第257—259页。
②王浩：《数理逻辑通俗讲话》，科学出版社1981年版，第5页。

3．数理逻辑奠基时期。这一时期从1879年弗雷格《概念文字》的出版到希尔伯特的元数学纲领的提出，主要论述逻辑演算的建立，素朴集合论、第三次数学危机和公理集合论，为解决第三次数学危机三大学派所取得的重要结果：逻辑类型论，直觉主义数学基础和逻辑，形式公理学和证明论。

4．数理逻辑发展初期。这一时期是20世纪30年代，主要论述哥德尔的几项重大结果——完全性定理、不完全性定理和连续统假设的一致性等，以及在哥德尔不完全性定理之后所取得的一系列成果，例如，形式语言中真值概念的定义，一般递归函数和图灵机理论，判定问题的重要成果，等等。

5．数理逻辑现代发展时期。这一时期从20世纪40年代开始，主要内容是各种非经典逻辑演算和四论——模型论、集合论、递归论和证明论的突飞猛进的发展。这一时期的历史发展不属于本书论述的范围，有兴趣的读者可以参看1977年出版的《数理逻辑手册》和80年代出版的四卷《哲学逻辑手册》。①

第二节　数理逻辑史研究中的几个方法论问题

一、数理逻辑理论的发生和发展同社会实践的辩证关系

在研究数理逻辑史时，必须以辩证唯物主义和历史唯物主义为指导。社会实践是数理逻辑的理论产生和发展的源泉。17世纪，资本主义上升时期生产力的发展，自然科学的长足进步，数学方法的广泛使用，对建立新的逻辑学的迫切需要，这些客观条件为莱布尼茨创建数理逻辑奠定了基础。但是，数理逻辑的发展与实践的联系不是机械的，除了对实践的依赖性的一面之外，还有它自

①Handbook of Mathematical Logic Edited by J. Barwise, North-Holland Publishing Company, 1977. Handbook of Philosophical Logic Edited by Gabbay and Guenthner, 4 vols. Reidel, Dordrecht, 1983—1988.

己的相对独立性。它具有自身发展的继承关系，有古典形式逻辑的成就作为思想前提，这也是我们在数理逻辑史的分期中列出前史时期的一个原因。数理逻辑的相对独立性还表现在，它在外观上可以走在实践的前面，尔后受实践检验，得以进一步发展，臻于完善。恩格斯说：“正如同在其他一切思维领域中一样，从现实世界抽象出来的规律，在一定的发展阶段上就和现实世界脱离，并且作为某种独立的东西，作为世界必须适应的外来的规律而与现实世界相对立。社会和国家方面的情形是这样，纯数学也正是这样，它在以后被应用于世界，虽然它是从这个世界得出来的，并且只表现世界的联系形式的一部分——正是仅仅因为这样，它才是可以应用的。’,①例如,作为形式系统的逻辑代数,最初是英国逻辑学家布尔用代数方法研究传统逻辑而产生的，后来在逻辑、数学和电子计算机中得到广泛的应用。非欧几何最初是从探讨平行公设的证明过程中产生的，后来在相对论中得到应用，并在天文学的观察材料中得到检验，这就证明了它确实是客观世界的空间形式的反映，并非是虚构的几何学。

总之，我们在研究数理逻辑史的时候，一方面承认数理逻辑的概念和理论的产生和发展从本源来说是由实践决定的，另一方面也承认其相对独立性，这就和机械唯物主义划清了界限，坚持了辩证唯物主义。

二、观点和材料的统一

研究数理逻辑史必须从历史事实出发，详细占有材料，从大量事实材料中形成观点。

马克思说：“当然，在形式上，叙述方法必须与研究方法不同。研究必须充分地占有材料，分析它的各种发展形式，探寻这些形式的内在联系。只有这项工作完成以后，现实的运动才能适当地叙

①《马克思恩格斯选集》，第3卷，人民出版社1972年版，第78页。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

述出来。这点一旦做到，材料的生命一旦观念地反映出来，呈现在我们面前的就好象是一个先验的结构了。’,①这段话对观点与材料的辩证关系做了精辟的分析。本书的写作力图按照马克思的教导去做。数理逻辑史的材料是数理逻辑史的生命，这些材料包括第一手材料和第二手材料，但应当以第一手材料为主。这样，才能形成正确的观点。笔者认为，不少数理逻辑成果具有十分丰富的哲学意义，本书对它们以马克思主义哲学为指导作了初步的概括。

在数理逻辑史的研究中，我们必须反对两种倾向：(1)不从第一手材料出发，只是摘译一些逻辑史著作中的材料和观点；(2）用现在数理逻辑教科书中的叙述来代替数理逻辑史上的原始资料。这两种倾向都违背了观点和材料的统一原则，不能算得上在真正从事数理逻辑史的研究。王宪钧教授的《数理逻辑发展简述》很好地贯彻了观点和材料的统一原则，值得数理逻辑史研究者学习。

三、逻辑方法和历史方法的统一

关于这种研究方法，恩格斯作了深刻的论述，他说：“历史常常是跳跃式地和曲折地前进的，如果必须处处跟随着它，那就势必不仅会注意许多无关紧要的材料，而且也会常常打断思想进程；并且，写经济学史又不能撇开资产阶级社会的历史，这就会使工作漫无止境，因为一切准备工作都还没有作。因此，逻辑的研究方式是唯一适用的方式。但是，实际上这种方式无非是历史的研究方式，不过摆脱了历史的形式以及起扰乱作用的偶然性而已。历史从哪里开始，思想进程也应当从哪里开始，而思想进程的进一步发展不过是历史过程在抽象的、理论上前后一贯的形式上的反映；这种反映是经过修正的，然而是按照现实的历史过程本身的规律修正的，这时，每一个要素可以在它完全成熟而具有典范形式的发展点上加以考察。”②

①马克思：《资本论》第一卷，人民出版社1975年版，第24页。

②《马克思恩格斯选集》，第2卷，人民出版社1972年版，第122页。

数理逻辑史是一门历史性的科学，应以历史方法为主。但数理逻辑包括五大分支，不能完全用编年史的方式来进行叙述，否则，数理逻辑史就“不仅会注意许多无关紧要的材料，而且也会常常打断思想进程”,显得杂乱无章,东鳞西爪。因此,我们在应用历史方法的同时，也必须应用逻辑方法，“按照现实的历史过程本身的规律”对思想进程的进一步发展进行“修正”。这种统一的方法具体表现在本书的结构之中。编年史的经线纵贯全书，四个时期紧密相连。每一章仿佛一条纬线，都是专门的逻辑论题。而在每一章的各节之间又有一条经线贯穿。这样，全书仿佛是由经线一纬线一经线交织而成的一张网。请读者参看目录，这里不赘述。

逻辑与历史统一的方法还有一个重要内容，简单说就是“以今论古”。马克思说：“人体解剖对于猴体解剖是一把钥匙。低等动物身上表露的高等动物的征兆，反而只有在高等动物本身已被认识之后才能理解。因此，资产阶级经济为古代经济等等提供了钥匙。……人们认识了地租，就能理解代役租、什一税等等。但是不应当把它们等同起来。”①研究数理逻辑史必须要站在今天数理逻辑的高度，这样才能深刻地认识以往的数理逻辑成果表露的当代成果的征兆，才能对数理逻辑的发展作出中肯的概括。用“人体解剖”去研究”猴体解剖”,并不是把“人体”与“猴体”等同起来,而是为了更好地理解猴体的结构，猴体身上表露的人体的征兆。卢卡西维茨首创的用数理逻辑的方法研究亚里士多德的三段论理论，取得了许多重要成果。他的方法就是“人体解剖”法。本书对前史时期——古典形式逻辑时期的论述就采用了卢卡西维茨的“人体解剖”法。这种方法也可应用于数理逻辑本身,例如,只有站在今天一阶谓词演算的高度，才能对布尔代数的成就和缺陷作出科学的评价。

①《马克思恩格斯选集》,第二卷,第108页。

四、严格区别哲学观点和逻辑学说

古典形式逻辑和数理逻辑都是独立的学科。但在历史上，古典形式逻辑与哲学的关系特别密切，它是从属于哲学的一个部门。数理逻辑也与哲学有密切的联系。在逻辑史上，不少逻辑学家同时又是哲学家。因此，他们的逻辑学说往往同唯心主义的哲学理论混在一起。应当如何对待这个问题呢？最根本的一条是，要严格区别逻辑学家的哲学世界观和具体的逻辑学说。本书是数理逻辑史的专著，主要任务是用马克思主义的辩证唯物主义和历史唯物主义观点分析数理逻辑的概念和理论孕育、发生和发展的过程，从中总结出规律性的东西，并对一些重要成果作出中肯的哲学概括，为丰富和发展马克思主义哲学提供数理逻辑方面的资料。为了完成我们的主要任务，我们的主要精力应当化在数理逻辑的概念和理论本身上面。本书一般不论述数理逻辑学家的哲学思想，以便与哲学史相区别。但在有些情况下，有的学者对一些数理逻辑成果作出唯心主义的解释，例如，罗素对摹状词的唯心主义概括，布劳维尔和海丁用唯心主义的直觉主义哲学去解释具体的直觉主义数学基础和逻辑，这时我们就必须对这些学者的唯心主义哲学观点进行实事求是的批判，以拯救被他们歪曲了的科学成果。

第一编　数理逻辑前史

——古典形式逻辑时期

第二章　亚里士多德的三段论

亚里士多德（Aristotle，公元前384—322）是古典形式逻辑的创始人。古典形式逻辑的建立开辟了逻辑形式化的道路。数理逻辑建立和发展的一个重要思想来源就是亚里士多德所创立的古典形式逻辑。

亚里士多德是古代希腊最伟大的哲学家，他在逻辑方面的主要成就是，在直言命题中引进了主谓项的变元，在此基础上建立了直言三段论的理论。直言三段论理论是一个形式化公理化的演绎系统，类似现今的自然演绎系统。

亚里士多德把三段论划分为三个格,每格12个有效式，其中正常式和反常式分别是6个，总共36个有效式。后世所说的第四格的6个有效式实质上就是亚里士多德三段论第一格的6个反常式。①

第一格的正常式是（‘*’表示差等式）：Barbara, Celarent, Darii, Ferlo, *Barbarl, *Celaront;

第一格的反常式是：Baralipton（即第四格的Bramantip), Celantes（即Camenes), Dabitis（即Dimaris), Frisesomorum（即Fresison), Fapesmo（即Fesapo), *Celantop（即Cameno p).

第二格的正常式是：Cesare, Camestres, Festino, Baroco, * Cesaro, * Camestrop；反常式是：IEO, EAE, AEE, OAO,

①关于这个问题，国际上一些逻辑学者有不同看法，参看拙作《从现代逻辑观点看亚里士多德的三段论》,载《哲学研究》1988年第5期。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

＊ EAO, ＊ AEO。

第三格的正常式是：Disamis, Darapti, Datisi, Ferison, Felapton, Bocardo；反常式是：AAI, IAI, AII, IEO, AEO, AOO。

亚里士多德说第一格的四个式（Barbara, Celarent, Darii 和Ferio)是完善的三段论式，其余的式是不完善的，都可化归为第一格的四个式。在《前分析篇》的I.7和I.23中，他又将三段论系统作了化简，把所有三段论式都化归为第一格的两个全称式，即Barbara和Celarent。这就是说，亚里士多德把这两个式作为三段论系统的基本推理规则，相当于公理。所谓“化归”就是从Barbara和Celarent出发，使用一些推理规则，可以推出三段论的一切有效式。亚里士多德使用的主要推理规则有换位法和归于不可能法(即反三段论律)。

例如，第二格Festino的证明是这样的：“如果M不属于任何N，而属于有的O，那就必然是：N不属于有的O。因为，由于否定的陈述句可换位，因而N将不属于任何M；但已认定M属于有的O；所以，N将不属于有的O。得出这个结果是凭借第一格。”①这个证明过程如下：

$$\dfrac{\dfrac{\text{无 N 是 M}}{\text{无 M 是 N}}\text{换位} \qquad \text{有 O 是 M}}{\text{有 O 不是 N}}\text{第一格 Ferio}$$

这样，第二格的Festino就化归为第一格的Ferio。在这个证明过程中，还应用了假言三段论律：无N是M推出无M是N，无M是N和有O是M推出有O不是N，所以，无N是M和有O是M推出有O不是N。亚里士多德知道假言三段论律，但他在证明过程中并没有严格加以陈述。

第一格Ferio可用反三段论律化归为第二格的Cesareo“如

①The Works of Aristotle translated into English, Vol. 1, Oxford, 1928, 27ª32. 以下引亚氏原话，均见此书。

果A不属于任何B，并且B属于有的C，A就不属于有的C。因为如果A属于所有的C，并且不属于任何B，那么，B将不属于任何C；我们已经知道，这乃是中间格。”①这个证明过程如下：

$$\frac{\text{所有B不是A，所有C是A}}{\text{所有C不是B}}\quad \text{所以，}\quad \frac{\text{所有B不是A，有C是B}}{\text{有C不是A}}$$

这里，“有C不是A”与“所有C是A”是一对矛盾命题，“有C是B”与“所有C不是B”也是一对矛盾命题。反三段论律就是：

如果从p和q推出r，那么从p和非r推出非q；反之亦然。

同样第一格的Darii也可化归为第二格。在这之后，亚里士多德说：“由于在中间格的所有三段论式都能化归为第一格的全称三段论式，并且由于第一格的特称三段论式都能化归为中间格的三段论式，从而很清楚：这些特称三段论式都能化归为第一格的全称三段论式。”②这就是说，第一格的两个全称式是基本的推理规则。

下面，我们根据亚里士多德的原文，把三段论系统整理成一个自然演绎系统。

一、推理规则

第一组（《前分析篇》Ⅰ. 4，7，23）：

（Ⅰ） Barbara： $\dfrac{\text{MAP, SAM}}{\text{SAP}}$

（Ⅱ） Celarent： $\dfrac{\text{MEP, SAM}}{\text{SEP}}$

第二组

（Ⅲ）A前提换位律（Ⅰ. 2）： $\dfrac{\text{SAP}}{\text{PIS}}$

（Ⅳ） E置换律（Ⅰ. 2）：

SEP可用PES置换，反之亦然。

① 29b10—15.

② 29b15.

(Ⅴ) 矛盾关系置换律（Ⅰ.2，5，6； Ⅱ. 11 ，12, 13，14)：

SAP 与非 SOP, SOP 与非 SAP 可互相置换；

SEP 与非 SIP, SIP 与非 SEP 可互相置换。

(Ⅵ) 反三段论律（Ⅰ.5, 27a37； Ⅱ. 8, 59b3, 59b28)：

$$\frac{\Gamma_1,\Gamma_2/\triangle}{\Gamma_1，非\triangle/非\Gamma_2}$$

这是说，如果从 $\Gamma_1，\Gamma_2$ 推出△，则从 Γ_1,非△推出 Γ_2。

(Ⅶ) 假言易位律（ Ⅱ. 2, 53b12 Ⅱ. 4, 57b1)：

$$\frac{\Gamma/\triangle}{非\triangle／非\Gamma}$$

(Ⅷ) 词项改名律（28b7, 59a17; 27a10, 29a5—10; 28a17—19，29a37—38）：

在推理中，词项可以改名，但在改名后词项数目保持不变。

(Ⅸ) 前提交换律（Ⅰ. 6; Ⅱ. 8, 11)：

在推理过程中，前提可以交换。

(Ⅹ) 假言三段论律（Ⅰ. 5, 6; Ⅱ. 4)：

如果 Γ_1/Γ_2 并且 Γ_2, $\Gamma_3/\triangle$，则 Γ_1, Γ_3／△;

简写为：

$$\cfrac{\cfrac{\Gamma_1}{\Gamma_2},\ \Gamma_3}{\triangle}。$$

假言三段论律的另一形式是：

如果 $\Gamma_1，\Gamma_2/\Gamma_3$，并且 $\Gamma_3/\triangle$，则 $\Gamma_1，\Gamma_2/\triangle$。

二、推演

从以上第一组两条基本规则和第二组八条辅助规则可以推出三个格的三十六个有效式。亚里士多德在构造三段论系统时，对有的辅助规则并没有明确陈述，只是在推理过程中加以使用，这是亚里士多德的不严格之处，我们已作了纠正。

下面我们看几个推演的例子。

例一 Cesare可化归为（Ⅱ）Celarent 。

亚里士多德说："令M被断定不是任何N的属性，而是所有O的属性。由于否定的关系可换位，因而N将不属于任何M；而M已假定属于所有O；所以，N将不属于任何O。这是业已证明了的。"①这个证明的严格表述是：

$$\cfrac{\cfrac{NEM}{MEN}\,(IV),(VIII) \qquad OAM}{OEN}\,(II),(VIII),(X)$$

例二 Ferio 可化归为 Cesare。

按上引亚里士多德的表述($29^{b}10$)，这个证明过程应写成：

$$\cfrac{\cfrac{BEA,\ CAA/CEB\ \text{例一改名}}{BEA,\ \text{非}\ CEB/\text{非}\ CAA}\,(VI)}{BEA,\ CIB/COA}\,(V)$$

例三 Festino 可化归为 Ferio。

按上引亚里士多德的表述（$27^{a}32$)，这个证明过程应写成：

$$\cfrac{\cfrac{NEM}{MEN}\,(IV) \qquad OIM}{OON}\ \text{例二改名}$$

我们不再进行证明了。由上可见，亚里士多德的直言三段论系统在逻辑史上第一次应用了形式化、公理化的方法，为逻辑的形式化开了先河。他还用同样的方法构造了模态三段论的系统，为模态逻辑的研究也开了先河。②著名逻辑学家肖尔兹(H Scholz, 1884一1956）说："亚里士多德并没有局限在简单列举他认为是可靠的推理规则，而是头一次对逻辑作出了某种公理化。这个成就确实是很大的。……他的真正成就是，把逻辑尽量接近于作为典范的数学，在尽可能的范围内赋予逻辑以亚里士多德意义下的科学的形式。"③

① $27^{a}5$一10.

②参看拙作《亚里士多德模态逻辑的现代解释》，《哲学研究》1990年第1期。

③肖尔兹：《简明逻辑史》，张家龙译，商务印书馆1977年，第10一11页。

第三章　斯多阿学派的命题逻辑

斯多阿学派是古希腊的一个哲学学派，他们的前驱是麦加拉学派。

麦加拉学派的欧布里得（Eubulides）发现了说谎者悖论：一个说谎的人说“我正在说谎”，那么他是在说谎，还是说真话？这一悖论现在归属于语义悖论。麦加拉学派的另一个著名人物斐洛(Philo）在西方逻辑史上第一个提出了相当于现代命题演算中实质蕴涵的真值表。

斯多阿学派发展了麦加拉学派的逻辑思想，创立了与亚里士多德的词项逻辑不同的命题逻辑。这个学派的第二创始人克吕西波（Chrysippus，约前280－209）认为，在有效的推理图式里，有5种是基本的。这5种基本的推理图式被称为不可证式：

一、如果第一则第二；第一；所以第二。

二、如果第一则第二；并非第二；第一；所以并非第一。

三、并非既是第一又是第二；所以并非第二。

四、要么第一要么第二；第一；所以并非第二。

五、要么第一要么第二；并非第二；所以第一。

在上述不可证式中的序数“第一”、“第二”等就是现在所说的命题变元。

要从这5个不可证式推出其他有效式，还需要4条元推理规则：

六、如果由两个命题推演出第三个，那么由这两个命题的任一个和结论的否定一起得出另一个的否定。这是反三段论律。

七、如果我们具有推出某个结论的诸前提，那么我们也就潜在地具有包含在前提中的结论，虽然结论可以不明显地陈述出来。

这是说，由论证的诸前提推出的东西，或者由这些前提任意选出一些前提推出的东西，本身可以作为下一步推理的前提。这条规则实际上是假言三段论律的一种形式：

如果 $\Gamma_1, \Gamma_2 / \Gamma_3$，并且 $\Gamma_2, \Gamma_3 / \Delta$，那么 $\Gamma_1, \Gamma_2 / \Delta$；

如果 $\Gamma_1, \Gamma_2 / \Delta_1$，并且 $\Gamma_3, \Delta_1 / \Delta_2$，那么 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3 / \Delta_2$。

八、如果两个命题推出第三个命题，而且这两个命题中有一个命题本身是由别的前提确立起来的，那么这两个命题中的另一个命题和那个前提一起就能推出原来的结论。这条规则实际上就是亚里士多德所使用的假言三段论律：

$$\begin{array}{c} \dfrac{\dfrac{\Gamma_1 \quad \Gamma_3}{\Gamma_2}\,,}{\Delta} \end{array}\circ$$

九、条件化规则。一个有效的推理形式可表述成一个假言命题。例如，不可证式一可以条件化成为：

如果(如果第一则第二)并且第一，那么第二。

在现有的关于斯多阿学派逻辑学说的残篇中，只保存了第一和第三两条元规则(即上述的六和八)，其余两条元规则佚失了。第二条元规则（即上述的七）是根据当代著名学者威廉·涅尔（W Kneale)和梅兹(B. Mates)的意见列上的，原先是古代学者塞克斯都·恩披里柯(Sextus Empiricus)在说明斯多阿学派的定理时提出来的；第四条元规则（即上述的条件化规则）是梅兹提出来的。①

下面我们根据现有的斯多阿学派的逻辑资料进行一些推演。

定理一至五直接得自五个不可证式。

定理六　如果第一，那么若第一则第二；第一；所以第二。

证.(在以下证明中，为方便计，我们采用命题变元)

(一) 如果p，那么若p则q　　假设

①参看威廉·涅尔等著：《逻辑学的发展》，张家龙、洪汉鼎译，商务印书馆1985年版，第206—228页；Mates. B. Stoic Logic, Berkeley and Los Angeles, 1953。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com