全国高等教育自学考试

高等数学(一)
1998～2002 年真题分析

滕桂兰　郭洪芝　编

北京航空航天大学出版社
http://www.buaapress.com.cn

内 容 简 介

本书是按全国高自考委高等数学(一)自学考试大纲和高等数学(一)教材相配套而编写的。本书共分 8 章,每章都包括本章的基本要求、例题与例题分析、练习题及练习题参考答案四部分。本书汇集了 1998 年以来高自考高等数学(一)的各次考试真题及真题分析和参考答案。可作为高自考高等数学(一)的辅导书及经管类大专生学习高等数学时使用,也可作为其他大专生的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

全国高等教育自学考试高等数学(1)真题分析/ 滕桂兰等编 .—北京:北京航空航天大学出版社,2003 .3

ISNB 7 - 81077 - 259 - 7

Ⅰ .全… Ⅱ .滕… Ⅲ .高等数学—高等教育—自学考试—试题 Ⅳ .013 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 011303 号

全国高等教育自学考试

高等数学(一)1998～2002 年真题分析

滕桂兰　郭洪芝　编

责任编辑　穆　易

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(100083)　发行部电话:010 - 82317024　传真:010 - 82328026

http:// www .buaapress .com .cn

E - mail:bhpress@263 .net

北京市云西华都印刷厂印装　各地书店经销

*

开本:787×1092　1/ 16　印张:19 .25　字数:493 千字

2003 年 3 月第 1 版　2003 年 3 月第 1 次印刷　印数:5 000 册

ISBN 7 - 81077 - 259 - 7　定价:26 .00 元

前　言

本书是依据全国高等教育自学考试委员会颁布的高等数学(一)的自学考试大纲与指定教材高等数学(一)相配套而编写的。

在编写中,我们收集了1998年以来高等数学(一)的考试题目,对此进行了整理、归类,在例题与例题分析中给出了较详细的分析和解答。

为了使读者更好地掌握高等数学(一)教材中的基本概念、基本理论、基础内容,训练其基本运算能力,提高其分析问题、解决问题的能力,围绕考试大纲中的知识点和近几年来的考试题目,在例题与例题分析和练习中增加了较大量的题目,并配有相应的参考答案,使读者从多方面、多角度反复进行练习,以达到考试要求,完成学习任务。

本书共分8章,每章都包括基本要求与重点难点、例题与例题分析、练习题及练习题参考答案四部分。

为了帮助考生全面了解考试题型及考卷内容,特将2002年下半年高等教育自学考试全国统一命题考试高等数学(一)试卷及参考答案作为附录放在本书最后,供考生参考。

本书汇集了五年来高自考高等数学(一)的所有考题,可作为高自考高等数学(一)的辅导书,也可作为经济管理类大专生及其他本、专科学生学习时参考。

在编写中,我们得到了北京航空航天大学出版社及许传安教授的大力支持,在此表示衷心感谢,由于编者水平所限,不妥之处,请使用本书的同志不吝指正。

作者

2002年12月

目　　录

第 1 章　函数及其图形

基本要求与重点难点

本章基本要求

(1) 联系集合和映射掌握函数概念 .
(2) 掌握函数的单调、有界、奇偶、周期等几何特性 .
(3) 掌握基本初等函数的性质及其图形特征;理解复合函数和反函数的有关概念 .
(4) 熟悉由常见的经济管理问题建立相应函数关系的方法,学会图文并重的思维方法 .

本章重点与难点

重点　函数概念,基本初等函数,复合函数和反函数,经济学中的常用函数 .
难点　由经济管理问题建立相应的函数关系 .

例题与例题分析

单项选择题(在每个小题列出的四个备选答案中只有一个答案是正确的,将正确答案的号码填在题干后的括号内,每小题 1 分)

1 . (2001 .04)设 A、B 均为非空集合,那么 $A\cap B = A$ 是 $A = B$ 的(　　) .

(A) 充分但不是必要条件　　　　B) 必要但不是充分条件
(C) 充分必要条件　　　　(D) 既不是充分条件又不是必要条件

解　选(B) .

设 $A = B$,则任取 $x\in A$,有 $x\in B$,即有 $x\in A\cap B$,故 $A \quad A\cap B$;反之,任取 $x\in A\cap B$,必有 $x\in A$,即 $A\cap B \quad A$,从而 $A = A\cap B$.

2 . (2001 .10)下列集合中为空集的是(　　) .

(A) $\{x|\ x + 5 = 5\}$　　　　(B) $\{x|\ x\in \mathrm{R}$ 且 $x^2 + 5 = 0\}$
(C) $\{x|\ x\geq 5$ 且 $x\leq 5\}$　　　　(D) $\{x|\ |x + 5|\leq 0\}$

解　选(B) .

因为集合(A)、(C)、(D)分别是由 0、5、- 5 组成的集合,故而是非空集合,因此只有(B)是

(2001 .04)表示 2001 年 4 月高自考高等数学(一)考题,下同 .

空集.

3.(1999.10)若集合 $M=\{0,1,2\}$,则下列写法中正确的是(　　).

(A) $\{1\}\in M$　　(B) 1　M　　(C) 1ú　M　　(D) $\{1\}$　M

解　选(D).

因为$\{1\}$是集合、这个集合是集合 M 的子集,记为$\{1\}$　M,不能写成$\{1\}\in M$,1 是集合 M 的元素,记为 $1\in M$,不能写成 1　M,1ú　M,即 1 不是 M 的元素,故(A)、(B)、(C)都不正确.

4.(2000.04)设 A、B 是集合$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$的子集,且 $\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,3,7,9\}$,则 $A\cup B$ 是(　　).

(A) $\{2,4,5,6,8\}$　　(B) $\{1,3,7,9\}$

(C) $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$　　(D) $\{2,4,6,8\}$

解　选(A).

因为 $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,3,7,9\}$,

故　$A\cup B=\{2,4,5,6,8\}$.

5.(2002.01)　(1998.10) 设 $M=\{x|x^2-x-6>0\}$,$R=\{x|x-1\leq0\}$,则 $M\cap R=$(　　).

(A) $\{x|x>3\}$　　(B) $\{x|x<-2\}$

(C) $\{x|-2<x\leq1\}$　　(D) $\{x|x\leq1\}$

解　选(B).

因为 $M=\{x|x>3$ 或 $x<-2\}$,$R=\{x|x\leq1\}$,

故　$M\cap R=\{x|x<-2\}$,即选(B).

6.(1998.10)用区间表示满足点集$\{x|1<|x-2|<3\}$的是(　　).

(A) $(-1,1)$　　(B) $(3,5)$

(C) $(-1,5)$　　(D) $(-1,1)\cup(3,5)$

解　选(D).

由 $|x-2|<3$,得 $-3<x-2<3$,$-1<x<5$;又 $|x-2|>1$,得 $x-2>1$ 或 $x-2<-1$,即 $x>3$或 $x<1$,于是由 $1<|x-2|<3$ 得到 $(-1,1)\cup(3,5)$.

7.(1998.04)设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & 0\leq x\leq1,\\ 2, & 1\leq x\leq2,\end{cases}$则函数 $g(x)=f(2x)+f(x-2)$(　　).

(A) 无意义　　(B) 在$[0,2]$上有意义

(C) 在$[0,4]$上有意义　　(D) 在$[2,4]$上有意义

解　选(A).

由条件 $f(x)$的定义域为$[0,2]$,于是 $0\leq2x\leq2$,得 $f(2x)$的定义域为$[0,1]$,又 $0\leq x-2\leq2$,得 $f(x-2)$的定义域为$[2,4]$,故 $g(x)=f(2x)+f(x-2)$无意义.

8.(1999.10)若 $0\leq a\leq\frac{1}{2}$及函数 $y=f(x)$的定义域是$[0,1]$,则 $f(x+a)+f(x-a)$的定义域是(　　).

(A) $[-a,1-a]$　　(B) $[-a,1+a]$　　(C) $[a,1-a]$　　(D) $[a,1+a]$

解　选(C).

由 $0\leq x+a\leq1$,得 $-a\leq x\leq1-a$,知 $f(x+a)$的定义域为$[-a,1-a]$;

由 $0\leq x-a\leq1$,得 $a\leq x\leq1+a$,知 $f(x-a)$的定义域为$[a,1+a]$.

又 $0\leq a\leq\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}\leq -a\leq 0$，$\frac{1}{2}\leq 1-a\leq 1$，故$[a,1-a]$是非空，因此 $f(x+a)+f(x-a)$的定义域为$[a,1-a]$.

9．(2001．10)函数 $y=\frac{(x+1)\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$的定义域是(　　).

(A) $x\neq -\frac{1}{2}$　　(B) $x>-\frac{1}{2}$

(C) $x\neq -\frac{1}{2}$，且 $x\neq 1$　　(D) $x>-\frac{1}{2}$且 $x\neq 1$

解　选(D)

由$\begin{cases}2x^2-x-1\neq 0,\\ 2x+1\geq 0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}x\neq -\frac{1}{2},\\ x\neq 1,\\ x\geq -\frac{1}{2},\end{cases}$ 于是函数的定义域为 $x>-\frac{1}{2}$，且 $x\neq 1$.

10．(2002．01)函数 $y=\arcsin\frac{x-3}{2}+\frac{x-3}{x^2-x-6}$的定义域是(　　).

(A) $[1,5]$　　(B) $[1,3)\cup(3,5]$　　(C) $[1,3)$　　(D) $(3,5]$

解　选(B).

由$\begin{cases}-1\leq\frac{x-3}{2}\leq 1,\\ x^2-x-6\neq 0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}1\leq x\leq 5,\\ x\neq 3,\\ x\neq -2,\end{cases}$ 于是所给函数的定义域为$[1,3)\cup(3,5]$.

11．设函数 $f(x)=\begin{cases}x, & |x|<1,\\ 2, & 1\leq x\leq 3,\end{cases}$ 则 $f(x-2)$的定义域是(　　).

(A) $[-1,3]$　　(B) $(-1,3]$

(C) $(1,5]$　　(D) $[1,5]$

解　选(C).

因为 $f(x)$的定义域是$(-1,3]$，故 $-1<x-2\leq 3$，即 $1<x\leq 5$，所以 $f(x-2)$的定义域为$(1,5]$.

12．函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x^2-x-6}}+\ln(3x-8)$的定义域是(　　).

(A) $(-\infty,-2)\cup\left[\frac{8}{3},+\infty\right]$　　(B) $\left[\frac{8}{3},+\infty\right]$

(C) $(3,+\infty)$　　(D) $(-\infty,-2)$

解　选(C).

由$\begin{cases}x^2-x-6>0,\\ 3x-8>0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}x>3 \text{ 或 } x<-2,\\ x>\frac{8}{3},\end{cases}$ 于是所给函数的定义域为$(3,+\infty)$.

13．设函数 $y=f(\lg x)$的定义域为$\left[\frac{1}{2},2\right]$，则 $f(x)$的定义域为(　　).

(A) $[-\lg 2,\lg 2]$　　(B) $[0,1]$

(C) $\left[\frac{1}{2},2\right]$ (D) $[\sqrt{10},100]$

解　选(A).

因为 $y=f(\lg x)$**的定义域为**$\left[\frac{1}{2},2\right]$,**即**$\frac{1}{2}\leq x\leq 2$,**故** $\lg\frac{1}{2}\leq\lg x\leq\lg 2$,**即** $-\lg 2\leq\lg x\leq\lg 2$,**因此** $f(x)$**的定义域为**$[-\lg 2,\lg 2]$.

14.(1999.10)**设** $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{x-1}$,**则** $f(2x)=($　　$)$.

(A) $\frac{1}{1-2x}$ (B) $\frac{2}{1-x}$

(C) $\frac{2(x-1)}{2x}$ (D) $\frac{2(x-1)}{x}$

解　选(A).

因为 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\frac{1}{x}}-1\right)}$,$\left(\text{或 } f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{1-\frac{1}{x}}\right)$,**故** $f(x)=\frac{1}{x\left(\frac{1}{x}-1\right)}=\frac{x}{x(1-x)}=\frac{1}{1-x}$ $\left(\text{或 } f(x)=\frac{1}{1-x}\right)$,**从而** $f(2x)=\frac{1}{1-2x}$.

又解:**设** $t=\frac{1}{x}$,$x=\frac{1}{t}$,**于是** $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(t)=\frac{\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}-1}=\frac{1}{1-t}$,**即** $f(x)=\frac{1}{1-x}$,$f(2x)=\frac{1}{1-2x}$.

15.(2001.04)**设** $f(x)$**是定义在实数域上的一个函数**,**且** $f(x-1)=x^2+x+1$,**则** $f\left(\frac{1}{x-1}\right)=($　　$)$.

(A) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1$ (B) $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x-1}+1$

(C) $\frac{1}{x^2+x+1}$ (D) $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}+3$

解　选(D).

设 $t=x-1$,**则** $x=t+1$,**于是** $f(x-1)=f(t)=(t+1)^2+(t+1)+1=t^2+3t+3$,**故** $f\left(\frac{1}{x-1}\right)=\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}+3$.

又解　$f(x-1)=(x-1+1)^2+(x-1+1)+1$,**故** $f\left(\frac{1}{x-1}\right)=\left(\frac{1}{x-1}+1\right)^2+\left(\frac{1}{x-1}+1\right)+1=\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}+3$.

16.(2001.10)**已知函数** $f(x)$**是线性函数**,**且** $f(-1)=2$,$f(1)=-2$,**则** $f(x)=($　　$)$.

(A) $x+3$ (B) $x-3$ (C) $2x$ (D) $-2x$

解　选(D).

设 $f(x)=ax+b$,**由** $f(-1)=2$,$f(1)=-2$,**得** $-a+b=2$,$a+b=-2$,**解之得** $a=-2$,$b=$

0. 故所求函数 $f(x)=-2x$.

17. (2002.01) 设 $g(x)=\ln x+1$, $f[g(x)]=x$, 则 $f(1)=$ (　　).

(A) 1　　(B) e　　(C) -1　　(D) $-e$

解　选(A).

$f(1)=f[g(1)]=1$(由 $1=\ln x+1$, 得 $x=1$).

18. 如果 $f(x)=\sin x-\cos x$, 则 $f(-\arctan\sqrt{3})=$ (　　).

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}-1$　　(B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$　　(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

解　选(B).

因为 $f(-\arctan\sqrt{3})=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$, 故选(B).

19. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ \lg x, & x>0,\end{cases}$ $\varphi(x)=\begin{cases}2-\cos x, & x\leqslant 0,\\ 1-\sqrt{x}, & x>0,\end{cases}$ 则 $\varphi[f(-1)]=$ (　　).

(A) 0　　(B) 1

(C) $2-\cos 1$　　(D) $\ln(2-\cos 1)$

解　选(A).

$f(-1)=(-1)^2=1$, $\varphi[f(-1)]=\varphi(1)=1-\sqrt{1}=0$.

20. (2001.10) 下列函数中满足关系式 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$ 的函数 $f(x)$ 是(　　).

(A) x^n　　(B) e^x

(C) $\ln x$　　(D) $\sin x$

解　选(B).

因为 $f(x+y)=e^{x+y}=e^x\cdot e^y=f(x)\cdot f(y)$, 故选(B).

21. (1998,04) 设 $f(x)=\ln x$, 且函数 $\varphi(x)$ 的反函数 $\varphi^{-1}(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$, 则 $f[\varphi(x)]=$ (　　).

(A) $\ln\frac{x-2}{x+2}$　　(B) $\ln\frac{x+2}{x-2}$

(C) $\ln\frac{2-x}{x+2}$　　(D) $\ln\frac{x+2}{2-x}$

解　选(B).

因为 $\varphi^{-1}(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$, $x\varphi^{-1}(x)-\varphi^{-1}(x)=2x+2$, $x[\varphi^{-1}(x)-2]=\varphi^{-1}(x)+2$, $x=\frac{\varphi^{-1}(x)+2}{\varphi^{-1}(x)-2}$, 即 $\varphi(x)=\frac{x+2}{x-2}$, 故 $f[\varphi(x)]=\ln\frac{x+2}{x-2}$.

22. (1998.10) 函数 $f(x)=3+2\cos x$ 的值域是(　　).

(A) $[2,4]$　　(B) $[1,5]$　　(C) $[-1,1]$　　(D) $[-2,2]$

解　选(B).

因为 $-2\leqslant 2\cos x\leqslant 2$, 故 $1\leqslant 3+2\cos x\leqslant 5$, 即 $f(x)$ 的值域为 $[1,5]$.

23．(2000.10)下列函数中与 $y=x$ 为同一函数的是(　　)．

(A) $y=\sqrt{x^2}$　　(B) $y=(\sqrt{x})^2$

(C) $y=\ln e^x$　　(D) $y=e^{\ln x}$

解　选(C)．

因为(A)与 $y=x$ 值域不同，(B)与 $y=x$ 定义域不同，值域也不同；(D)与 $y=x$ 定义域不同，值域也不同，故选(C)．

24．设 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$，$\varphi(x)=\dfrac{x}{1+x}$，则下列等式中成立的是(　　)．

(A) $f(x)=\varphi(e^{-x})$　　(B) $f(e^x)=\varphi(e^{-x})$

(C) $f(x)=\varphi(e^x)$　　(D) $f(e^x)=\varphi(e^x)$

解　选(C)．

因为 $\varphi(e^x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}=\dfrac{1}{1+e^{-x}}=f(x)$，故选(C)．

25．(1998.10)　(2001.04)设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，下列函数中必为偶函数的是(　　)．

(A) $y=|f(x)|$　　(B) $y=-|f(x)|$

(C) $y=-f(-x)$　　(D) $y=f(x^2)$

解　选(D)．

因为 $y(-x)=f[(-x)^2]=f(x^2)=y(x)$，故选(D)．

26．(1998.04)设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，下列函数中必为奇函数的是(　　)．

(A) $y=-|f(x)|$　　(B) $y=xf(x^2)$

(C) $y=-f(-x)$　　(D) $y=f(x)+f(-x)$

解　选(B)．

因为 $y(-x)=-xf[(-x)^2]=-xf(x^2)=-y(x)$，故选(B)．

27．(1999.10)函数 $y=\log_a(\sqrt{1+x^2}+x)$ $(a>0,a\neq1)$ 是(　　)．

(A) 偶函数　　(B) 奇函数

(C) 非奇非偶函数　　(D) 既是偶函数又是奇函数

解　选(B)．

因为该函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，且

$$y(-x)=\log_a(\sqrt{1+(-x)^2}-x)=\log_a(\sqrt{1+x^2}-x)=\log_a\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=$$

$-\log_a(\sqrt{1+x^2}+x)=-y(x)$，故该函数是奇函数．

28．(2000.04)设 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则函数 $f(x)g(x)$ 是(　　)．

(A) 奇函数　　(B) 偶函数

(C) 恒为常数　　(D) 既是奇函数又是偶函数

解　选(A)．

设 $F(x)=f(x)g(x)$，则 $F(-x)=f(-x)g(-x)=-f(x)g(x)=-F(x)$，即 $f(x)g(x)$ 为奇函数．

29．设函数 $f(x)=\dfrac{x(e^x-1)}{e^x+1}$，则该函数是(　　)．

(A) 非奇非偶函数　　(B) 既是奇函数又是偶函数

(C) 奇函数　　(D) 偶函数

解　选(D)．

因为 $f(x)$的定义域是$(-\infty,+\infty)$，且 $f(-x)=\dfrac{-x(e^{-x}-1)}{e^{-x}+1}=\dfrac{-x(1-e^x)}{e^x+1}=\dfrac{x(e^x-1)}{e^x+1}$ $=f(x)$，故 $f(x)$是偶函数．

30．设函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义且为奇函数，若当 $x\in(-\infty,0)$时，$f(x)=x(x-1)$，则当 $x\in(0,+\infty)$时，$f(x)=$(　　)．

(A) $-x(x+1)$　　(B) $x(x-1)$

(C) $x(-x+1)$　　(D) $x(x+1)$

解　选(A)．

因为 $f(x)$为奇函数，故当 $x\in(0,+\infty)$时，

$$f(x)=-f(-x)=-(-x)(-x-1)=-x(x+1).$$

31．设函数 $f(x)$、$g(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义，若 $f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，则 $g(f(x))$为(　　)．

(A) 非奇非偶函数　　(B) 既是奇函数又是偶函数

(C) 奇函数　　(D) 偶函数

解　选(D)．

$g[f(-x)]=g[-f(x)]=g[f(x)]$，故 $g[f(x)]$为偶函数．

32．已知偶函数 $f(x)$在$[0,4]$上是单调增函数，则 $f(-\pi)$和 $f(\log_{\frac{1}{2}}8)$的大小关系是(　　)．

(A) $f(-\pi)<f(\log_{\frac{1}{2}}8)$　　(B) $f(-\pi)=f(\log_{\frac{1}{2}}8)$

(C) $f(-\pi)>f(\log_{\frac{1}{2}}8)$　　(D) 不能确定

解　选(C)．

因为 $f(x)$为偶函数，且在$[0,4]$上单调增加，故 $f(x)$在$[-4,0]$上单调减少，又 $\log_{\frac{1}{2}}8=\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}=-3>-\pi$，因此 $f(-\pi)>f(\log_{\frac{1}{2}}8)$．

33．(1998.04)函数 $y=\lg(x-1)$在下列哪个区间内是有界的(　　)．

(A) $(1,+\infty)$　　(B) $(2,+\infty)$　　(C) $(1,2)$　　(D) $(2,3)$

解　选(D)．

因为 $y=\lg(x-1)$在$[2,3]$上连续，故在$[2,3]$上有界，从而在$(2,3)$内 $y=\lg(x-1)$有界．

34．(1998.10)函数 $y=\sin\dfrac{1}{x}$是定义域内的(　　)．

(A) 周期函数　　(B) 单调函数

(C) 有界函数　　(D) 无界函数

解　选(C)。

因为 $y=\sin\dfrac{1}{x}$在其定义域内有 $\left|\sin\dfrac{1}{x}\right|\le 1$，故选(C)．

35．设 $f(x)$和 $\varphi(x)$都是单调减少函数，则 $f[\varphi(x)]$(　　)．

(A) 单调增加　　(B) 单调减少

(C) 有增有减　　(D) 不增不减

解　选(A).

因为当 $x_1 < x_2$ 时,$\varphi(x_1) > \varphi(x_2)$,从而 $f[\varphi(x_1)] < f[\varphi(x_2)]$.

36.函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内(　　).

(A) 有界函数　　(B) 无界函数

(C) 上有界下无界　　(D) 上无界下有界

解　选(A)

因为 $(|x|-1)^2 \geq 0$,即 $x^2+1 \geq 2|x|$,于是 $\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right| \leq \dfrac{2|x|}{1+x^2} \leq 1$.即 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有界.

37.函数 $f(x)=\begin{cases} x, & x<0, \\ x^2, & x \geq 0, \end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内(　　).

(A) 单调减少　(B) 单调增加　(C) 有增有减　(D) 不增不减

解　选(B).

由函数的图形不难看出该函数的图形是一条沿 x 轴正向上升的曲线.

38.(1998.10)在 R 上,下列函数中为周期函数的是(　　).

(A) $\sin x^2$　(B) $\sin 2x$　(C) $x\cos x$　(D) $\arcsin x$

解　选(B).

因为 $\sin[2(x+\pi)]=\sin(2x+2\pi)=\sin 2x$,故 $\sin 2x$ 是以 π 为周期的周期函数.

39.(1999.10)函数 $y=|\sin x|$ 的周期是(　　).

(A) 2π　(B) 4π　(C) π　(D) $\dfrac{\pi}{2}$

解　选(C).

因为 $|\sin(x+\pi)|=|-\sin x|=|\sin x|$,故 $|\sin x|$ 以 π 为周期.

40.(2000.04)在 R 上,下列函数中为有界函数的是(　　).

(A) e^x　(B) $1+\sin x$　(C) $\ln x$　(D) $\lg x$

解　选(B).

在 R 上 $-1 \leq \sin x \leq 1$,$0 \leq 1+\sin x \leq 2$,故 $1+\sin x$ 有界.

41.下列函数中在给定区间上为有界函数的是(　　).

(A) $y=\sec x$, $[0,\pi]$　　(B) $y=\tan x$, $\left[-\dfrac{\pi}{2},0\right]$

(C) $y=\dfrac{1}{x}$, $\left[\dfrac{1}{10},1\right]$　　(D) $y=\dfrac{1}{(x-1)^2}$, $(0,1)$

解　选(C).

因为在 $\left[\dfrac{1}{10},1\right]$ 上 $1 \leq \dfrac{1}{x} \leq 10$,故 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $\left[\dfrac{1}{10},1\right]$ 上有界.

42.设 $f(x)$ 是以 3 为周期的奇函数,且 $f(-1)=-1$,则 $f(7)=$(　　).

(A) 1　(B) -1　(C) 2　(D) -2

解　选(A).

$f(7)=f(1+2\times3)=f(1)=-f(-1)=-(-1)=1$.

43．(2001.04)**函数** $y=\dfrac{e^x}{e^x+1}$**的反函数是**(　　).

(A) $y=\dfrac{x}{1-x}$　　(B) $y=\ln\dfrac{x}{1-x}$

(C) $y=\dfrac{1-x}{x}$　　(D) $y=\ln\dfrac{1-x}{x}$

解　选(B).

由 $y=\dfrac{e^x}{e^x+1}$,**得到** $e^x y+y=e^x$, $e^x(1-y)=y$, $e^x=\dfrac{y}{1-y}$, $x=\ln\dfrac{y}{1-y}$,**故其反函数为** $y=\ln\dfrac{x}{1-x}$.

44．(2002.01)**函数** $y=\dfrac{1-x}{1+x}$**的反函数是**(　　).

(A) $y=\dfrac{1+x}{1-x}$　　(B) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$

(C) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$　　(D) $y=\dfrac{-x}{1+x}$

解　选(B).

由 $y=\dfrac{1-x}{1+x}$,**得** $(1+x)y=1-x$, $y+xy=1-x$, $xy+x=1-y$, $x=\dfrac{1-y}{y+1}$,**故反函数为** $y=\dfrac{1-x}{1+x}$.

45．**设** $-\dfrac{1}{2}<x<0$,**则** $y=\lg(1+x)+\lg(1-x)$**的反函数是**(　　).

(A) $y=\sqrt{1-10^x}$,　$x\in(-\infty,0)$　　(B) $y=-\sqrt{1-10^x}$,　$x\in(-\infty,0)$

(C) $y=\sqrt{1-10^x}$,　$x\in\left[\lg\dfrac{3}{4},0\right]$　　(D) $y=-\sqrt{1-10^x}$,　$x\in\left[\lg\dfrac{3}{4},0\right]$

解　选(D).

由 $y=\lg(1+x)+\lg(1-x)=\lg(1-x^2)$,**得** $1-x^2=10^y$, $x^2=1-10^y$,**因当** $x\in\left[-\dfrac{1}{2},0\right]$**时**,**得** $y\in\left[\lg\dfrac{3}{4},0\right]$,**所以** $x=-\sqrt{1-10^y}$,**故所求反函数为** $y=-\sqrt{1-10^x}$, $x\in\left[\lg\dfrac{3}{4},0\right]$.

46．**设** $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$,**则** $f^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)=$(　　).

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) 3　　(D) 2

解　选(C).

设 $f^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)=t$,**则** $f(t)=\dfrac{1}{2}$,**即** $\dfrac{t-1}{t+1}=\dfrac{1}{2}$, $2(t-1)=t+1$, $2t-t=3$, $t==3$,**故** $f^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)=3$.

47 . 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & 2\le x\le 0, \\ x^2-4, & 0<x<2, \end{cases}$ 则其反函数是(　　).

(A) $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x}, & 0\le x\le 4, \\ \sqrt{x+4}, & 0<x<2 \end{cases}$　　(B) $f(x)=\begin{cases} -\sqrt{x}, & 0\le x\le 4, \\ \sqrt{x+4}, & -4<x<0 \end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases} -\sqrt{x}, & 4\le x<0, \\ -\sqrt{x+4}, & 0<x<4 \end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x}, & 0\le x\le 4, \\ -\sqrt{4+x}, & -4<x<0 \end{cases}$

解　选(B).

因为当 $-2\le x\le 0$ 时, $y=x^2$; $x=-\sqrt{y}$, $0\le y\le 4$, 当 $0<x<2$ 时, $y=x^2-4$, $x=\sqrt{y+4}$, $-4<y<0$, 故所求反函数为 $f(x)=\begin{cases} -\sqrt{x}, & 0\le x\le 4, \\ \sqrt{x+4}, & -4<x<0. \end{cases}$

48 . (1997,10) 函数 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x\ (a>0, a\ne 1)$ 的图形是(　　).

(A) 关于原点对称　　(B) 关于 x 轴对称

(C) 关于 y 轴对称　　(D) 关于直线 $y=x$ 对称

解　选(D).

$y=a^x$ 与 $y=\log_a x$ 互为反函数,其图形关于直线 $y=x$ 对称.

49 . (1998 .10) 函数 $y=x(1+\cos^2 x)$ 的图形对称于(　　).

(A) Ox 轴　　(B) 直线 $y=x$　　(C) 坐标原点　　(D) Oy 轴

解　选(C).

函数 $y=x(1+\cos^2 x)$ 为奇函数,故在 $(-\infty, +\infty)$ 内其图形对称于坐标原点.

50 . (1998 .10)　(2000 .04) 下列函数中表达式为基本初等函数的是(　　).

(A) $y=\begin{cases} 2x^2, & x>0, \\ 2x+1 & x<0 \end{cases}$　　(B) $y=2x+\cos x$

(C) $y=x$　　(D) $y=\sin\sqrt{x}$

解　选(C).

由基本初等函数的定义, $y=x$ 是幂函数,属基本初等函数.

51 . 函数 $y=\log_4\sqrt{x}+\log_4 2$ 的反函数是(　　).

(A) $y=4^{2x-1}$　　(B) $y=4x-1$　　(C) $y=2^{x-1}$　　(D) $y=4^{x-1}$.

解　选(A).

由 $y=\log_4\sqrt{x}+\log_4 2=\log_4 2\sqrt{x}$, 得 $2\sqrt{x}=4^y$,　$4x=4^{2y}$,　$x=4^{2y-1}$, 故所求函数的反函数为 $y=4^{2x-1}$.

52 . 设 $f(x)=\begin{cases} 2, & |x|\le 2 \\ 1, & |x|>2 \end{cases}$, 则 $f[f(x)]=$(　　).

(A) 2　　(B) 1　　(C) $f(x)$　　(D) $[f(x)]^2$

解　选(A).

$$f[f(x)]=\begin{cases} 2, & |f(x)|\le 2, \\ 1, & |f(x)|>2. \end{cases}$$

由条件,对任意 $x\in(-\infty, +\infty)$, $|f(x)|\le 2$, 故 $f[f(x)]=2$.

53．函数 $f(x)=e^{-x^2}$ 在$(-\infty,+\infty)$内是(　　)．

(A) 单调有界函数　　(B) 单调无界函数

(C) 有界偶函数　　(D) 有界奇函数

解　选(C)．

因为$|e^{-x^2}|\leq 1$,且 $f(-x)=e^{-(-x)^2}=e^{-x^2}=f(x)$,故 $f(x)$是有界的偶函数．

54．设 $g(x)=1-2x$, $f[g(x)]=\dfrac{1-x^2}{x^2}$,则 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=($　　$)$．

(A) 25　　(B) $\dfrac{15}{16}$　　(C) 15　　(D) 3

解　选(C)．

由 $1-2x=\dfrac{1}{2}$, $2x=\dfrac{1}{2}$, $x=\dfrac{1}{4}$, 故　$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f\left[g\left(\dfrac{1}{4}\right)\right]=\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=15$．

55．设函数 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$与 $g(x)$的图形关于直线 $y=x$ 对称,则 $g(x)=($　　$)$．

(A) $\dfrac{1+x}{2-x}$　　(B) $\dfrac{2-x}{1-x}$　　(C) $\dfrac{x+1}{2x-1}$　　(D) $\dfrac{2x-1}{x+1}$

解　选(A)．

由条件 $g(x)$是 $f(x)$的反函数,因为 $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$, $xy+y=2x-1$, $2x-xy=y+1$, $x=\dfrac{y+1}{2-y}$,故所求 $g(x)=\dfrac{1+x}{2-x}$．

56．下列说法正确的是(　　)．

(A) 函数 $y=f(x)$与 $y=-f(x)$关于原点对称

(B) 函数 $y=f(x)$与 $y=|f(x)|$关于 x 轴对称

(C) 函数 $y=|f(x)|$与 $y=-|f(x)|$关于 y 轴对称

(D) 函数 $y=3^x$ 与 $y=3^{-x}$ 关于 y 轴对称

解　选(D)．

由 $y=3^x$ 与 $y=3^{-x}$的图形可以看出,这两个函数的图形关于 y 轴对称．

57．函数的定义域关于原点对称是函数为奇函数的(　　)．

(A) 充分但非必要条件　　(B) 必要但非充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 非充分非必要条件

解　选(B)．

由奇函数的定义知,若 $f(x)$为奇函数,则其定义域关于原点对称,反之却不一定成立,例如, $f(x)=x^3-x^2$ 的定义域$(-\infty,+\infty)$关于原点对称,但 $f(x)$却是非奇非偶函数．

58．若某种商品的价格为 P,相应的需求函数 D 有关系式 $D+4P=50$,则总收益函数 $R(P)=($　　$)$．

(A) $4P^2+50P$　　(B) $4P-50$

(C) $50P-4P^2$　　(D) $50-4P$

解　选(C)．

因为需求函数 $D=50-4P$,故总收益函数 $R=DP=(50-4P)P=50P-4P^2$.

59 .(2002 .07) 设集合 $E=\{x|-5\leq x<1\}$, $F=\{x|0<x\leq 5\}$,则 $E\cap F=($ $)$.

(A) $\{x|-5\leq x<0\}$　　(B) $\{x|-5\leq x\leq 5\}$

(C) $\{x|0<x<1\}$　　(D) $\{x|1<x\leq 5\}$

解　选(C) .

由$\begin{cases}-5\leq x<1,\\ 0<x\leq 5,\end{cases}$解得 $0<x<1$,故选(C) .

60 .(2002 .07)下列函数中,其反函数在$(-\infty,+\infty)$上有定义的是(　　) .

(A) $y=x^3$　　(B) $y=\dfrac{1}{x}$

(C) $y=e^x$　　(D) $y=\sin x$

解　选(A) .

因为 $y=x^3$ 的值域是$(-\infty,+\infty)$,得其反函数的定义域是$(-\infty,+\infty)$,故选(A) .

61 .(2002 .07)下列各组函数中,表示相同函数的是(　　) .

(A) $y=\ln x^2$ 与 $y=2\ln x$　　(B) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

(C) $y=1$ 与 $y=\cos^2 x+\sin^2 x$　　(D) $y=x$ 与 $y=\cos(\arccos x)$

解　选(C) .

因为 $y=1$ 与 $y=\cos^2 x+\sin^2 x$ 这两个函数的定义域相同,且对应规律也相同,故表示同一函数 .应选(C) .

62 .(2002 .07)设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leq 1,\\ -1, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]=($ $)$.

(A) 1　　(B) -1

(C) $f(x)$　　(D) $\dfrac{1}{f(x)}$

解　选(A) .

因为$|f(x)|=1$,从而$\left|\dfrac{1}{f(x)}\right|=1$,所以 $f\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]=1$,故选(A) .

63 .(2002 .07)下列函数在$(0,+\infty)$内为单调减少的是(　　) .

(A) $y=\ln x$　　(B) $y=\log_a x$, $0<a<1$

(C) $y=\arctan x$　　(D) $y=\sin x$

解　选(B) .

由函数的图形可知应选(B) .

练　习　1

单项选择题(每小题 1 分)

1 .(1998 .04) 设集合 $A=\{x|3<x<5\}$, $B=\{x|x>4\}$,则 $A\cup B=($ $)$.

(A) $\{x|1<x<5\}$　　(B) $\{x|x>3\}$

(C) $\{x|3<x\leq 4\}$　　(D) $\{x|x\geq 5\}$