第 一 章　　绪 论

第一节　　物理实验的意义、任务、内容及要求

一、物理实验的意义与任务

物理学的形成与发展是以实验为基础的。物理学的研究方法通常是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、抽象概括和总结,从而建立物理定律,进而形成物理理论,再回到实验中去经受检验。实验是物理科学的基础，也是物理知识的源泉，加强物理实验是物理教学的时代特征，又是提高物理教学质量的先决条件。

在研究物理现象时，实验的任务不仅是观察物理现象，更重要的是找出各物理量之间的数量关系，找出它们变化的规律。任何一个物理定律的确定，都必须依据大量的实验材料。即使已经确定的物理定律，如果出现了新的实验事实和这个定律相违背，那么便需要修正原有的物理定律或物理理论，因此我们说，物理实验是物理理论的基础，它是物理理论正确与否的试金石。

物理实验既为开拓新理论、新领域奠定基础，又是丰富和发展物理学应用的广阔天地。最近数十年来,物理学和其他学科一样发展很快,尤其是核物理、激光、电子技术和计算机等现代化科学技术的发展，更反映了物理实验技术发展的新水平。科学技术的发展越来越体现出物理实验技术的重要性，基于这方面的原因，人们逐渐感到理工科及师范院校加强对学生进行物理实验训练的重要性。理论课是进行物理实验必要的基础，在实验过程中，通过理论的运用与现象的观测分析，理论与实验相互补充，从而加深和扩大学生的物理知识。

物理实验是高校理科进行科学实验训练的一门基础课程，是各专业后继实验课程的基础之一。也就是说，它是大学生从事科学实验工作的入门。它的主要任务如下。

①学习物理实验的基础理论，包括一些典型的实验方法及其物理思想。例如，电磁学实验中的模拟法、伏安法、电桥法、补偿法以及冲击法等,有助于思维与创造能力的培养。

②使学生获得必要的实验知识和操作技能，培养学生初步具有正确使用仪器进行测量、处理数据、分析结果以及编写报告等方面的能力。

③培养学生严格、细致、实事求是、刻苦钻研、一丝不苟的科学态度,以及爱护国家财产的良好品质 培养学生善于动脑、乐于动手、讲究科学方法、遵守操作规程、注意安全等良好习惯。

总之，教学的重点应放在培养学生科学实验能力与提高学生科学实验素养方面，使学生在获取知识的自学能力、运用知识的综合分析能力、动手实践能力、设计创新能力以及

需要全本请访问 www.ertongbook.com

严肃认真的作风、实事求是的科学态度等方面得到训练与提高。

二、实验物理学的形成及其内容

与物理学发展的同时，实验综合了科学技术的成就，发展形成了自身的科学体系，成为系统性较强的独立学科——实验物理学。它在内容上包括了许多物理课本所包括不了的理论知识、方法和技能，主要表现在以下几方面。

①实验手段(仪器、设备)的发展。表现在从简单的测量仪器,发展为以机、电、光为基础的门类齐全、并日益扩展的仪器系列。精确度不断提高，适用范围不断开拓，自动化程度不断提高等。遥感、遥控、遥测技术的应用,使仪器已经从简单的物理原理脱胎出来，成为独立体系。

②从对现象的观测、实验方案的设计、过程控制以及资料分析、结果归纳等一系列方法,在前人积累和现代科学技术的基础上,发展成较完整的系统。

③综合了数学、物理等学科的成就，形成了实验的数据处理、误差分析的严格理论体系,并已有成效地指导着实验的各个环节,使之顺利进行。

④为解决各种精确测量和精密实验中的实际问题，综合利用了多学科和多种专业技术的交叉，形成了实验物理学的独立科学技术体系。

三、实验课的要求

从教学法方面来说，实验学习大致可分为前后两大阶段：前期为启蒙阶段，学习以“模仿”为主,初步学会实验的工作方法,把基础打扎实 后期逐步转移到学生独立工作能力的培养方面。为此本教材在编写上也有所侧重，前期写的比较详细，后期着重写明原理和实验方法的思路，而详细的实验步骤则要学生自行考虑。同时，还安排了一些设计性实验，以利于实验工作能力的培养。

实验与听课不同，它的特点是同学们在教师的指导下自己动手，独立地完成实验任务。通常,每个实验的学习都要经历 3 个阶段。

1. 实验的准备

实验前必须认真阅读教材,做好必要的预习,才能按质、按量、按时完成实验。同时，预习也是培养阅读能力的学习环节。阅读时要以实验目的为中心，搞清楚实验原理（包括测量公式）、操作要点、数据处理及其分析方法等 要反复思考实验原理、仪器装置及操作、数据处理等方面如何达到实验目的。做物理实验应始终在明确的理论指导下进行。预习时要尽量精心构思,写出简明的预习报告,内容包括 目的、原理摘要、关键步骤、数据记录表格等等。

2. 实验的进行

内容包括仪器的安装与调整，观察实验现象与选择测试条件，读数与数据记录，计算与分析实验结果，以及误差估算等。

进入实验室，要遵守实验室规则。实验过程中对观察到的现象和测得数据要及时进行判断，判断它们是否正常与合理。实验过程中可能会出现故障，在教师的指导下，分析故障原因，学会排除故障的本领。实验完毕，做好仪器设备的整理工作。

3. 编写实验报告

编写实验报告，这是完成一个实验题目的最后程序，也是对实验进行全面总结分析的一个过程,必须予以充分重视。通常,实验报告分为 3个部分。

第一部分 实验目的和原理。

目的 说明本实验的目的。

原理 在理解的基础上,用简短的文字扼要地阐述实验原理,切忌整篇照抄,力求做到图文并茂，用图表示原理图、电路图或者光路图。写出实验所用的主要公式，说明式中各物理量的意义和单位,以及公式适用条件(或实验必要条件)。

第二部分 实验记录。此部分在实验课上完成,应写内容如下。

仪器：记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个很好的工作习惯，便于以后对实验进行复查。记录仪器规格可以使同学们逐步熟悉它，以培养选用仪器的能力。

过程 实验内容和观测现象记录。

数据 数据记录应做到整洁、清晰而有条理,便于计算与复核,达到省工省时的目的。在标题栏内要注明单位。数据不得任意涂改。确定测错而无用的数据，可在旁边注明“ 作废 ”字样,不要任意删去。

第三部分：数据处理与计算。此部分在实验后进行，包括如下内容。

计算结果与误差计算：计算时先将文字公式化简，再代入数值进行运算。误差计算要预先写出误差公式。

结果：按较准确形式写出实验结果。在必要时，注明结果的实验条件。

实验讨论及作业：对实验结果进行分析讨论（对实验中出现的问题进行说明和讨论),以及写出实验心得或建议等,完成教师指定的作业题。

实验报告是实验工作的总结，是经过对实验操作和观察测量、数据分析以后的永久性的科学记录。编写实验报告有助于锻炼逻辑思维能力，把自己在实验中的思维活动变成有形的文字记录，发表自己对本次实验结果的评价和收获。实验报告可供他人借鉴，促进学术交流。因此,编写实验报告要求做到书写清晰、字迹端正、数据记录整洁、图表合适、文理通顺、内容简明扼要。

4.遵守实验规则

为了保证实验正常进行，以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯，特制定下列规则，望同学们遵守执行。

①学生应在课程表规定时间内进行实验，不得无故缺席或迟到。实验时间若要更动，须经实验室同意。

②学生在每次实验前对安排要做的实验应进行预习，并在预习的基础上，写出预习报告。

③进入实验室后，应将预习报告放在桌上由教师检查，并回答教师的提问，经过教师检查认为合格后，才可以进行实验。

④实验时应携带必要的物品，如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验应事先准备毫米方格纸和铅笔。

⑤进入实验室后，根据实验卡片框或仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏。若发现有问题，应向教师或实验室管理员提出。未列入清单的仪器，另向管理员借用，实验完毕后归还。

⑥实验前应细心观察仪器构造，操作应谨慎细心，严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项。尤其是电学实验，线路接好后先经教师或实验室工作人员检查，经许可后才可接通电路，以免发生意外。

⑦实验完毕前应将实验数据交给教师检查，实验合格者教师予以签字通过。余下时间在实验室内进行实验计算与做作业题，待下课后方可离开。实验不合格或请假缺课的学生,由指导教师登记,通知在规定时间内补做。

⑧实验时应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕应将仪器、桌椅恢复原状，放置整齐。

⑨如有仪器损坏应及时报告教师或实验室工作人员，并填写损坏单，注明损坏原因。赔偿办法根据学校规定处理。

综上所述，通过实验课的教学，使学生的智能得到全面的训练和提高。为此，在有限的时间内，教师应注意在实验的讲解、内容安排和要求上要科学合理，系统协调。如测量训练性实验、验证性实验、综合性实验及研究设计性实验等各类实验的合理安排，注意其各类实验的特点及内在联系；各类实验的方法、技巧的训练应由易到难、循序渐进。在规范、严格要求的前提下，也要有意识地进行强化训练。随着实验课的深入进行，逐步培养学生自觉、独立地完成实验的能力,由封闭式‘ 黑匣子 ’实验室,向开放型、研究型实验室过渡,培养出跨世纪的‘ 四有 ”人才。

第二节　　测量与误差

在物理实验中，总要进行大量的测量工作。测量包含两个必要的过程，一是对许多物理量进行检测；二是对测量的数据进行处理。在实验前，必须对所观测的对象进行分析研究，以确定实验方法和选择具有适当精度的测量仪器。在实验后，对测得的数据加以整理、归纳,用一定的方式(列表或图解)表示出它们之间的相互关系,并对实验结果给予合理的解释,做出正确判断。

以上这些过程都与误差理论密切相关。例如，计算中取几位有效数字，作图时选多大的比例值等。若处理数据不当，就会影响测量结果的准确度，因此不能随心所欲。否则，实验中精细的测量都是徒劳的。

一、测量的分类

任何实验都离不开测量，没有测量就没有科学。在一定条件下，任何物理量都必然具有某一客观真实的数据。所谓测量，就是以测量出某一物理量值为目的的一系列有意识的科学实践活动。

按测量方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量；按测量条件的不同，测量又分为等精度测量和不等精度测量。

1. 直接测量和间接测量

直接测量是把一个量与同类量直接进行比较以确定待测量的量值。一般基本量的测量都属于此类，如用米尺测量物体的长度，用天平称铜块的质量，用秒表测量单摆的周期等。仪表上所标明的刻度或从显示装置上直接读取的值，都是直接测量的量值。

在物理实验中，能够直接测量的量毕竟是少数，大多数是根据直接测量所得数据，根据一定的公式，通过运算，得出所需要的结果。例如，直接测出单摆的长度 l 和单摆的周期 T，应用公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，以求重力加速度 g，这种测量称为间接测量。

2. 等精度测量和不等精度测量

对某一量 N 进行多次测量，得 k 个数值 $N_1, N_2, N_3, \cdots, N_k$，如果每次测量都是在相同的条件下进行的，则没有理由认为所得的 k 个值中，某一个值比另一个值要测得准确些。在这种情况下，所进行的一系列测量称为等精度测量。所谓相同条件的含义，是指同一个人，用同一台仪器，每次测量的周围条件都相同（如测量时环境、气温、照明情况等未变动）。这种情况就可认为各测量值的精确程度是相同的。对某一量 N，进行了 k 次测量，得到 k 个值 $N_1, N_2, N_3, \cdots, N_k$，如果每次测量的条件不同，那么这些值的精确程度不能认为是相同的。在这种情况下，所进行的一系列测量叫做不等精度测量。例如，同一实验者用精度不同的 3 种天平称量某一物体质量 m，得到 3 个值 m_1、m_2、m_3，或者用 3 种不同的方法测量某一物质的密度 ρ，得 3 个值 ρ_1、ρ_2、ρ_3，这都是不等精度测量。

二、误差及其分类

用实验方法去研究事物的客观规律，总是在一定的环境（温度、湿度等）和仪器条件下进行的，由于测量条件（环境、温度、湿度等）的变化以及仪器精度的不同，因而在任何测量中，测量结果 N 与待测量客观存在的真值 N' 之间总存在着一定的差异。测量值 N 与真值 N' 的差值叫做测量误差 ΔN，简称误差。即

$$\Delta N = N - N' \qquad (1-1)$$

任何测量都不可避免地存在误差，所以，一个完整的测量结果应该包括测量值和误差 2 个部分。真值是理想的概念，一般说来是不可能确切知道的。既然测量不能得到真值，那么怎样才能最大限度地减小测量误差，并估算出误差的范围呢？要回答这些问题，首先要了解误差产生的原因及其性质。误差主要来源于：仪器误差，环境误差，人员误差，方法误差。为了便于分析，根据误差的性质把它们归纳为系统误差和随机误差两大类。

1. 系统误差

系统误差的特征是：在同一条件下，多次测量同一量值时绝对值和符号保持不变；或在条件改变时，按一定规律变化的误差。系统误差在某些情况下对测量结果的影响还比较大，因此研究系统误差产生的原因，发现、减小或消除系统误差，使测量结果更加趋于正确和可靠，是误差理论的重要课题之一，是数据处理中的一个重要的内容。

(1) 系统误差产生的原因　系统误差是由固定不变的或按确定规律变化的因素所造成的，这些误差一般是可以掌握的。

①测量装置方面的因素。由于仪器设计制造方面的缺陷（例如尺子刻度偏大、表盘

需要全本请访问 www.ertongbook.com

刻度不均匀等),仪器安装、调整不当等因素产生的误差。

②测量方法方面的因素。测量所依据的理论和公式的近似性引起的误差，例如单摆实验中所用的测重力加速度公式 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$就是近似公式；测量条件或测量方法不能满足理论公式所要求的条件等引起的误差，例如在实验中一般忽略了摩擦、散热、电表的内阻等引起的误差都属于这一类。

③环境方面的因素。测量时实际温度与所要求的温度有偏差，测量过程中温度、湿度、气压等按一定规律变化的因素引起的误差。

④测量人员方面的因素。由于测量者本身的生理特点或固有习惯所引起的误差，例如某些人在进行动态测量记录某一信号时有滞后的倾向等。

(2)系统误差服从的规律　根据系统误差产生的原因可以确信它不具有抵偿性，它是固定的或服从一定的规律。

①不变系统的误差。在整个测量过程中，误差的符号和大小都固定不变的系统误差，叫做不变系统误差。例如，某尺子的公称尺寸为 100 mm,实际尺寸为 100.001 mm,误差为 -0.001 mm ,若按公称尺子使用,始终会存在 -0.001 mm 的系统误差。

②线性变化的系统误差。在测量过程中，误差值随某些因素作线性变化的系统误差，叫做线性变化的系统误差。例如，刻度值为 1 mm 的标准刻度尺，由于存在刻画误差 Δl mm，每一刻度间距实际为$(1 + \Delta l)$ mm,若用它测量某一物体,得到的值为 k ,则被测长度的实际值为

$$L = k(1 + \Delta l) \text{ mm}$$

这样就产生了随测量值 k 的大小而变化的线性系统误差 $(-k\Delta l)$.

③周期性变化的系统误差。测量值随某些因素按周期性变化的误差，称为周期性变化的系统误差。典型的例子如仪表指针的回转中心与刻度盘中心有偏心值 e 时,则指针在任一转角 φ 下由于偏心引起的读数误差 ΔL 即为周期性系统误差

$$\Delta L = e\sin\varphi$$

ΔL 的变化规律符合正弦曲线,指针在 0°和 180°时误差为零,而在 90°和 270°时误差最大为 $\pm e$.

④复杂规律变化的系统误差。在整个测量过程中，若误差是按确定的且复杂规律变化的，叫做复杂规律变化的系统误差。例如微安表的指针偏转角与偏转力矩不能严格保持线性关系，而表盘仍采用均匀刻度所产生的误差等。变化规律不太复杂的系统误差可用多项式来表示，如电阻与温度的关系可用下式表述

$$R = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2$$

式中,R 为温度为 t 时的电阻;R_{20}为温度为 20 ℃ 时的电阻;α 和 β 分别为电阻的一次和二次温度系数。

(3)系统误差的发现　提高测量精度，首要问题是发现系统误差，然而在测量过程中形成系统误差的因素是复杂的，目前还没有能够适用于发现各种系统误差的普遍方法，只有根据具体测量过程和测量仪器进行全面的仔细分析，针对不同情况合理选择一种或几种方法加以校验，才能最终确定有无系统误差。下面简单介绍几种适用于发现某些系统

误差的常用方法。

①实验对比法。这种方法主要适用于发现固定系统误差，其基本思想是改变产生系统误差的条件，进行不同条件的测量。例如，采用不同方法测同一物理量，若其结果不一致，表明至少有一种方法存在系统误差。还可采用仪器对比法、参量改变对比法，改变实验条件对比法、改变实验操作人员对比法等，测量时可根据具体实验情况选用。

②理论分析法。主要进行定性分析来判断是否有系统误差。如分析仪器所要求的工作条件是否满足，实验所依据的理论公式所要求的条件在测量过程中是否满足，如果这些要求没有满足，则实验必有系统误差。

③数据分析法。主要进行定量分析来判断是否有系统误差。一般可采用残余误差观察法、残余误差校验法、不同公式计算标准差比较法、计算数据比较法、t 检验法、秩和检验法等方法。有关误差理论方面的专著对这些方法有详尽地介绍。

(4)系统误差的减小和消除　在实际测量中，如果判断出有系统误差存在，就必须进一步分析可能产生系统误差的因素，想方设法减小和消除系统误差。由于测量方法、测量对象、测量环境及测量人员不尽相同，因而没有一个普遍适用的方法来减小或消除系统误差。下面简单介绍几种减小和消除系统误差的方法和途径。

①从产生系统误差的根源上消除。从产生系统误差的根源上消除误差是最根本的方法，通过对实验过程中的各个环节进行认真仔细分析，发现产生系统误差的各种因素。可以从下面几个方面采取措施从根源上消除或减小误差：采用近似性较好又比较切合实际的理论公式，尽可能满足理论公式所要求的实验条件；选用能满足测量误差所要求的实验仪器装置,严格保证仪器设备所要求的测量条件 采用多人合作,重复实验的方法。

②引入修正项消除系统误差。通过预先对仪器设备将要产生的系统误差进行分析计算，找出误差规律，从而找出修正公式或修正值，对测量结果进行修正。

③采用能消除系统误差的方法进行测量。对于某种固定的或有规律变化的系统误差,可以采用交换法、抵消法、补偿法、对称测量法、半周期偶数次测量法等特殊方法进行清除。采用什么方法要根据具体的实验情况及实验者的经验来决定。

无论采用哪种方法都不可能完全将系统误差消除，只要将系统误差减小到测量误差要求允许的范围内，或者系统误差对测量结果的影响小到可以忽略不计，就可以认为系统误差已被消除。

2. 随机误差(又称偶然误差)

该种误差是由于感官灵敏度和仪器精密程度的限制，周围环境的干扰以及伴随着测量而来的不可预料的随机因素的影响而造成的。它的特点是大小无定值，一切都是随机发生的，因而把它叫做随机误差。但它的出现服从以下统计规律。

①单峰性。测量值与真值相差越小,其可能性越大;与真值相差很大,其可能性较小。

②对称性。测量值与真值相比，大于或小于某量的可能性是相等的。

③有界性。在一定的测量条件下，误差的绝对值不会超过一定的限度。

④抵偿性。随机误差的算术平均值随测量次数的增加越来越小。

根据上述特性，通过多次测量求平均值的方法，可以使随机误差相互抵消。算术平均值与真值较为接近，一般作为测量的结果。

随机误差用误差范围来表示，它可由误差理论估算出来，其表示方法有标准误差、平均误差和极限误差等。它们的区别仅在于概率大小的不同。对于初学者来说，首先需要的是建立误差概念以及学会用对实验结果进行评价的简单误差来进行误差估算。有些函数袖珍计算器有标准误差的计算程序，可以直接进行标准误差的计算，具体的用法可参阅计算器的使用说明书。

在测量中还可能出现错误,如读数错误、记录错误、操作错误、计算错误等等。错误已不属于正常的测量工作范畴，应当尽量避免。克服错误的方法，除端正工作态度、操作方法无误外，可用与另一次测量结果相比较的办法发现并纠正。

三、误差的表示形式

误差的表示形式有绝对误差和相对误差 2 种。绝对误差 $\pm\Delta N$ 表示测量结果 N 与真值 N' 间的相差范围，正负号“ ± ”表示 N 可能比 N' 大或小。由测量结果 N 及其绝对误差 ΔN 可以看出真值所在的可能范围为 $N-\Delta N \leqslant N' \leqslant N+\Delta N$,或简写为 $N'=N\pm\Delta N$ 。仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度，还需要看测定值本身的大小，为此引入相对误差的概念。相对误差 $E=\dfrac{\Delta N}{N'}\approx\dfrac{\Delta N}{N}\times 100\%$,表示绝对误差在所测物理量中所占的比重，一般用百分比表示。例如，测量一长度时得 1 000 m ,而绝对误差为 1 m,测另一长度时得 100 cm ,而绝对误差为 1 cm ,后者的相对误差为 1% ,而前者为 0.1%，所以我们认为前者较后者更可靠。

由于误差的存在，任何测量值 N 都只能在一定近似程度上表示真值 N' 的大小,而误差范围大致说明这种近似程度。完整的测量结果，不仅要说明所得数值 N 及其单位,还必须说明相应的误差，用以下的标准形式表示：

$$N'=(N\pm\Delta N)\text{(单位)} \tag{1-2}$$

$$E=\frac{\Delta N}{N}=\times 100\% \tag{1-3}$$

不标明误差的测量结果，在科学上是没有价值的。

如果待测量有理论值或公认值，也可用百分差来表示测量的好坏。即

$$\text{百分差 } E_0=\frac{\text{测量值 } N-\text{公认值 } N''}{\text{公认值 } N''}\times 100\% \tag{1-4}$$

绝对误差、相对误差和百分差通常只取 1 ~ 2 位数字来表示。

第三节　　误差的估算方法

一、单次直接测量的误差估计

在同一次实验里，常常由于条件不许可，或对测量精密度的要求不高等原因，对一物理量的直接测量只进行了一次。这时，对于测定值的误差，应根据仪器精度（最小刻度和仪器误差）、测量方法、实验条件以及实验者的感觉能力、技术水平等实际情况,进行合理

估计，不能一概而论。在一般情况下，可用仪器误差 $\Delta_{仪}$（仪器出厂时的检定）作为绝对误差。如果无厂家提供的仪器误差，则可分 2 种情况确定仪器误差，当仪器可连续读数时取仪器最小分度值 a 的一半作为 $\Delta_{仪}$，即 $\Delta_{仪} = a/2$ 当仪器不能连续读数时则取 $\Delta_{仪} = a$；有时也可以根据实际情况，采用比仪器最小分度更大的合理数值。如果在几个测量值中，某些测量值的误差相对来说显得很小，它的误差在计算时可以忽略。

二、多次测量平均值的误差

为减小随机误差的影响，在可能情况下，总是采用多次测量，将各次测量值的算术平均值作为测量的结果。如 $N_1, N_2, \cdots, N_n$ 为对物理量 N' 所进行的 n 次测量值，则最后结果为

$$\overline{N} = \frac{1}{n}(N_1 + N_2 + \cdots + N_n) \tag{1-5}$$

每一次测量值与算术平均值的差值为

$$N_1 - \overline{N} = v_1,\ N_2 - \overline{N} = v_2, \cdots,\ N_n - \overline{N} = v_n$$

在普通物理实验中，通常采用算术平均误差作为绝对误差范围。即

$$\Delta N = \frac{1}{n}(|v_1| + |v_2| + |v_3| + \cdots + |v_n|) \tag{1-6}$$

它表示对物理量 N' 做任意一次测量，其测量误差出现在 $-\Delta N$ 到 $+\Delta N$ 之间的概率为 58%（可参阅误差理论的有关资料）。这是对测量结果可靠性的一个估计。求出绝对误差后，相对误差容易求出，即

$$E = \frac{\Delta N}{\overline{N}} \times 100\% \tag{1-7}$$

当多次测量所求得的误差小于仪器误差时，为了谨慎起见，常取仪器误差作为测量结果的误差。

多次测量的随机误差也可用标准误差来估算，即对于 n 次测量中某一次测量值的标准误差（偏差）①为（可参阅有关资料）

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(N_i - \overline{N})^2} \tag{1-8}$$

式中，N_i 为第 i 次测量值；$\overline{N}$ 为有限次测量的算术平均值。

它所表示的物理意义是，如果多次测量的随机误差遵从正态分布，那么任意一次测量，测量值误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可能性为 68.3% 或者说，对某一次测量结果，真值在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 区间内的概率为 68.3%。

n 次测量结果的平均值 $\overline{N}$ 的标准误差（偏差）为

$$S_{\overline{N}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=i}^{n}(N_i - \overline{N})^2} \tag{1-9}$$

上式的物理意义是，在多次测量的随机误差遵从正态分布的条件下，对多次测量结

①标准误差是由真值计算得出，而标准偏差是由平均值计算得出，为避免表述错误，统称标准差。

果，真值在 $\overline{N} \pm \sigma_{\overline{N}}$ 区间内的概率为 68.3%。

同时，误差理论计算表明，在进行多次测量时，任意一次测量的误差落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的概率为 99.7%。也就是说，在通常的有限次测量中，测量值误差超过 $+3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现，所以把 3σ 叫做极限误差。与上述相对应最大绝对误差为 $\Delta N = k\,\sigma_{\overline{N}}$（当 $5 < n < 10$ 取 $k = 4$ 当 $n > 10$ 取 $k = 3$）。

采用标准差计算时，测量次数 n 不宜过少，以 $n \geqslant 10$ 为宜。

如果只进行几次或单次测量，则标准差为

$$S = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{1-10}$$

三、间接测量误差的估算

直接测量所得的结果都是有误差的，显然由直接测量值经过运算而得到的间接测量值也有误差。估算间接测量误差的方法叫做误差传递。设

$$N = f(A, B, C, \cdots, H) \tag{1-11}$$

若各直接测量值的绝对误差分别为 ΔA、ΔB、ΔC、…、ΔH，则间接测量值 N 的绝对误差为 ΔN，其计算方法如下：

将式(1-11)求全微分，得

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial A}\mathrm{d}A + \frac{\partial f}{\partial B}\mathrm{d}B + \frac{\partial f}{\partial C}\mathrm{d}C + \cdots + \frac{\partial f}{\partial H}\mathrm{d}H \tag{1-12}$$

由于 ΔA、ΔB、ΔC、…、ΔH 分别相对于 A、B、C、…、是一个很小量，将式(1-12)中 $\mathrm{d}A$、$\mathrm{d}B$、$\mathrm{d}C$、…、$\mathrm{d}H$ 用 ΔA、ΔB、ΔC、…、ΔH 代替，则

$$\Delta N = \frac{\partial f}{\partial A}\Delta A + \frac{\partial f}{\partial B}\Delta B + \frac{\partial f}{\partial C}\Delta C + \cdots + \frac{\partial f}{\partial H}\Delta H \tag{1-13}$$

由于具体误差的符号并不知道，为谨慎起见，只能作最不利考虑，认为各项误差将累加，这样可能导致误差估算偏大，因此将式(1-13)中各项分别取绝对值相加。即

$$\Delta N = \left|\frac{\partial f}{\partial A}\right|\Delta A + \left|\frac{\partial f}{\partial B}\right|\Delta B + \left|\frac{\partial f}{\partial C}\right|\Delta C + \cdots + \left|\frac{\partial f}{\partial H}\right|\Delta H \tag{1-14}$$

相对误差为

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta N}{f(A, B, C, \cdots, H)} \tag{1-15}$$

式(1-14)和(1-15)称为误差传递的一般公式，或称为误差的算术合成。根据公式(1-14)和(1-15)计算出来的常用误差公式列在表 1-1 中，以供参考。

若各直接测量值的绝对误差分别为标准误差 S_A、S_B、S_C、…、S_H 等，则间接测量值的误差估算需要用误差的方根合成，即绝对误差为

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}S_A\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial B}S_B\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial C}S_C\right) + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial H}S_H\right)} \tag{1-16}$$

表 1－1　算术合成误差的传递公式①

数学运算关系	误差	
	绝对误差 ΔN	相对误差 $E=\frac{\Delta N}{N}$
$N=A+B+C+\cdots$	$(\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots)$	$\left(\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{A+B+C+\cdots}\right)$
$N=A-B$	$(\Delta A+\Delta B)$	$\left(\frac{\Delta A+\Delta B}{A-B}\right)$
$N=A\cdot B$	$(A\Delta B+B\Delta A)$	$\left(\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}\right)$
$N=A\cdot B\cdot C$	$(BC\Delta A+CA\Delta B+AB\Delta C)$	$\left(\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}+\frac{\Delta C}{C}\right)$
$N=\frac{A}{B}$	$\frac{B\Delta A+A\Delta B}{B^2}$	$\left(\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}\right)$
$N=aA$	$a\Delta A$	$\frac{\Delta A}{A}$（a 是任意常数）
$N=A^n$	$nA^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\cdot\frac{\Delta A}{A}$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}A^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\frac{\Delta A}{A}$
$N=\sin A$	$\cos A\cdot\Delta A$	$\cot A\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$\sin A\cdot\Delta A$	$\tan A\cdot\Delta A$
$N=\tan A$	$\frac{1}{\cos^2 A}\Delta A$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2A}$
$N=\ln A$	$\frac{1}{A}\Delta A$	$\frac{\Delta A}{A\ln A}$

①表中的 A、B、C 等皆取正值。

相对误差为

$$E=\frac{S_N}{N}=\frac{S_N}{f(A,B,C,\cdots,H)} \tag{1-17}$$

式(1－16)和式(1－17)称为标准误差的传递公式。

误差传递公式不仅可以用来计算间接测量值 N 的误差，而且还可以用来分析各直接测量值的误差对最后结果影响的大小。对于那些影响大的直接测量值，预先考虑采取措施，以减小它们的影响，从而为合理选用仪器和实验方法提供依据。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第四节　实验不确定度及测量结果的表示

实验不确定度是用来描述由于测量误差存在而导致被测量值不能准确测定的程度。国际计量局于 1980 年 10 月通过了《实验不确定度的说明建议书》，建议用“不确定度”(Uncertainty)一词，取代误差(Error)来表示实验结果，用以评定实验测量结果的质量，表征被测量真值在某个量值的范围。

一、不确定度的分类和估算方法

不确定度根据其性质和估算方法不同，可分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。A 类不确定度是被测量列能用统计方法估算出来的不确定度分量，用 σ_A 表示；B 类不确定度则是不能用统计方法估算的所有不确定度分量，用 u_B 表示。

A 类不确定度分量的估算，直接由测量列平均值的标准差公式来计算。即

$$\sigma_A = S_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(N_i - \bar{N})^2} = \frac{S}{\sqrt{n}} \tag{1-18}$$

式中：$S_{\bar{N}}$ 为有限次测量平均值的标准差；S 为有限次测量列的标准差。

B 类不确定度分量的估算，最常用的方法是采用近似标准差估算非统计不确定度 u_B。

当非统计不确定度相应的估计误差为高斯分布时

$$u_B = \frac{\Delta}{3} \tag{1-19}$$

当非统计不确定度相应的估计误差为均匀分布（方法、环境、数字仪表等误差分布）时

$$u_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \tag{1-20}$$

式(1-19)、(1-20)中 Δ 为非统计不确定度相应的估计误差限，常视为实验仪器误差 $\Delta_{仪}$。

二、合成不确定度

合成不确定度，即 A 类和 B 类不确定度的总和，其合成公式为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^{k}\sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{k}u_j^2} \tag{1-21}$$

式中，σ 为合成不确定度；σ_j 为任一 A 类不确定度分量；u_j 为任一 B 类不确定度分量。

上式为合成不确定度的计算公式，它是由多个彼此间相互独立的统计和非统计不确定度的方根和。合成不确定度表明在测量过程中所有不确定度因素对测量结果的合成影响。

三、总不确定度及测量结果的表示

1. 总不确定度

总不确定度是以确定的置信概率所给出的与合成不确定度成正比的置信区间。即

$$U = C\sigma \tag{1-22}$$

式中，U 为总不确定度；C 为置信因子；σ 为合成不确定度。

总不确定度即在一定置信概率下所对应的置信区间的范围。当置信概率为 68.3% 时，置信因子 C 为 1 当置信概率为 95.4% 时，置信因子 C 为 2；当置信概率为 99.7% 时，置信因子 C 为 3。一般物理实验中取与标准差相对应的置信概率 68.3%，故总不确定度就等于合成不确定度。

2. 不确定度的传递

由直接测量量的不确定度引起的间接测量量的不确定度传递公式，如同标准差传递公式一样。设间接测量量 N 的函数为 $f(A,B,C,\cdots)$，则

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\sigma_C\right)^2 + \cdots} \tag{1-23}$$

$$\frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{N}\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\sigma_C\right)^2 + \cdots} \tag{1-24}$$

式中，σ_N 为被测量的不确定度；σ_A、σ_B 为各被测分量的不确定度；N 为被测量的平均值。

3. 用总不确定度表示测量结果

用总不确定度表示测量结果的形式为

$$N = (\overline{N} \pm U)\ \text{（单位）（写出置信度 } P \text{ 值）} \tag{1-25}$$

当置信度 $P = 0.683$ 时，$U = \sigma$，则式(1-25)变为

$$N = (\overline{N} \pm \sigma)\ \text{（单位）}(P = 0.683\text{，可不写）} \tag{1-26}$$

当置信度 $P = 0.954$ 时，$U = 2\sigma$，则式(1-25)变为

$$N = (\overline{N} \pm 2\sigma)\ \text{（单位）}(P = 0.954) \tag{1-27}$$

当置信度 $P = 0.997$ 时，$U = 3\sigma$，则式(1-25)变为

$$N = (\overline{N} \pm 3\sigma)\ \text{（单位）}(P = 0.997) \tag{1-28}$$

一般物理实验中表示测量结果多数都用置信度 $P = 0.683$ 的总不确定度表示，此时表达式后不必写出置信度 P 值，且 $U = \sigma$。如果只考虑 A 类统计方法计算的不确定度（B 类不确定度较小，可忽略），就与标准差表示的实验结果完全一致。但如果 B 类不确定度较大（即有较大的仪器误差、环境误差等），则总不确定度综合了全部误差的因素，因此，用不确定度比用标准差表示的实验结果要更接近实际。

第五节　有效数字及简算方法

一、有效数字的概念

一般来说，实验所处理的数值有 2 种：一种是没有误差的准确值(如测量的次数，公

式中的纯数等）；另一种是测量值。测量值总含有一定的误差，因此它的数据就不应无止境地写下去。例如，测量值 $\rho = (1.394\ 23 \pm 0.002)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$，由误差可知其第三位小数可能是 2 到 6 之间的数字，因此第三位小数“4”是不可靠的，在它以下的数字就没有表示出来的必要。上面实验结果应写成 $\rho = (1.394 \pm 0.002)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$，其中“1”、“3”和“9”是可靠数字，最后一位“4”是可疑数字。一般规定，数值中的可靠数字与所保留的 1 位（或 2 位）可疑数字，统称为有效数字。

测量结果用有效数字表示，可以反映测量的准确度。如用米尺测得一物体的长度为 $L = (26.3 \pm 0.2)\ \mathrm{mm}$，最后 1 位数“3”是估读出来的，是可疑数字，测量值 L 为 3 位有效数字。如果同样这个物体用游标尺测量其长度，得 $L = (26.30 \pm 0.02)\ \mathrm{mm}$，是 4 位有效数字，测量准确度要高些。

一个物理量的测量值和数字的一个数有着不同的意义，在数学上 $26.3 = 26.30$，但对测量值来说，$26.3 \neq 26.30$ 因为它们有着不同的误差，测量的准确度不同。26.3 mm 为 3 位有效数字，而 26.30 mm 为 4 位有效数字。在记录实验数据的时候，要切记有效数字的位数是从第一个不为零的数字算起的，当然并不是说零不算有效数字。例如，10.30 中的 2 个零，虽然其中一个处在中间，一个处在末尾，但因它们都反映了被测量的大小，故都属于有效数字。

对于十进制单位变换，只涉及小数点位置改变，而不允许改变有效位数。例如 1.3 m 为 2 位有效数字，在换算成 km 或 mm 作单位时应写为

$$1.3\ \mathrm{m} = 1.3 \times 10^{-3}\ \mathrm{km} = 1.3 \times 10^{3}\ \mathrm{mm}$$

而 $1.3\ \mathrm{m} = 1\,300\ \mathrm{mm}$ 的写法是错误的。

实验结果的最后 1 位数字应与绝对误差对齐，绝对误差最多写 2 位，相对误差也是如此。

二、有效数字的运算

为获得实验结果，往往需要对测得的数据进行运算。在数据运算中，首先应保证测量的准确程度，在此前提下，尽可能节省运算时间，免得浪费精力。运算时应使结果具有足够的有效数字，不要少算，也不要多算。少算会带来附加误差，降低结果的精确程度 多算是没有必要的，算得位数很多，但决不可能减少误差。下面将分别介绍有效数字的运算规则。

1. 加减运算

几个数相加减时，最后结果的可疑数字与各数值中最先出现的可疑数字对齐。下面例题运算过程中数字下画线的是可疑数字。

例 1　已知 $Y = A + B - C$，式中 $A = (103.3 \pm 0.5)\ \mathrm{cm}$，$B = (13.561 \pm 0.012)\ \mathrm{cm}$，$C = (1.652 \pm 0.005)\ \mathrm{cm}$，试问计算结果应保留几位数字？

解：先观察一下具体的运算过程：

$$\begin{array}{r} 103.\underline{3} \\ +\ \ 13.\underline{561} \\ \hline 116.\underline{861} \end{array} \xrightarrow{\text{可简化为}} \begin{array}{r} 103.\underline{3} \\ +\ \ 13.\underline{6} \\ \hline 116.\underline{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116.\underline{9} \\ -\ 1.65\underline{2} \\ \hline 115.\underline{248} \end{array} \xrightarrow{\text{可简化为}} \begin{array}{r} 116.\underline{9} \\ 1.\underline{7} \\ \hline 115.\underline{2} \end{array}$$

一个数字与一个可疑数字相加或是相减，其结果必然是可疑数字。本例各数值中最先出现可疑数字的位置在小数点后第一位（即 $103.\underline{3}$），按照运算结果保留一位可疑数字的原则,上例的简算方法为

$$Y = 103.3 + 13.6 - 1.7 = 115.2(\text{cm})$$

结果表示为

$$Y = (115.2 \pm 0.5)\ \text{cm},\ \frac{\Delta Y}{Y} = 0.44\%$$

2. 乘除运算

几个数相乘除，计算结果的有效数字位数与各数值中有效数字位数最少的一个相同(或最多再多保留一位)。

例 2　$1.111\,\underline{1} \times 1.1\underline{1} =$ ？试问计算结果应保留几位数字？

解 用计算器计算可得 $1.111\,\underline{1} \times 1.1\underline{1} = 1.233\,321$，但是,此结果究竟应取几位数字才合理。我们来看一下具体的运算过程便一目了然。见右式,因为一个数字与一个可疑数字相乘,其结果必然是可疑数字,所以,由上面的运算过程可见,小数点后面第二位的‘3’及其以后的数字都是可疑数字。按照保留 1 位可疑数字的原则，计算结果应写成 1.23,为 3 位有效数字。这与上面叙述的加减简算法则是一致的，即在此例中,4 位有效数字与 3 位有效数字相乘,计算结果为 3 位有效数字。

$$\begin{array}{r} 1.1111\underline{1} \\ \times\quad 1.1\underline{1} \\ \hline 11111 \\ 1111\underline{1} \\ 111\underline{1}1 \\ \hline 1.2\underline{33321} \end{array}$$

除法是乘法的逆运算，这里不再详细论述。

在进行乘除运算时,误差传递公式为

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

可见计算结果的相对误差比算式中最大的一个相对误差（$\Delta A/A$ 或 $\Delta B/B$）还要大。相对误差越大，有效数字位数越少。对于一个间接测量，如果它是由几个直接测量值相乘而计算得到的,那么,在进行测量时应考虑各个直接测量值的有效数字位数基本相仿,或者说,它们的相对误差要比较接近。如果相差悬殊，那么精度过高的测量就失去意义。

例 3　在长度测量实验中，用米尺、游标卡尺和螺旋测微器分别测量一个长方体的三个边长为 $A = (13.79 \pm 0.02)\ \text{cm}$, $B = (3.635 \pm 0.005)\ \text{cm}$, $C = (0.4915 \pm 0.000\,5)\ \text{cm}$, 试计算长方体体积 V.

解 根据简算方法,长方体体积为

$$V = A \cdot B \cdot C = 13.79 \times 3.635 \times 0.4915 = 24.64\ (\text{cm}^3)$$

由误差传递公式算得相对误差

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}+\frac{\Delta C}{C}$$
$$=\frac{0.02}{14}+\frac{0.005}{3.6}+\frac{0.000\,5}{0.5}$$
$$=0.14\%+0.14\%+0.10\%$$
$$=0.38\%$$

和绝对误差

$$\Delta V=25\times 0.38\%=0.1\ (\mathrm{cm}^3)$$

结果用标准形式表示，长方体体积

$$V=(24.6\pm 0.1)\ \mathrm{cm}^3,\ \frac{\Delta V}{V}=0.4\%$$

从上例可见，用简算方法与利用误差传递公式计算得到的测量结果表示是一致的。实验中测量三个边长分别采用不同精度的量具，其目的是为了使三个边测量值有相同的有效数字位数,相对误差很接近。

3. 乘方运算

乘方运算的有效数字位数与其底数相同。

4. 对数、三角函数和 n 次方运算

它们的计算结果必须按照误差传递公式来决定有效数字位数，而不可以用前面所述的简算方法。

例4　已知 $A=3\,000\pm 2$,计算 $y=\ln A$.

解　$y=\ln A=\ln 3\,000=8.006\,367\,6$　,此值由计算器算得。

按照误差传递公式 $\Delta y=\frac{1}{A}\cdot\Delta A=\frac{2}{3\,000}=0.000\,7$,结果：$y=\ln A=8.006\,4\pm 0.000\,7$,

$\frac{\Delta y}{y}=0.009\%$。

计算：$z=\sqrt[3]{A}=14.422\,496$,此值由计算器算得。

绝对误差　$\Delta z=\frac{1}{3}A^{-\frac{2}{3}}\Delta A=\frac{1}{3\sqrt[3]{3\,000^2}}\times 2=0.003$

结果：$z=14.422\pm 0.003$, $\frac{\Delta z}{z}=0.02\%$。

5. 数字的截尾运算

在数据处理时,经常要截去多余的尾数,一般截尾时以“尾数大于五进,小于五舍,等于五时取偶”来定。这个原则比过去习惯规定的四舍五入的截尾规则更合理，这可由下面的分析看出。如按四舍五入来截尾时，数字 2 可能是由下面这列数 1.5,1.6,1.7,1.8,1.9,2.0,2.1,2.2,2.3,2.4　截尾而得到。撇开 1.5 这个数不计，其他几个数的平均正好为 2,加 1.5 后,其平均数就比 2 偏小。如按前述规定,则 2 是由 1.5,1.6,1.7,…,2.0,…,2.4,2.5 截尾得到,平均正好是 2　截尾时尾数的进与舍机会均等，这就更合理了。

“逢五取偶”是为了避免重复进位而设得。例如,对 2.444 45 这个数来讲,如按“逢五取奇”来舍取,则第一次要取 5位有效数字,截尾时就应写作 2.444 5;第二次再进一步截

尾成 4 位有效数字时,将为 2.445 等等。这就与直接截尾成 4 位数时所得的 2.444 相矛盾,故规定所需截去的尾数正好等于 5 时,截尾后的最后 1 位应取偶数。

根据以上的截尾原则,将下列数截去尾数成 4 位有效数字时,应有

2.345 26 →2.345

2.345 50 →2.346

2.346 50 →2.346

2.347 50 →2.348

6.数字的科学记数法

在乘除和开方等运算中,对数字采用科学记数常常是比较方便的。所谓数字的科学记数法即是将数字分成两部分,第一部分表示有效数字,书写时只在小数点前保留 1 位数,如 3.46,5.894 等 第二部分表示单位,以 10 的几次幂来表示,如 10^{-8},10^{4} 等。从下面的例子不难看出这种表示法的优点,如

$$0.000\ 345 \div 139 \rightarrow 3.45 \times 10^{-4} \div 1.39 \times 10^{2} = (3.45 \div 1.39) \times 10^{-6}$$

$$0.00\ 173 \times 0.000\ 013\ 4 \rightarrow 1.73 \times 10^{-3} \times 1.34 \times 10^{-5} = (1.73 \times 1.34) \times 10^{-8}$$

$$\sqrt{0.000\ 846} \rightarrow \sqrt{8.46 \times 10^{-4}} = \sqrt{8.46} \times 10^{-2}$$

第六节　数据处理方法

实验必然要采集大量数据,实验人员需要对实验数据进行记录、整理、计算与分析,从而寻找出测量对象的内在规律,正确地给出实验结果。所以说,数据处理是实验工作不可缺少的一部分。下面介绍实验数据处理常用的 4 种方法。

一、列表法

对一个物理量进行多次测量,或者测量几个量之间的函数关系,往往借助于列表法把实验数据列成表格。它的好处是,使大量数据表达清晰醒目,条理化,易于检查数据和发现问题,避免差错,同时有助于反映出物理量之间的对应关系。列表格没有统一的格式,但在设计表格时要求能充分反映上述特点,因此要注意以下各点。

①各栏目都要标明名称和单位。

②栏目的顺序应充分注意数据间的联系和计算顺序,力求简明、齐全、有条理。

③反映测量值函数关系的数据表格,应按自变量由小到大或由大到小的顺序排列。

二、图解法

图线能够明显地表示出实验数据间的关系,并且通过它可以找出 2 个物理量之间的数学关系式,所以图解法是实验数据处理的重要方法之一,它在科学技术上很有用处。用图解法处理数据,首先要画出合乎规范的图线,因此要注意下列几点。

1.作图纸的选择

作图纸有直角坐标纸(即毫米方格纸)、对数坐标纸、半对数坐标纸和极坐标纸等几种,根据作图需要进行选择。在物理实验中比较常用的是毫米方格纸(每厘米为一大格,

需要全本请访问 www.ertongbook.com