

# 漫步数学之林

——与中学生谈数学

陈世英丁百年 主编

中国铁道出版社

# 漫步数学之林

——与中专学生谈数学

陈仲海 丁百平 主编

邵玉书 主审

中国铁道出版社

1999年·北京

# (京)新登字 063 号

## 内 容 简 介

本书根据 1996 年江苏省中专数学课程教学研究会修订的《中等专业学校数学教学大纲工科专业通用(江苏省执行稿)》规定的内容进行编写的。

本书内容包括三大部分:数学史话、数学思想与方法、在应用领域的一些数学分支的简介。文字浅显易懂、深入浅出,对全面了解数学概貌、应用数学思考、解决实际问题大有裨益。

本书适合中专各专业、职业高中、技工学校、成人中专等学生学习参考,也可供高中学生和数学爱好者学习参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

漫步数学之林:与中专学生谈数学/陈仲海,丁百平主编.  
—北京:中国铁道出版社,1999  
ISBN 7-113-03193-5

I. 漫… II. 陈… III. 初等数学-专业学校-课外读物  
N. O12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 38697 号

书 名:漫步数学之林——与中专学生谈数学

著作责任者:陈仲海 丁百平 主编

出版·发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街 8 号)

责任编辑:李小平

封面设计:李艳阳

印 刷:北京市燕山印刷厂

开 本:787×1092 1/32 印张:7.25 字数:160 千

版 本:1999 年 4 月第 1 版 1999 年 4 月第 1 次印刷

印 数:1—6000 册

书 号:ISBN7-113-03193-5·62

定 价:10.00 元

版权所有 盗印必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

# 序

《漫步数学之林——与中专学生谈数学》一书已与同学们见面了。它标志着江苏省中专数学教研会所实施的中专数学改革工作有了实质性的启动。在此，我对江苏省中专数学教研会的同仁们表示衷心的祝贺。

本书的内容可概括为三大板块：数学史话，数学思想与方法，活跃在应用领域的一些数学分支的简介。

数学史话部分（第一～四讲）是使读者了解到，数学发展是社会进步的缩影。从中可以体会到毛主席所论述的任何理论都是来源于实践，经过概括、抽象上升到理论，反过来再用理论指导实践的认识规律。它为大家提供了研究问题的思维方法。

数学思想与方法（第五～八讲）是让读者了解到数学思想发展的四个阶段，即由常量数学到变量数学、随机数学和模糊数学；对数学方法的阐述较为简明扼要，可以为学生所理解，从而使中专学生知道学过的数学方法是最基本的方法，书中所介绍的其他方法，有待于学生去学习和了解。特别在第七讲中，建模问题对有志于想用数学去解决实际问题的同学很有帮助。

本书用近三分之二的篇幅介绍了在实际应用领域中的重要分支，对学生扩大知识面，提高学习数学的兴趣有很大的好处。

总之，本书是中专数学教学中很有意义的一本选学教材，

也可以作为统编教材的补充。

我希望学生们能通过选学这本教材,扩大自己的知识面,做到在实际生产中发现数学问题,有能力去寻觅对口师长,以利于这类问题的圆满解决,从而提高自己的数学素养,以便更好地适应高速发展中的社会进步步伐。

愿同学们在漫游数学之林中得到更多的启发和提高。

全国中等专业学校数学课程组组长

張又昂

1998年9月

## 前 言

本教材是根据 1996 年 6 月江苏省中专数学课程教学研究会修订的《中等专业学校数学教学大纲工科专业通用(江苏省执行稿)》规定的内容进行编写的,旨在推动中专数学教学进行面向 21 世纪的改革,让学生更多地了解数学、学习数学、应用数学,使数学成为学生喜之爱之的一门科学。

本教材针对学生数学课堂学习内容比较传统、知识结构比较单一的现状,为开拓学生数学知识视野,推进对当今社会数学得到广泛应用的领域的了解,对数学发展简史、现代数学的宏观结构、20 世纪数学的辉煌成就、21 世纪数学的前景,对现代数学思想的发展、数学方法、数学模型和数学创造性思维,对经济社会中广泛使用的线性规划、对策论等十个数学分支的基础知识作了通俗易懂、深入浅出的介绍,是一本突破中专数学教材原有体系和模式、具有一定新意的教材。

参加本书编写的有常州物资学校的左文宏,常州铁路机械学校的朱效东、杨云、潘勇军、姜建清、丁百平,江苏省城镇建设学校的毛清生、沈小平、胡幼予、王锁荣、钱祖龙、邓旭萍、王忠英、倪焕敏,常州轻工业学校的施建林、盛丽君,常州机械学校的周伟、庄小红,常州工业学校的高迎春、杨晓春、高江荣,常州化工学校的练启晨、唐晓芙、朱霞敏、林骐、朱军红,常州无线电工业学校的张春平、徐开鑫,常州会计学校的盛水健、陈仲海,常州财经学校的吴杰、沈尧顺、钱志良、奚菊惠,江苏省建材工业学校的崔世泽、徐永海。由陈仲海和丁百平担任

主编,练启星、胡幼予、吴杰和盛丽君担任副主编。全书由丁百平统稿,朱慧中、韩永两同志为本书的书稿做了很多工作。

本教材由江苏省中专数学教学研究会组织审稿,主审为南京地质学校邵玉书同志。

全国中等专业学校数学课程组组长张又昌同志为本教材作序。

本教材在编写过程中,曾得到广大中等专业学校的数学教师的大力支持和帮助,同时参考了许多专家的论著,在此一并致谢。

本教材可供招收初中毕业生的中专各专业选用,也可供职业高中、技工学校、成人中专等学校各专业选用。

由于编者水平所限,书中有错误和不当之处,恳切希望使用本教材的学校和老师批评指正。

编 者

1998年9月

## 目 录

第一讲	科学女王的足迹	
	— 数学发展简史回顾·····	1
第二讲	数学的宏观结构	
	— 数学全貌一瞥·····	13
第三讲	漫话 20 世纪数学·····	25
第四讲	21 世纪的数学前景·····	36
第五讲	数学思想发展简述·····	46
第六讲	数学方法概论·····	57
第七讲	数学模型与数学模型的建立·····	66
第八讲	非欧几何与创造性思维·····	78
第九讲	线性规划初步·····	89
第十讲	从田忌赛马谈起	
	— 对策论简介·····	105
第十一讲	由“经验”走向“科学”	
	— 决策论简介·····	118
第十二讲	数理逻辑简介·····	134
第十三讲	神奇的点与线	
	— 图论简介·····	145
第十四讲	数学的技术应用	
	— 控制论简介·····	159
第十五讲	整体的最优化	
	— 系统论与系统工程的基本特征·····	171

第十六讲	模糊数学简介.....	182
第十七讲	计算数学简介.....	195
第十八讲	股市中的数学.....	202
第十九讲	略谈利息与年金.....	212

## 第一讲 科学女皇的足迹

### ——数学发展简史回顾

数学是纯净、完善的。著名数学家高斯曾说过：“数学是科学的女皇。”她的历史从一个侧面反映了人类理智的演变过程，随着她在经济发展中的巨大作用日趋明显，人们对她留下的足迹越发产生浓厚的兴趣。

#### 第一节 数学的起源和远古数学文献

数学的起源可以上溯到新石器时代初期。但是，远古文字资料留存下来的却极少。迄今为止，只在古代埃及和巴比伦发现了比较系统的数学文献。

古埃及的金字塔，其浩大的工程和很高的精确度令世人叹为观止。从埃及出土的纸草书是用一种叫纸草的植物缮写的书卷，包括莱因德纸草书、莫斯科纸草书、卡洪纸草书等。其中莱因德纸草书分为算术、几何、杂题三部分，算术以加法为核心，介绍了分数运算、用试位法解一元一次方程组；几何多是简单面积的计算；杂题则涉及比、比例和数列。从该纸草书中也可见埃及数制是十进位加数制，使用象形数码；从莫斯科纸草书可见埃及人对正四棱台体积的计算程序与现代公式完全一致，英国的E·T·贝尔称之为“埃及最伟大的金字塔”；

面卡洪纸草书中记载的埃及人用试位法解二元一次方程,基本上还是算术方法。

古巴比伦文明发源于底格里斯河与幼发拉底河流域。从两河流域遗址发掘出的数学泥版书中可见,古巴比伦人使用楔形文字,数制是60进位位值制。他们能用配方法和代公式法解二次方程,还能解双二次方程和特殊的三次方程;他们能准确地计算特殊图形的面积和体积,但比埃及人稍逊;数学泥版书“普林顿322号”记载的勾股数组表表明,巴比伦人在3600年前就掌握了勾股定理,对勾股数组的研究水平超过了1000年后的毕达哥拉斯学派。

正是埃及和巴比伦在长达数年的时间里积累的大量算术和几何技巧,才导致了希腊数学的诞生与发展。

## 第二节 希腊数学的光辉

古希腊是欧洲文明的发源地,其航海业和工商业的兴旺极大地推动了数学的研究。希腊数学一开始就和当时哲学界辩论之风结合在一起,从而使演绎证明成为希腊数学的基本特征。从这个意义上说,数学历史的真正帷幕是由希腊人揭开的。综观希腊数学的历程,首先值得回味的便是那个时期的著名学派。

### 1. 爱奥尼亚学派

爱奥尼亚学派的创立者是希腊史上最早的数学家和哲学家泰勒斯。该学派以自然的原因来说明自然界和宇宙的结构,泰勒斯在这种观念指导下发现一系列命题,并开创了命题的逻辑推证,这正是演绎几何的开始。该学派认为一切表现变中有不变,原始物质的内蕴是守恒的,这正是希腊科学精神的闪

光。

## 2. 毕达哥拉斯学派

毕达哥拉斯在泰勒斯之后继续举起了希腊数学的火炬。“万物皆数”是他的名言，他领导的学派关于数和点的观念体现了他们的数形结合的思想。该学派将整数划分为奇数和偶数，又把整数划分为完全数、过剩数和亏数。例：上帝六天创造世界，因  $6=1+2+3$ ，故 6 是完全数。整个人类是诺亚方舟上的八个神灵下凡，这一创造是不完善的，因  $8>1+2+4$ ，故 8 是亏数。又  $12<1+2+3+4+6$ ，故 12 是过剩数。由于这类数与一些神秘的传说相联系，故一直被热心研究；该学派还发现了算术、几何、调和平均数；在西方，学者们推测毕氏学派曾对勾股定理作出过某种合乎逻辑的证明，但比欧几里德的《几何原本》中给出的证明粗糙，而且该学派给出的勾股数组公式也没有《几何原本》卷 10 中给出的完备。此外，该学派还建立了几何图形的相似理论、平行线理论以及发现了被欧洲人称为“黄金分割”的奇妙现象，该学派发现的不可公度理论曾引发了数学史上第一次数学危机。

## 3. 诡辩学派

芝诺是著名的能言善辩者，曾因提出关于运动的三个悖论而名噪一时：①二分说；②阿基里斯追龟说；③飞箭静止说。这三个悖论深刻地揭示了有限与无限、连续与离散之间的矛盾；同时，雅典的诡辩学派提出了著名的三大尺规作图不能问题：①立方倍积；②三等分任意角；③化圆为方。在希腊人探讨这三大难题的时候，却无意中产生了穷竭法，并激发了对圆锥曲线的强烈兴趣，这却是始料未及的。

## 4. 柏拉图学派

柏拉图深信数学对哲学和了解宇宙有重要作用，他领导

的学派研究了柱体和锥体，其中以门奈赫莫斯发现的圆锥曲线最为著名。他们把数学奠基于逻辑之上，使用准确的定义、假设和较严格的证明，为欧几里德的成功作了充分的准备，从而使希腊数学步入了黄金时代。

公元前4世纪末，托勒密一世使亚历山大城成为数学中心。公元前3世纪前后，希腊数学发展到峰巅，出现了欧几里德、阿基米德、阿波罗尼斯三大几何学家。他们的成就不仅是空前的，而且在他们身后一千多年时间内无人可及。“几何中没有王者之路”这句名言体现了欧几里德不折服于帝王权威的学者风度。他精心选择命题并首次运用公理化思想把它们按照逻辑次序整理成《几何原本》，为几何证明提供了规范，成了数学史上的一块丰碑。阿波罗尼斯的《圆锥曲线》使后代学者至少从几何上无法对它有新的发言权，不过由于希腊代数的落后，他无法进入现代解析几何的领域，而阿基米德突破了定性研究的传统，首先从事定量研究，他用力学方法处理数学问题，颇象现代的积分法解题，因此他被认为是“微积分的先驱”“力学之父”“具有现代思想的古代人”。他所设计的城防装置曾使兵临城下的罗马侵略军长期受阻。后来由于内奸出卖，叙城陷落，就在他被敌兵刺死前一刻，他还在研究几何图形。他的科学成就和爱国主义精神，两千年来一直为人们所景仰。后人把他和牛顿、高斯并列为数学历史上三位最伟大的数学家。

公元前2世纪，由于天文研究的需要，希腊的理论几何逐渐淡化，出现了由定性研究向定量研究的转变，并最终导致三角学的创立。丢番图的符号代数也表现出希腊数学的新的创见。但希腊数学仍有轻视实践的消极一面，而这些正是中国古代数学之所长。

### 第三节 中国古典数学的形成和发展

中国数学初期的发展依附于天文、历法。中国数学的成就是世界文化宝库中的瑰宝。

#### 1. 筹算方法和先秦文献中的数学思想

商代甲骨文、周朝和战国有关文献的零星记载,表明筹算数码表示数法体现了十进位值数制的原理。

在先秦诸子经典中不乏充满数学思想的名句。老子在《道德经》中说:“道生一、一生二,二生三、三生万物。”这种数本原思想类似于毕氏学派的“万物皆数”;《周易》中“八卦”与二进制数写法完全一致;战国时的孙臧为齐忌赛马制定“斗马术”体现了对策论思想;《庄子·天下篇》中“一尺之棰,日取其半,万世不竭”,体现了无穷数列的极限思想。

#### 2. 《九章算术》的主要内容及其贡献

《九章算术》总结了我国先秦至西汉的数学成果。内容包括“方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股”共九章,它系统讨论了分数运算和比率算法,创立了方程术和正负术,发现了开平方和开立方的计算方法,具有内容的实用性、算法的普适性和可操作性、体例的一致性等特点。它在数学史上的地位可与《几何原本》相比,它是远东数学的源头。

#### 3. 中国古典数学的辉煌成就

从三国到元代中期,中国古典数学取得了一系列世界第一流的成果。

##### (1) 刘徽的数学贡献

刘徽用言辞为《九章算术》作注,利用图形的等积变换并借助极限方法证明命题,他创立的“割圆术”的中心思想是“割

圆拼方”，他用自己发明的“出入相补”原理解测望问题，不涉及角和三角函数概念，这与西方的三角测量有明显区别。

### (2)《算经十书》

唐代初年，数学家李淳风奉诏校注了十部算书，作为国子监明算科的教材。其中《周髀算经》是一部主张“盖天论”的天文著作，书中含有许多数学知识，三国时代赵爽为之作的注是数学史上很有价值的文献，他的《勾股方圆图》注以及“日高图”极为有名，《孙子算经》上所记载的筹码记数和运算法则，是筹算制度的宝贵资料，其中“河妇荡杯”“鸡兔同笼”“物不知数”等已成为历史上有名的趣题；《张丘建算经》在公倍数、公约数、等差数列、不定方程等方面超过了《九章算术》的水平；《缉古算经》最突出的成就是三次方程和堤积公式，祖冲之父子的《缀术》中的圆周率及密率都是当时最好的。此外，还有《九章算术》《夏侯阳算经》《五经算术》《海岛算经》等。

### (3)宋元数学的美丽光环

宋元时期，中国传统数学发展鼎盛：杨辉三角是世界上第一张二项展开系数表；朱世杰发明了有名的“七乘方图”；秦九韶则创了两个世界记录，即高次方程的数值解和“大衍求一术”，他的开方术比西方早五百多年。李冶的《测圆海镜》和《益古演段》分别与勾股容圆和平面图形的面积有关，朱世杰的辉煌名著《四元玉鉴》在当时处于领先地位。所有这些都是西方望尘莫及的。在朱世杰后，筹算理论失去了美丽的光环。

### 4. 西方数学的传入

14世纪中期以后，中国古典数学变得沉寂，特别是“八股取士制”使自由学术空气彻底窒息。但是在明代中期随着商业的发展珠算流传极广；随着资本主义经济的发展和欧洲的文艺复兴，西方数学发展很快，并由首批传教士传入中国。意大

利传教上利玛窦和我国数学家徐光启合译出版了《几何原本》的前部分,后部分是由英国伟力亚力和中国李善兰合译出版;利玛窦还与李之藻合译了《同文算指》,系统介绍了欧洲笔算;徐光启主持编写的《崇祯历书》则介绍了西方历法和数学,另外他还有《三角法》及丛书《天学会通》等译著;梅文鼎的“技取其长,而理唯其是”唤起了国人奋起学习西方数学。

## 第四节 中世纪前后的数学发展与交流

### 1. 印度数学的发展

印度数学既不同于希腊,也有别于中国,重归纳、轻演绎,注重计算而忽视哲理,受外来影响较大,没有形成独立的理论体系。但它为全世界提供了十进制数码和四则运算的笔算法则,改进了三角学而且是弧度的先驱,它还能有意识地使用代数符号,并在不定方程方面超过了丢番图。婆什伽罗是古印度最杰出的数学家,《丽罗娃堤》是他的不朽名著。

### 2. 阿拉伯数学的崛起

阿拉伯数学起源于对印度、希腊的数学经典的翻译,巴格达建有宏大的智慧宫、大图书馆和天文台,塔比·库拉还创办了一所翻译学校;继花拉子米写成《代数学》之后,海雅姆也写成了《代数学》;纳西尔丁的《论四边形》和卡西的《算术之钥》是阿拉伯后期数学的名著。阿拉伯数学虽有忽视哲理的缺点,但在欧洲数学处于低潮时期,继承和保护了希腊数学遗产,初步实现了东、西方数学的合流,是数学史上的一件大事。

### 3. 欧洲中世纪和文艺复兴时期的数学

中世纪早期欧洲数学发展缓慢,希腊最后一位,也是数学史上第一位杰出的女数学家帕提亚被基督教暴徒割成碎块,

标志着黑暗的荒芜时代的开始。直到 1100 年,新思想开始影响学术界。罗马教皇热尔贝大力提倡数学教育,许多西欧学者涌向西班牙的托莱多,寻找和学习学术著作。R·培根号称“万能博士”;意大利的斐波那契则以掌握当代及以前各代的全部数学知识而闻名,他的趣题被称为“斐波那契的兔子”,他的《象限仪书》是有关不定分析的精彩著作,在当时数学荒原上如横空出世的山峰。

随着文艺复兴的兴起和发展,数学巨人辈出。德国的主要贡献是三角学,数学家缪勒著《三角全书》使三角学成为独立的学科,雷堤库斯编出了空前精确的三角函数表;意大利的主要贡献是代数方程,威尼斯的塔塔利亚、米兰的卡丹及其学生费拉里曾为三次方程根式解的发明权发生过戏剧性的争吵,费拉里还给出了四次方程的根式解;法国在 16 世纪末出现了杰出数学家韦达,他首先有意识地系统使用字母代数并发现了韦达定理,后来荷兰数学家吉拉德推广了该定理并给出了代数学基本定理,还解决了比利时数学家为对法国人挑战而提出的求解一个具有特殊系数的 45 次方程;英国的纳皮尔则发明了对数。当时数学观也发生了变化,柏拉图主张“数学是现实的核心”,达芬奇、弗朗西斯·培根则认为“实验——数学”这种新思想使数学史揭开了新的一页。

## 第五节 近、现代数学的创建和发展

资本主义经济的发展和文艺复兴运动的成功使 19 世纪数学走向新的辉煌。

### 1. 解析几何的发现及其完善

17 世纪,笛卡尔和费马各自独立地发现了解析几何的基