理论物理简明教程

下　　册

(电动力学、量子力学)

北京工业大学应用物理系理论物理组编

北京工业大学出版社

(京) 登 95 第 212 号

内 容 简 介

本书分上下两册。上册包括理论力学、热力学和统计物理; 下册包括电动力学、量子力学。下册的具体内容为: 电磁现象的普遍规律、不随时间改变的电磁场、随时间改变的电磁场、电磁规律的相对论描述、波函数和薛定谔方程、力学量的算符表示、粒子在有心力场中的运动、态和力学量的表象、定态微扰论和变分法、量力跃迁、自旋和全同粒子等内容。本书每章后均附有习题, 书后附有习题答案。

本书可作为高等院校应用物理、半导体、金属材料专业和师范院校物理专业大学生教材, 也可作为非物理专业研究生教材或参考书。

理论物理简明教程 (下册)
北京工业大学物理系理论物理组编
※
北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销
徐水宏远印刷厂印刷
※
1996 年 4 月第 1 版　1996 年 4 月第 1 次印刷
850×1168 毫米 32 开本　13 印张　324 千字
印数: 1～2000 册
ISBN 7-5639-0495-6/G・250
定价: 10.50 元

出 版 说 明

本书分上下两册。上册包括理论力学、热力学和统计物理；下册包括电动力学、量子力学。并附有习题及答案。

本书可作为高等院校应用物理、半导体、金属材料专业和师范院校物理专业的大学生及非物理专业研究生教材或参考书。

本书第一篇“理论力学”由马文滨编写，第二篇“热力学与统计物理”由严隽霖编写，第三篇“电动力学”由谢诒成编写，第四编“量子力学”由李玉柏编写。

编者

1995 年 12 月于北京工业大学

第三篇　电 动 力 学

第四篇　量 子 力 学

第三篇 电 动 力 学

绪 言

人类很早就接触到电现象和磁现象，而电流的磁效应（1820年，奥斯特）和电磁感应规律（1831年，法拉第）使人们认识到电和磁是同一事物不可分割的两个方面，同时建立了场的概念。经过麦克斯韦的卓越工作，上述实验规律被提高为一组描述电磁场性质的数学方程组，它的一个重要预言——存在电磁波，这一预言已从实验上得到了证明（1888，赫兹）。真空中电磁波的传播速度即为光速，由此揭示了光的实质是一种电磁波。

电动力学就是以麦克斯韦方程组为基础来研究电磁场基本属性的理论，它的主要内容是电磁场的运动规律以及带电体与电磁场之间的相互作用。

随着科学技术的进步，电磁场是人们生产活动、社会活动和日常生活中几乎无处不在的一个客观存在。深刻认识它的规律，对于我们掌握现代科技的成果，为将要从事的各种工作打下必要的基础，无疑是有重要意义的。另一方面，现代物理的研究已深入到原子以内的微观领域，这个范围内的现象有量子特征。但本篇只限于宏观电磁场的理论，所涉及的内容是：电磁现象的普遍规律、稳恒电磁场的性质和一些求解方法，电磁波的辐射和传播，狭义相对论基础及电动力学的相对论描述。

鉴于读者在学习本课程之前已有了一定的电磁学基础，我们在叙述电磁场的基本实验定律和麦克斯韦的理论贡献后，很快引

入电磁场方程组的一般形式、边值关系及其用势(矢势和标势)描述的方法。稳恒电磁场可在假设电磁场量不随时间改变的条件下由普遍规律导出。在这种情况下，电场和磁场方程可以分别求解。当采用势方程时，矢势的各个直角分量和标势满足同样类型的拉普拉斯方程或泊松方程，学习如何运用数理方法、计算物理或一些特殊技巧，如电象法、磁标势法等来求解，是有实际意义的。关于时变场，也是从普遍形式的麦克斯韦方程组出发，得出电磁波解，并以电偶极辐射为例，说明时变的源与场之间的联系。在讨论电磁波传播时，着重在阐明电磁波在各种介质中传播的特性及其在不同介质分界面上的折射和反射规律，为进一步学习有关专业课打好基础。狭义相对论是二十世纪科学发展极其重要的理论基础，它的建立与人们对电磁规律认识的发展是分不开的，而它的成功又使我们更好地理解电磁场的物质性。狭义相对论还帮助我们对时间、空间和物质运动有更深刻的认识。

为了学好电动力学这门理论物理课程，除了要掌握基本概念、熟悉主要公式外，还要运用高等数学和数理方法等知识，反复地进行由简到繁的练习，只有这样，才能加深对课程内容的理解，学到一定解题方法，从而提高解决实际问题的能力。

本篇采用国际单位制(SI)。一些有用的矢量运算公式和有关的数理方程知识等附于书后。有一些难度较大的习题，在题号左上方以* 号标记，可供选择。

第一章　电磁现象的普遍规律

本章是以后各章的基础。在本章中，我们首先引入带电体的电荷密度和电流密度概念，然后总结出普遍情况下电荷激发电场和电流激发磁场的规律。在法拉第电磁感应定律和麦克斯韦位移电流假设的基础上，导出了麦克斯韦方程组。微分形式的麦克斯韦方程组只适用于连续介质中，而在不同介质的分界面上，电磁场量有不连续性，利用积分形式的麦克斯韦方程组可得到其在介质分界面上的边值关系。这样，就给出了场的基本方程。另一方面，在电磁场中的电荷和电流受到电磁场的作用力，这个力由洛仑兹力公式描述。麦克斯韦方程组和洛仑兹力公式是电磁规律中最基本的公式。由这些公式可得到电磁场和带电体之间相互作用的能量转换关系和能量守恒定律，并导出电磁场的能量密度和能流密度表达式。本章还要引入电磁场的矢势和标势概念。由麦克斯韦方程组可得出势的方程组，它的作用可代替麦克斯韦方程组，在某些问题中利用它有时更易于求解。

§ 1.1　源及其定量描述

一、电荷

电荷是电磁场的源。当一定的电荷被放在空间某个位置，它的周围就有电场，如果这电荷相对于观察者的位置随时间改变，周围还会有磁场。

从微观结构来看，电荷是构成物质的分子或原子中电子和质子的属性。每个电子带有一个最小单位（$e=1.6\times10^{-19}$库仑）的负电荷，每个质子带有同样大小的正电荷。但在宏观电动力学中，

我们研究的对象，总是包含有大量分子或原子，因此观测到的是它们的总效果。假如在一个区域中总的负电荷数目与正电荷数目不相等，宏观上就观测到这个区域中有电荷。例如阴极射线管中自由电子散布在阴极和板极之间；又如导体表面有过多或过少的电子而出现的自由电荷。还有，在外场下由于极化而在介质体内或表面出现的束缚电荷。

但是，电荷既不能产生，也不能消灭，只能从一个地方移到另一个地方。因此，一个孤立系统中电荷的总量是不变的。拿介质的极化来说，不论束缚电荷在介质内部和表面如何分布，整块介质的总束缚电荷必须为零。

二、电荷密度

一般情况下，在一个有限区域内的电荷（不论是自由电荷还是束缚电荷），不一定是均匀分布的。但我们可以把整个区域分割成许许多多小区域（图 1.1.1a）。当每个小区域体积足够小时，在这个小区域内的电荷近似可以认为是均匀分布的。设在空间某点 $\vec{x}$ 处有一小体积元 dV，引入电荷体密度 $\rho(\vec{x})$ 是位置的函数，则 dV 内的电荷 dQ 为

$$dQ = \rho(\vec{x})\,dV \tag{1.1.1}$$

这个式子表明，电荷体密度的物理意义是点 $\vec{x}$ 处单位体积内的电荷。因此，一个有限体积 V 内的总电荷 Q 为

$$Q = \int_V \rho(\vec{x})\,dV \tag{1.1.2}$$

［例 1］　在一个半径为 R 的球内分布着电荷，设以球心为坐标原点建立球坐标系，并已知电荷体密度 $\rho(\vec{r}) = \frac{r}{a}$，a 为一确定常数，求球内总电荷。

解：从已知条件可知电荷在球体内不是均匀分布的，因此必须用积分方法求球内总电荷，所以

$$Q = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \rho(r, \theta, \phi) r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\phi$$

$$= \int_0^R \frac{4\pi r^3}{a} dr = \frac{\pi R^4}{a}$$

然而，有时电荷只是出现在很薄的一层中，导体表面自由电荷或极化介质表面的束缚电荷就属于这种情况。这时，因为面的厚度足够小，可以认为在厚度方向电荷是均匀分布的，于是，只须考虑在面上各处的电荷分布，就用电荷的面密度 $\sigma(\vec{x})$ 来表示，$\vec{x}$ 是面上任意一点的位置(图 1.1.1b)，在图中面积元 dS 中的电荷

图 1.1.1

dQ 为

$$dQ = \sigma(\vec{x}) dS \tag{1.1.3}$$

类似地，当电荷分布在一根很细的线中时，可引入电荷线密度 $\lambda(\vec{x})$，这里的 $\vec{x}$ 是线上任意一点的位置(图 1.1.1c)，$\vec{x}$ 处一段长度元 dl 内的电荷 dQ 为

$$dQ = \lambda(\vec{x}) dl \tag{1.1.4}$$

在实际问题中，有时电荷集中在非常小的范围内，以至可以认为体积 $\Delta V \to 0$，这种极限情况就是点电荷。下面来讨论一下如何描述点电荷的电荷密度。根据定义，当 $\Delta V \to 0$ 时，$\rho = \frac{q}{\Delta V} \to \infty$，即在点电荷所在点，$\rho$ 是无穷大，在其它地方，$\rho = 0$。而另一方面，点电荷的总电荷 q 应是一个有限值。我们总可取一个有限体积 V，

使 V 内只有这个点电荷，那末，电荷密度 ρ对整个体积的积分结果就是 q。可见点电荷的电荷密度应有如下性质:

$$\rho(\vec{x}) = 0 \quad (\text{除了点电荷这一点}) \tag{1.1.5}$$

$$\int_V \rho(\vec{x})\, dV = q \quad (\text{当 V 内包含点电荷}) \tag{1.1.6}$$

设点电荷位于点 $\vec{x}\,'$，利用物理学中很有用的 δ函数，可得点电荷的电荷密度为

$$\rho(\vec{x}) = q\,\delta(\vec{x} - \vec{x}\,') \tag{1.1.7}$$

δ函数的定义是

$$\delta(\vec{x} - \vec{x}\,') = 0 \quad (\vec{x} \neq \vec{x}\,')$$

$$\int_V \delta(\vec{x} - \vec{x}\,')\, dV = 1 \quad (\vec{x}\,' \text{在 V 内})$$

利用这个定义容易证明 (1.1.7) 符合 (1.1.5)、(1.1.6)。它还有一条重要性质:

$$\int_V f(\vec{x})\,\delta(\vec{x} - \vec{x}\,')\, dV = f(\vec{x}\,')$$

其中 $f(\vec{x})$ 为在 $\vec{x}\,'$ 附近连续的任意函数。另外，请大家记住，在矢量运算中有

$$\nabla^2 \frac{1}{r} = -\nabla \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} = -4\pi\delta(\vec{r}) \tag{1.1.8}$$

其中 $\vec{r} = \vec{x} - \vec{x}\,'$，$\hat{r}$ 为 $\vec{r}$ 方向单位矢量

归结起来，按照电荷分布区域的不同形状，电荷元取以下形式之一:

$$\rho dV \text{ 或 } \sigma dS \text{ 或 } \lambda dl \text{ 或 } q \tag{1.1.9}$$

每个电荷元可以当作一个点电荷，不过在求整个区域总效应时，连续分布的情况用积分，分立情况用求和。

图 1.1.2

以上虽然没有写出电荷密度与时间的关系，实际上在一般情况下，电荷分布也是时间的函数。例如充电过程中电容器极板上单位面积电荷随时间增大，只有在稳定分布时，电荷密度才与时间无关。这样，电荷密度应记为 $\rho(\vec{x}, t)$ 等。

三、电流密度

电荷的有规则运动形成了电流。当一根细导线中有电流时，单位时间通过截面的电荷量就是电流强度，用 $\vec{I}$ 来表示。但有的情况下，电荷不是在一根细线中，而是在一定的空间范围内流动。一般来说，在这范围内各处电流分布并不均匀，这时，要引入电流密度 $\vec{J}(\vec{x})$ 来描述。

如果在空间点 $\vec{x}$ 有电流通过，在垂直于流动方向取一小面积元 dS，沿电流方向作一个以 dS 为截面的细管（图 1.1.3a），这个细管就象一根细导线，其中的电流强度为 $d\vec{I}$。由于 dS 足够小，可

图 1.1.3

认为在 dS 中电流分布是均匀的。令

$$d\vec{I} = \vec{J}(\vec{x})\,dS \qquad (1.1.10)$$

$\vec{J}(\vec{x})$ 就是点 $\vec{x}$ 的电流密度，它代表了垂直于电流方向的单位截面中通过的电流。

对于我们选定的一个曲面 S，当面上任一点的电流密度给定后，通过 S 的电流 I 为

$$I = \int_S \vec{J}(\vec{x}) \cdot d\vec{S} \qquad (1.1.11)$$

式中点积是因为要把面积元 $d\vec{S}$ 投影到与 $\vec{J}$ 垂直的方向（图 1.1.4）。

[例 2]　圆柱形中空无限长直导线，内、外圆柱同轴，柱面半径分别为 R_1 和 R_2，已知导体中沿轴向流有稳恒电流，电流密度与离对称轴的距离平方成正比，即

$$\vec{J} = br^2 \hat{e}_{z_0}$$

求导线中总电流。

解：选取柱坐标系，使 z 轴沿圆柱对称轴。由公式（1.1.11）可得

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} br^2 \cdot r\,dr\,d\varphi$$

$$= \frac{\pi b}{2}(R_2^4 - R_1^4)$$

图 1.1.4　　　　　　　　图 1.1.5

以上是电流的体密度。有时电流在很薄的一层内流动，例如高频交流电只在导体表面薄层内通过。这种情况要用电流面密度来表示，也就是把有电流的区域看作一个理想的面，那么，与电

流方向垂直的“截面”就成了一条线。在线上取一长度元 dl（图 1.1.3b），以 dl 为宽，沿电流方向取一细长带，带中的电流强度为 $d\vec{I}$ 令

$$d\vec{I} = \vec{\alpha}(\vec{x})\,dl$$

$\vec{\alpha}(\vec{x})$ 就是面电流密度，它代表通过垂直于电流方向的单位长度中的面电流。

与电荷元表达式（1.1.9）类似，按照分布区域的不同形状，电流元取以下形式之一：

$$I d\vec{l} \text{ 或 } \vec{J}\, dV \text{ 或 } \vec{\alpha} dS \text{ 或 } q\vec{v} \tag{1.1.12}$$

式中 q、$\vec{v}$ 分别是点电荷的电荷和速度。在求整个区域总效应时，连续情况用积分，点电荷情况用求和。

最后要指出，电流密度一般也是时间的函数，只有在稳恒条件下才与时间无关。

四、电荷守恒定律

电荷既不能产生，也不能消灭，只能从一个地方移到另一个地方。因此一个孤立体系的总电荷是不变的，此即电荷守恒定律。

现在我们来考虑一个任意区域 V 内的总电荷。由（1.1.2）知

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

如果 Q 随时间改变，根据电荷守恒定律知道，这个区域一定不是孤立体系，而通过 V 的表面 S 有电流出入。由（1.1.11），流过闭合面 S 的总电流为

$$I = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \tag{1.1.13}$$

对闭合面来说，$d\vec{S}$ 的正方向是向外的，若 $I > 0$，就表示通过 S 面有净电流从 V 内流出，I 便是单位时间流出的总电荷，也就应等于单位时间 V 内电荷的减少量，因此有以下等式

$$\oint_S \vec{J}\,\text{¡¤}d\,\vec{S} = -\int_V \frac{\rho}{t} dV$$

由数学上的高斯定理，把面积分变成体积分

$$\oint_S \vec{J}\,\text{¡¤}d\,\vec{S} = -\int_V \text{¡¤}\vec{J}\ dV$$

可得

$$\int_V \text{¡¤}\vec{J}\ dV = \int_V -\frac{\rho}{t}\ dV \qquad (1.1.14)$$

由于对任意区域 V，(1.1.14) 都成立，就必须有以下等式:

$$\text{¡¤}\vec{J} = -\frac{\rho}{t}$$

或

$$\text{¡¤}\vec{J} + \frac{\rho}{t} = 0 \qquad (1.1.15)$$

这个式子叫连续性方程，它是电荷守恒定律的微分表示形式。

§ 1.2 电磁场的基本实验定律

现在研究由静电、静磁和电磁感应现象总结出的实验定律，并从中概括出一些基本规律。

一、静止电荷激发的电场

设真空中存在一个静止的点电荷 q，当与它距离为 r 处有另一个点电荷 Q 时，Q 将受到一个力 $\vec{F}$ 的作用，库仑定律告诉我们

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^3}\vec{r} \qquad (1.2.1)$$

其中 $\vec{r}$ 是从 q 到 Q 的矢径，ε 是真空介电常数。

假如 Q 受到若干个点电荷 q_1、q_2、…、q_n 的作用力，如图 1.2.1，它们到 Q 的矢径分别是 $\vec{r}_1$、$\vec{r}_2$、…$\vec{r}_n$，则由力的叠加原理，总的力

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$