

第一篇 静力学

静力学的任务：研究物体在力系作用下的平衡规律。

静力学研究的三个基本问题：1. 物体的受力分析；2. 力系的简化；3. 力系的平衡条件及其应用。

静力学部分的学习要求：1. 初步培养从简单的实际问题中认识理论力学问题，并抽象出理论力学模型的能力。2. 能根据题意，恰当地选取研究对象，正确地画出受力图。3. 能正确运用平衡条件求解静力学问题，能相当熟练地求解物体系统的平衡问题。

静力学部分的重点：力和力偶的基本性质；力系的等效与简化；物体的受力分析；力的投影和力矩计算；力系的平衡方程；物体和物体系统的平衡问题求解。

静力学部分的难点：约束和约束反力；力偶的性质；物体系统平衡问题的分析方法；考虑摩擦的平衡问题。

第一讲 静力学的基本理论和受力图

一、理论提要

1. 基本概念

平衡：平衡系指物体相对于固结于地球表面的参考系处于静止或匀速直线运动状态。

刚体：在任何情况下，大小和形状都不改变的物体称为刚体。静力学中研究的物体均指刚体。

力：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变或者使物体发生变形。

力系：作用于物体上的一群力。

2. 基本理论

两力平衡公理

由两力平衡原理可知，两个大小相等，方向相反，作用线相同的力组成最简单的平衡力系。注意最简单的平衡力系与作用与反作用力的区别。

加减平衡力系公理

在已知力系中增加或减去任何平衡力系，不会改变原力系对刚体作用的效应，这是讨论力系等效与简化的依据之一。

平行四边形公理

力的平行四边形法则是力系合成的基础。由此引出的力的三角形法则，是几何法求合力的基础。

作用与反作用定律

该定律是大家熟悉的牛顿第三定律。在分析物体系的受力时，借助于力的这个基本性质，我们能从一个物体的受力分析过渡到与它相邻物体的受力分析。

力的可传性原理

力的可传性说明作用在刚体上的力是滑动矢，但只能在其作用刚体上沿作用线平移，不能移到其他刚体上。

三力平衡汇交定理

三力平衡汇交定理指出已知处于平衡的不平行的三个力，作用线必然汇交于一点，且三力共面。

3. 关于约束和约束反力

约束：阻碍物体运动的限制物。

约束反力：当物体受到约束时，约束对被约束物体的力。

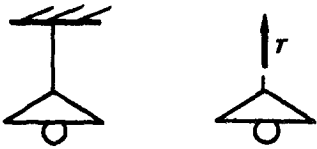
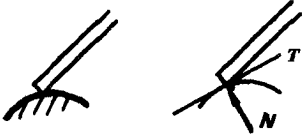
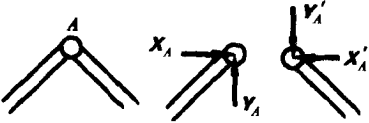
约束反力是一种被动力。关于约束反力，有两个问题待落实：一是约束反力的方向，它应在画受力图时根据约束性质初步确定 不能确定的 由力学方程确定；二是约束反力大小 对静力学问题 由平衡条件确定 对动力学问题 由动力学有关方程确定。

当约束反力的方向仅凭约束性质尚不能确定时，可借助于二力平衡原理和三力平衡汇交定理等简单的刚体平衡条件作出判断。

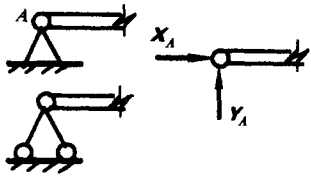
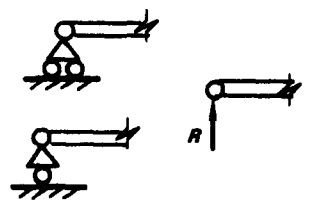
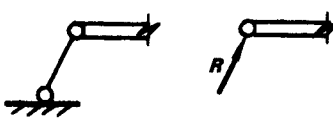
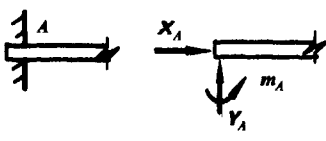
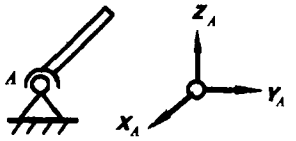
现将常见的几种约束列于表 1-1。

常见约束的约束反力

表 1-1

约束类型	约束图示及反力图示	约束反力方向	
		作用线	指向
柔索		沿柔索	背离物体
光滑接触面		沿公法线	指向物体
光滑圆柱形铰链		不确定	用两个垂直分量表示

续上表

约束类型	约束图示及反力图示	约束反力方向	
		作用线	指向
固定铰支座		不确定	用两个垂直分量表示
滚动铰链支座		沿支承面法线	假定
链杆约束		沿两点连线	假定
固定端		不确定	用两个垂直分量和一个约束力偶表示
球形铰链支座		不确定	用三个垂直分量表示

4. 受力分析和受力图

受力分析 无论是静力学或动力学问题 在求解时 都必须分析物体的受力情况 这个分析过程,称为物体的受力分析。

受力图:在研究对象的轮廓图上画出作用在其上的全部主动力和约束反力的图形,称为受力图。

二、概念答疑

1. 如何准确地理解力的概念?应注意什么问题?

答:力的概念是力学中最基本的概念之一。力是物体间相互的机械作用,其作用效果是使物体的运动状态发生改变,或者使物体发生变形。

理解力的概念应注意下述几点：

(1) 由于力是物体间相互的机械作用，因此可知：①力不能脱离物体而单独存在；②既有力存在，就必定有施力物体和受力物体；③力是成对出现的，既有作用力就必有其反作用力存在。

(2) 力有两种作用效果，即可以使物体的运动状态发生变化，也可以使物体发生变形。前一种效果称为力的外效应；后一种效果称为力的内效应。这两种效应通常是同时发生的，只是有的明显有的不明显罢了。在理论力学中，我们只研究外效应。

2. 两力平衡条件、作用与反作用定律二者有无区别？

答 两力平衡条件、作用与反作用定律 虽然都是两力等值、反向、共线 但是两力平衡条件是两力都作用于同一个刚体上，而作用与反作用定律是两力分别作用于两个相互作用的物体上。

3. 作用于刚体上的三个力汇交于一点且共面，此刚体一定平衡，此话对吗？

答：此话不对。三力平衡汇交定理指出已知处于平衡的不平行的三个力，作用线必汇交于一点且共面。但是，如果已知三个力汇交共面，这个刚体却未必处于平衡。三力平衡汇交定理只是刚体平衡的必要条件而不是充分条件。

4. 说明下面三种情况表示的力的意义：

(1) $P_1 = P_2$;

(2) $P_1 = P_2$;

(3) 力 P_1 与 P_2 等效。

答：(1)表示两力等值、同向。并不涉及力的作用线位置。(2)表示两力等值。并不涉及力的方向和作用线位置。(3)表示两力完全等效 即等值、同向、共线。

5. 给定力 F 和 x 轴 (图 1-1) 试问力 F 沿 x 轴方向的分力大小是否等于 $F \cos \alpha$?

答：力的分解是由平行四边形法则进行的，若不知 y 轴方向，就无法分解出 x 方向的分力。因此，只有 y 轴垂直于 x 轴时， x 方向的分力才等于 $F \cos \alpha$ 。一般情况下，无法得出此结果。

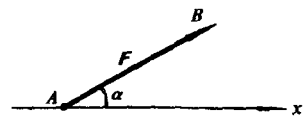


图 1-1

6. 什么叫二力杆？其约束反力的作用线如何确定？图 1-2 中构件不计自重，试指出哪些构件是二力杆？

答：只受两力作用而平衡的构件称为二力杆，二力杆的约束反力作用线在沿二力作用点的连线上。如图 1-2 中 a) 图的 CD 杆、b) 图的 AC 、 BC 杆、d) 图的 BC 杆均为二力杆。

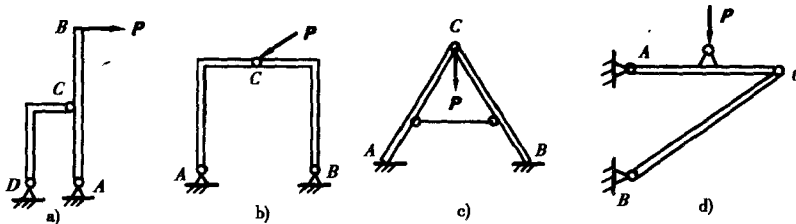


图 1-2

7. 在画受力图时，是否可将力传动或平移？合成或分解？

答：画受力图时，不要应用力的可传性和平移定理，也不要将某些力进行合成和分解。受力图应反映物体原有的受力情况，而不是它的等效力系和简化结果。若需将原有力系简化或变换为与其等效的另一力系，则应在受力图外另画一图表示之，以资对比。

8. 若集中力作用在物体系的铰链处，画分离体的受力图时，如何处理该集中力？

答：在某些力学简图中，有时会遇到力作用点不很明确的情况。例如图 1-3 中作用于 C 铰处的集中力 P 就是这样。这时，在取分离体画受力图时，应斟酌问题的性质适当处理。例如在求 A 、 B 处反力时将 P 看成是作用在 BC 的 C 端或 AC 的 C 端，其计算结果都相同。但若要求 C 铰处的相互作用力，这两种假设会得出不同的计算结果。此时，只有根据实际结构中力 P 的作用情况来修改简图，否则无法求解。

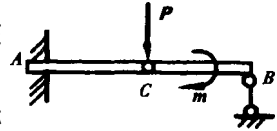


图 1-3

9. 为什么画受力图时只画外力，而不画内力？

答 分离体内部相互作用的内力 (包括内约束反力) 总是成对出现，两者等值、反向、共线，作用在同一分离体上，因而不会影响该分离体的平衡。故无必要画出。

10. 画受力图的基本步骤是什么？

答 具体步骤是：

(1) 按照分析计算问题的需要选取研究对象即分离体，画出它的形状简图。

(2) 根据给定条件，画出该分离体所受的全部主动力。但要注意的是这些主动力的受力体一定是该研究对象，千万不能将其他受力体的力“传”到该研究对象上来。

(3) 在研究对象上解除约束的地方，逐一画出约束反力。约束反力的方向、指向、有几个分量等，一定要根据约束的类型来画，切不可凭主观想象。如果根据约束性质，仅能判断约束反力的方向，而指向尚不能确定的，可先假设指向，后由力学方程确定实际指向。

(4) 受力图上各力的名称及其作用点，均应以适当的文字符号来表示。

(5) 在某些情况下，可以利用三力平衡汇交定理、二力平衡条件、力偶只能由力偶平衡等确定某些约束反力的方向。

(6) 受力图上一律只画研究对象的外力，不画内力。同一系统各研究对象的受力图必须整体与局部一致，相互协调，不能自相矛盾。涉及到作用与反作用力的受力图，作用力与反作用力应共线、反向，标注符号应协调。

三、例题示范

1. 试画出图 1-4a) 所示 AB 半拱的受力图，已知拱处于平衡。

解：(1) 选择 AB 半拱为研究对象，单独画出其分离体图如图 1-4b)。去掉固定铰支座 A 和光滑铰链 B 的约束。

(2) 画上主动力 P 。

(3) BC 半拱虽不是直杆，却是二力构件，故 B 处约束反力沿 BC 连线，注以符号 R_{BC} ； A 处为固定铰链支座，一般情况下，按约束性质反力方向不能确定，用两个垂直分量 X_A 和 Y_A 表示，如图 1-4b) 所示。但此题因为拱平衡， A 处反力作用线可根据三力平衡汇交定理确定，既 P 与 R_{BC} 作用线交于 D 点，则 R_A 的作用线必通过 AD 连线，如图 1-4c) 所示。

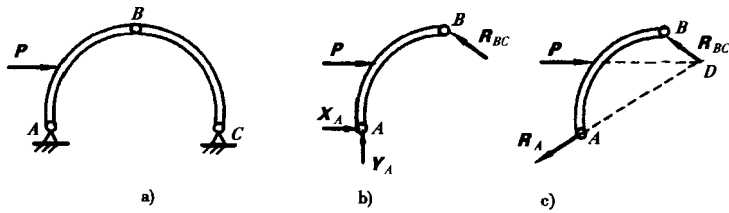


图 1-4

2. 图 1-5 所示吊架 ABC 由两杆用铰链 C 连接而成 在销钉 C 上挂重为 W 的物体。在计自重和不计自重的情况下作 AC 杆 (不包括销钉) 和销钉受力图。吊架是平衡的。

解 :1)考虑杆件自重

(1) 选择 AC 杆为研究对象, 单独画出其分离体图, 如图 1-6 的 a) 和 b)。

(2) 由于杆件自重要计 故 A 、 C 处约束反力方向不能确定, 用两互相垂直的分力表示。图 1-6a) 表示不带销钉时 AC 杆的受力图 其中 X_{C1} 和 Y_{C1} 表示销钉对 AC 杆的约束反力 图 b) 表示 AC 杆带销钉时的受力图 其中 X_{C2} 、 Y_{C2} 表示 BC 杆对 AC 杆上销钉的约束反力 图 c) 是销钉的受力图 X'_{C1} 、 Y'_{C1} 和 X_{C2} 、 Y_{C2} 分别表示 AC 杆和 BC 杆对销钉的反作用力。

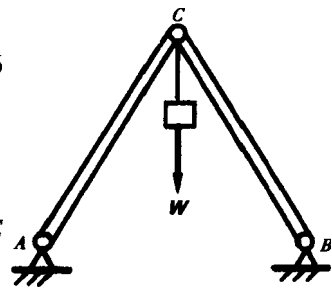


图 1-5

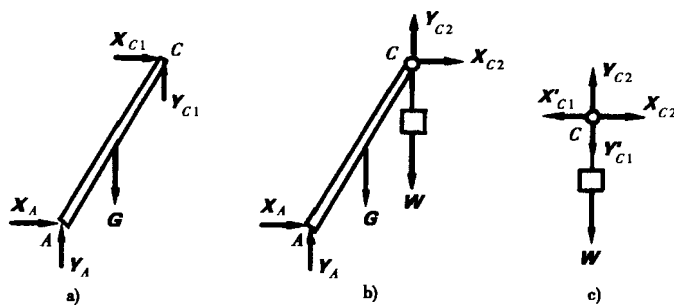


图 1-6

2) 不计自重的情况

(1) 选择 AC 杆为研究对象, 单独画出如图 1-7a) 和 b) 的分离体图。

(2) 由于 AC 杆自重不计, 重物又作用于销钉 C 上, 因此, AC 和 BC 均为二力杆, 所以 A 、 B 、 C 处的约束反力方向均可确定。图 a) 表示不带销钉时 AC 杆的受力图, A 铰的约束反力 R_A 的作用线沿 A 、 C 受力点的连线, R_{CA} 表示 BC 杆通过销钉作用在 AC 杆上 C 点的作用力, 作用线也沿 AC 两点连线。图 b) 表示 AC 杆带销钉 C 时的受力图。 A 处的约束反力与图 a) 相同, 销钉 C 除受到重物的重力 W 外, 还受到 BC 杆对销钉 C 的作用力 R_{CB} , 因为 BC 杆为二力杆, 所以 BC 杆对销钉 C 的作用力 R_{CB} 的方向沿 B 、 C 两受力点的连线方向。c) 图为销钉受力图,

R'_{CA} 和 R_{CB} 分别表示 AC 杆和 BC 杆对销钉 C 的反作用力。

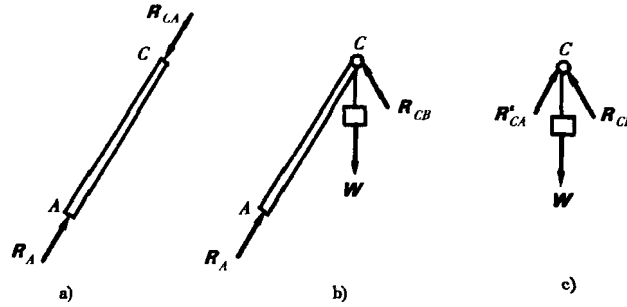


图 1-7

3. 图 1-8表示一组合结构 各构件自重不计 作各部分构件的受力图。

解:(1)分别选择 AC 、 CD 、 DB 为研究对象,单独画出其分离体图,如图 1-9的 a)、b)、c)图。

(2)c)图为 DB 构件的受力图。因为自重不计,力 P 作用在 D 铰上, D 铰视为带在 CD 构件上,因此 DB 构件为二力杆, D 、 B 铰处的约束反力沿 D 、 B 受力点的连线方向,两反力用 R_B 和 R_{DB} 表示。

b)图为 CD 构件的受力图。 D 处带有销钉,因此力 P 作用在该处, R'_{DB} 是构件 DB 作用在销钉上的反作用力,与 R_{DB} 等值、反向。假设 C 处的销钉也带在 CD 构件上, AC 构件对销钉的作用力方向不能确定,用两垂直分量 X_C 、 Y_C 表示。分布荷载 q 画在 CD 构件的相应位置上。

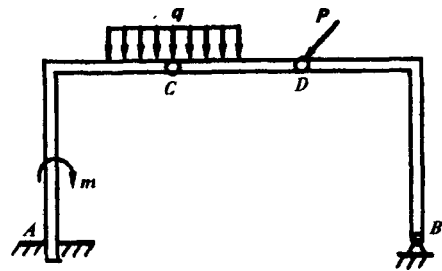


图 1-8

a)图为构件 AC 的受力图。由于 A 端为固定端约束,反力有三个,即 X_A 、 Y_A 、 m_A 。其中 m_A 为反力偶矩,千万不要与图上的主动力偶矩 m 混淆。另外,虽然 AC 构件与 DB 构件外形相同,但受力情况不一样,不能将 AC 视为二力杆,错误地将 A 处的受力画成沿 A 、 C 连线方

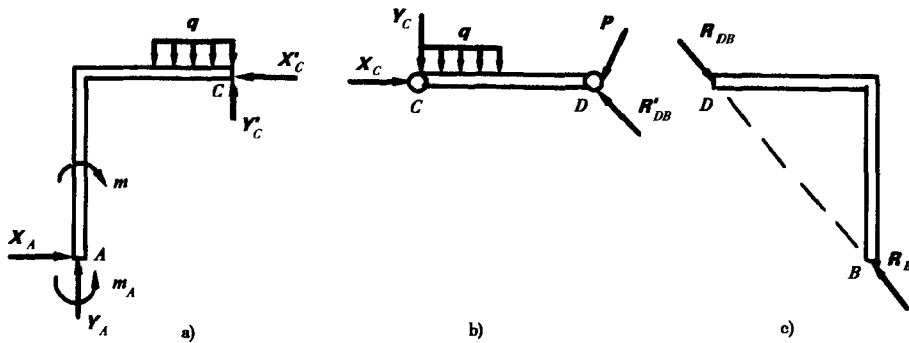


图 1-9

向。 X'_C 、 Y'_C 是 CD 构件通过销钉对 AC 构件的反作用力。

4. 画出图 1-10 所示支架的整体和各部分受力图。

解:(1)分别以 DF 、 AB 、 AC 为研究对象 单独画出其分离体图 如图 1-11a)、b)、c) 所示。

(2)b) 图为 DF 杆的受力图。 DF 杆上作用有三个力:主动力 P 方向已知, E 处为光滑面接触约束,其约束反力 N_E 应与接触面(滑槽)垂直,方向为已知。因此 D 铰处的反力有两种画法,一种如图 b) 所示 将 D 铰的反力视为方向不能确定,用两垂直分力 X_D 和 Y_D 表示;另一种画法是利用三力平衡汇交定理,通过力 P 和 N_E 寻找三力的汇交点, D 处的反力必通过汇交点,从而确定 R_D 的方向。

a) 图为 AB 杆的受力图。由于 AB 杆上 A 和 B 铰的反力方向无法确定,因此将 A 、 B 、 C 三处的反力均按一般表示法 通过垂直的两分力 来表示 其中 D 处的反力应与 DF 杆上的 D 处反力互为作用与反作用力。

c) 图为 AC 杆的受力图。 N'_E 与 DF 杆上的 N_E 互为作用与反作用力, X'_A 、 Y'_A 与 AB 杆上的 X_A 、 Y_A 互为作用与反作用力, C 铰处的反力画成两垂直分力 X_C 、 Y_C 表示。

整体受力图画在图 1-10 上。注意整体受力图与各部分受力图应协调(C 处反力应与 AC 杆上的 C 处反力一致, B 处反力应与 AB 杆上的 B 处反力一致),内力不出现在整体受力图上。

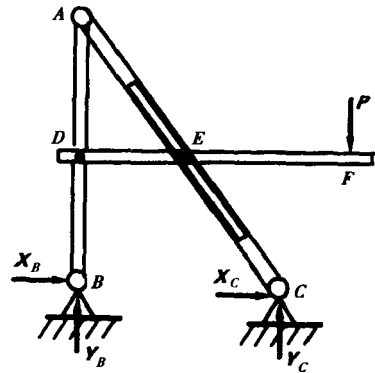


图 1-10

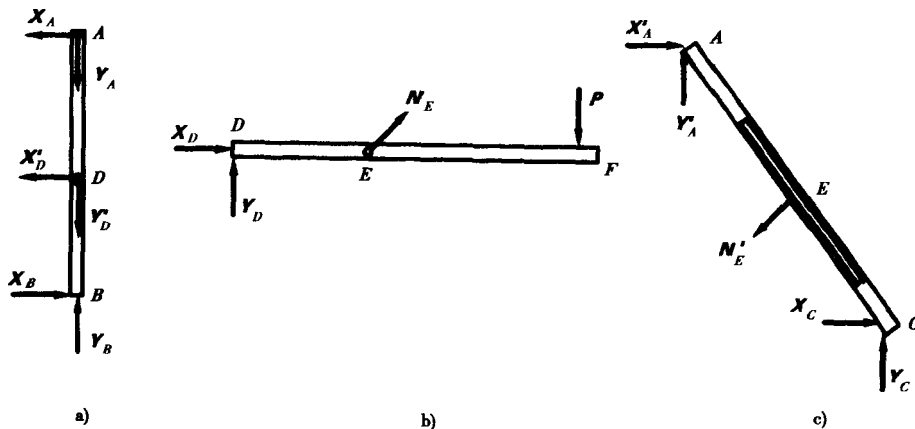


图 1-11

四、常见错误剖析

正确无误的受力图是力学计算的先决条件。但是,由于初学者概念模糊和粗心大意,使得受力图中出现了不少错误。现举数例剖析如下:

1. 主观想象，任意猜测约束反力方向。

例如图 1-12 所示两结构简图，在画受力图时，错误地根据主动力方向确定约束反力方向，从而画出如图 1-13a) 所示的错误的受力图。正确的受力图应根据约束性质确定两结构约束处的约束反力方向，例如图 1-13b) 所示。 AB 杆的 A 端为固定铰支座，反力用两垂直分力表示， B 处为光滑接触，反力方向沿接触面公法线。构架 ABC 的 A 、 B 处的反力均应用两垂直分力表示。

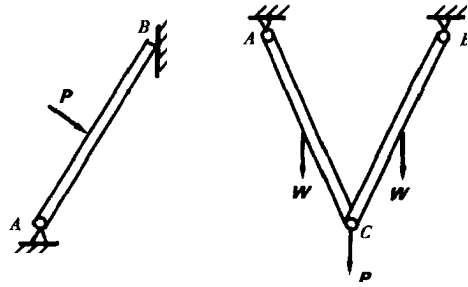


图 1-11

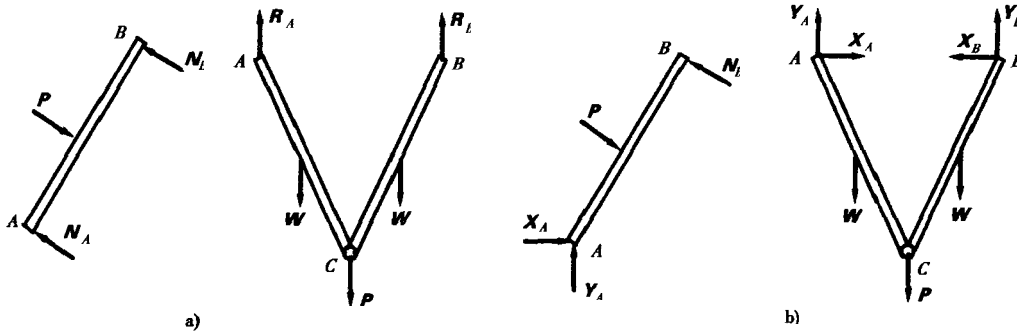


图 1-12

2. 不正确地应用力的可传性原理。

例如在画图 1-14a) 中 AB 杆的受力图时，错误地把圆柱体的重力 P 沿其作用线‘传’到 AB 杆上，从而画出像 b) 图那样的受力图。必须注意，某一物体上所受的主动动力，只能通过它与另一物体相联系的约束的具体形式，来影响另一物体的受力情况。例如本例中，圆柱体只能通过和 AB 杆在 D 点处的光滑表面接触，施加一与接触面垂直的力于 AB 杆（如图 c) 所示）。绝不能

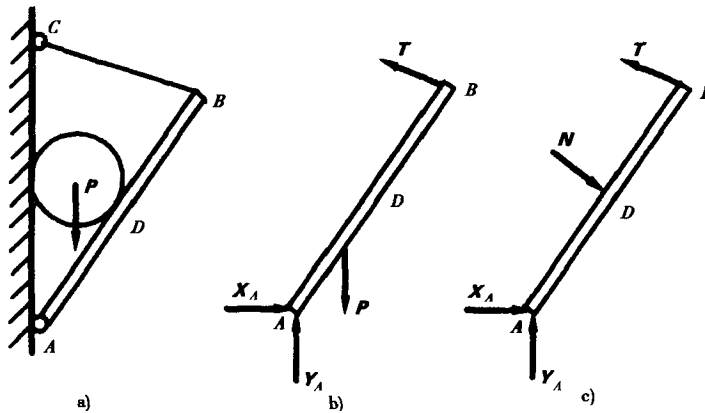


图 1-14

利用力的可传性将某一物体上所受的力直接“传”到另一物体上去。

3. 不能正确地判定杆件端点铰链约束反力的方向。

对于非二力杆，也误认为杆端的约束反力是沿杆的中心线方向。例如图 1-15 中的 C、D

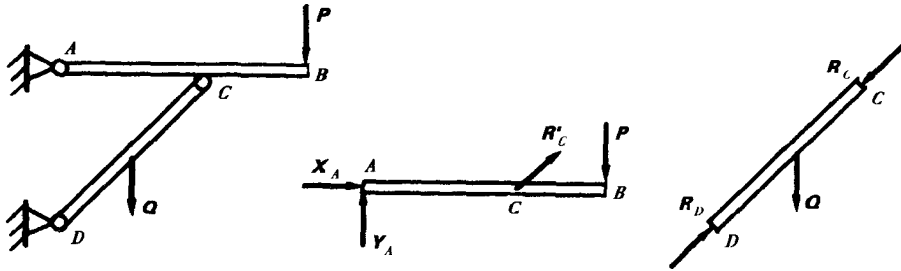


图 1-15

处的约束反力是错误的，其原因是把 CD 杆误以为二力杆。又如图 1-16 中 A、B、C 处的约束反力也都是错误的，因为它把这些约束反力都画成了沿该处杆的中心线方向。很显然，在这样的受力情况下 这些构件根本就不可能平衡。因此 必须注意 只有杆为二力杆时 其两端铰链的约束反力才在两铰的中心连线上。否则，铰链约束的反力只能用两垂直分力表示，或者构件受三力作用而平衡，可用三力平衡汇交定理确定某些铰链的约束反力方向。

4. 不能正确使用作用与反作用定律。

作用与反作用定律是物体系受力分析的基础，若受力图中作用力与反作用力关系不对，就会造成计算错误。例如图 1-17 中，AC 和 CD 杆之间的作用力与反作用力关系就不对。正确的画法是 Y_C 、 Y'_C 的方向应该相反。

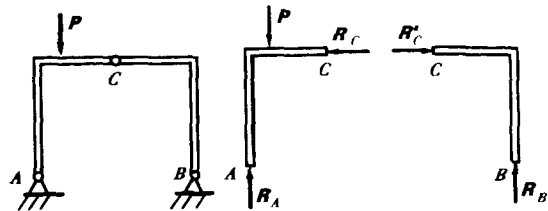


图 1-16

5. 对所取的研究对象的范围不明确 画出了某些不必画出的内力 甚至内力也不成对出现。

例如图 1-18 所示。这个受力图无法辨认是整体受力图还是哪一部分的受力图。如果是整体受力图 则 C 铰处的约束反力 X_C 、 Y_C 与 X'_C 、 Y'_C 是内约束反力 不必画出。D 处的绳子的拉力 T 和 E 铰处的约束反力 X_E 、 Y_E 也不应画出。而且 作为系统的内力 本应成对出现 但图中 T、 X_E 、 Y_E 都只有作用力而无反作用力。这样画的结果，等于改变了原系统的受力情况，如果用它来进行分析计算，必将导致错误的结果，一定要注意避免。

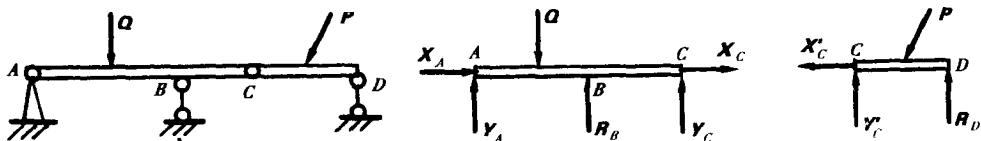


图 1-17

6. 认为某些力与计算无关而不把它们在受力图中画出。

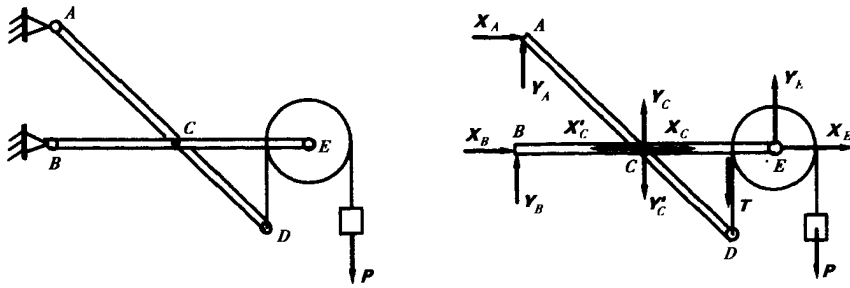


图 1-18

这样的受力图是错误的。如图 1-19 所示结构，在画 AC 杆的受力图时，认为在列平衡方程时选 B 为矩心，B 处的约束反力与计算无关，因而就不画 B 处反力，造成漏画力的错误。

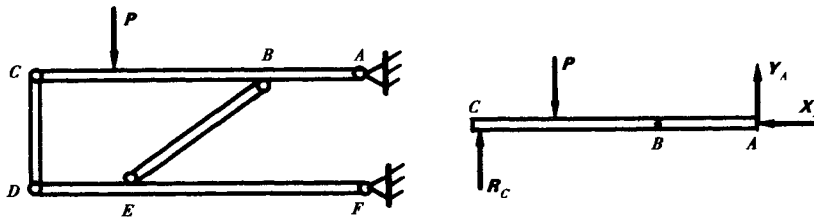


图 1-19

除了上面的一些主要错误外，还有一些常见的一些小错误。例如，遗漏了某些主动力或约束反力，未标明力作用点的名称或力的名称，力的等效替换关系不对等等。因此，在学习力学时，首先要严格按照规定画受力图。一定不能画错力、画漏力及多画力。

五、练习

[练习 1] 作图 1-20a)、b) 所示结构的整体及各部分的受力图。不计自重和摩擦。

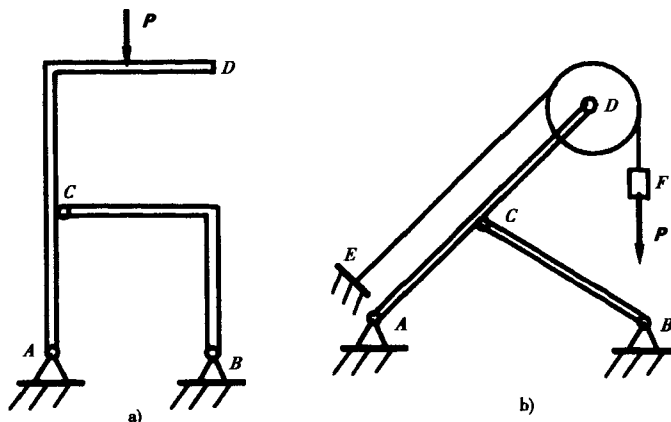


图 1-20

[练习 2] 作图 1-21a)、b)所示结构的整体及各部分的受力图。不计自重和摩擦。

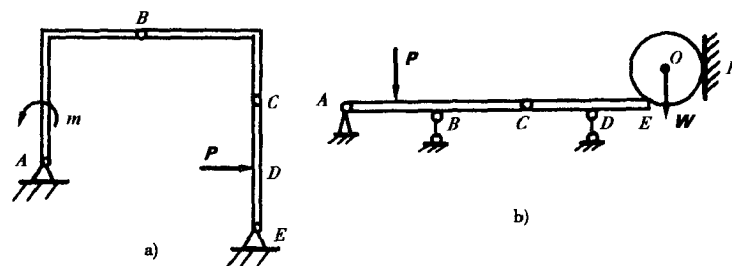


图 1-21

[练习 3] 作图 1-22a)、b)所示结构的整体及各部分的受力图。不计自重和摩擦。

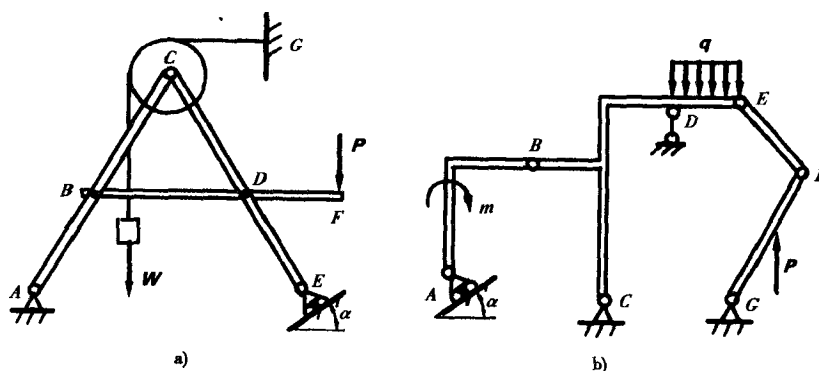


图 1-22

第二讲 平面力系的简化和平衡

一、理论提要

1. 平面汇交力系的合成和平衡

(1) 平面汇交力系的合成和平衡的几何法

几何法又称为力多边形法。

力多边形：平面汇交力系的各力首尾相接而形成的多边形称为力多边形。

合成结果：平面汇交力系合成为一合力，合力 $R = \sum F_i$ ，合力 R 通过汇交点，其力矢由力多边形的封闭边决定。

平衡的几何条件：力多边形自行封闭。

(2) 平面汇交力系合成和平衡的解析法

解析法又称为力的投影法。

合力投影定理：合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。

合成结果：平面汇交力系合成为一合力，用一矢量解析式表示

$$R = R_x i + R_y j$$

其中

$$R_x = \sum X_i$$

$$R_y = \sum Y_i$$

平衡的解析条件：力系中各力在 x, y 轴中每一轴上投影之代数和均等于零。即

$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

2. 平面力偶系的合成和平衡

力和力偶：力和力偶是物体间相互机械作用的两种最基本的形式。力能使物体移动和转动，而力偶只能使物体转动。

力矩和力偶矩：力矩是力使物体转动效应的度量。力偶矩是力偶使物体转动效应的度量。

(1) 平面力偶系的合成

合成结果：平面力偶系可以合成一个合力偶，合力偶矩等于各个力偶矩的代数和，即

$$M = \sum m_i$$

(2) 平面力偶系的平衡

平衡条件：所有力偶矩的代数和等于零，即

$$\sum m_i = 0$$

3. 平面一般力系的简化和平衡

(1) 力的平移定理

作用在刚体上的力可以向刚体上任一点平移，而不改变对刚体的作用。但必须附加一个力偶，附加力偶的矩等于原力对新作用点之矩。

力的平移定理是力系向一点简化的理论基础，它只适用于刚体。一个力平移到作用线以外，它与原力是不等效的，必须附加一力偶矩等于原力对新作用点之矩的力偶，才能与原力等效。

(2) 平面一般力系的简化

利用力的平移定理可将平面一般力系先向作用面内一点简化为一平面汇交力系和平面力偶系，再进一步简化为作用于简化中心的一个力和一个力偶。

这个力的力矢等于力系诸力的矢量和， \mathbf{R}' 称为力系的主矢。

$$\mathbf{R}' = \sum \mathbf{F}_i$$

这个力偶的力偶矩等于诸力对简化中心之矩的代数和

$$M'_O = \sum m_O(\mathbf{F}_i)$$

M'_O 称为力系对简化中心的主矩。

主矢、主矩的解析计算

主矢

$$R' = \sqrt{R'_x{}^2 + R'_y{}^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R'_x}{R'}, \cos\beta = \frac{R'_y}{R'}$$

主矩

$$M'_O = \sum m_O(\mathbf{F}_i)$$

平面一般力系简化结果的讨论列于表 2-1。

平面一般力系简化结果一览表

表 2

条 件	最 终 结 果	说 明
$R' = 0, M'_O \neq 0$	力 偶	与简化中心位置无关
$R' \neq 0, M'_O = 0$	合 力	合力作用线通过简化中心
$R' \neq 0, M'_O \neq 0$		合力作用过另一点 A, $OA = \left \frac{M'_O}{R'} \right $
$R' = 0, M'_O = 0$	平 衡	力系为平衡力系。

(3) 合力矩定理

合力对某一点之矩等于诸分力对同一点之矩的代数和，即

$$M_O(\mathbf{R}) = \sum m_O(\mathbf{F}_i)$$

(4) 平面一般力系的平衡

平面一般力系平衡的必要和充分条件是：主矢和主矩都等于零。

平面一般力系的平衡方程：

基本形式

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum m_O(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

二矩式 (A 、 B 两点的连线不能与 x 轴垂直)

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 \\ \sum m_A(\mathbf{F}_i) = 0 \\ \sum m_B(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

三矩式 (A 、 B 、 C 三点不共线)

$$\begin{cases} \sum m_A(\mathbf{F}_i) = 0 \\ \sum m_B(\mathbf{F}_i) = 0 \\ \sum m_C(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

(5) 几种平面特殊力系平衡方程的不同形式

平面平行力系

基本形式 (y 轴不与诸力垂直)

$$\begin{cases} \sum Y_i = 0 \\ \sum m_O(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

二矩式 (A 、 B 两点的连线不能与诸力平行)

$$\begin{cases} \sum m_A(\mathbf{F}_i) = 0 \\ \sum m_B(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

平面汇交力系

基本形式

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \end{cases}$$

一矩式 (汇交点 O 与矩心 A 的连线不能与 x 轴垂直)

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 \\ \sum m_A(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

二矩式 (汇交点 O 与矩心 A 、 B 三点不共线)

$$\begin{cases} \sum m_A(\mathbf{F}_i) = 0 \\ \sum m_B(\mathbf{F}_i) = 0 \end{cases}$$

平面力偶系

$$\sum m_i = 0$$

(6) 物体系的平衡

物体系：由若干物体通过一定的联接形式组成的系统称为物体系。

静定问题：当未知量的数目少于或等于独立平衡方程数目时，用刚体的平衡条件就可以得到全部未知量的解，这一类平衡问题称为静定问题。

静不定问题：若未知量数目多于相应的独立的平衡方程时，则仅用刚体平衡条件不能求得全部未知量的解，这类问题称为静不定问题。

未知量是包括约束反力未知量、平衡位置的参数未知量、维持平衡的主动力之间的关系未知量等。各种力系的独立平衡方程数目列于表 2-2。

各种力系的独立平衡方程数目表 2-2

力系	平面一般力系	平面平行力系	平面汇交力系	平面力偶系
独立方程数	3	2	2	1

(7) 平面桁架

平面桁架：杆件轴线都位于同一平面内的桁架为平面桁架。

平面桁架的受力特点：桁架所受的外力都作用在节点处，各杆自重不计。故各杆均为二力杆，杆件内力只含轴向分量。

零杆：在一定荷载作用下，内力为零的杆件称为零杆。由于桁架作了三点假设，零杆并不是真的内力为零，也不是多余的杆件。零杆可由平衡方程求出，简单的情况，也可事先判断。

计算桁架内力的方法：节点法和截面法。通过节点法可以求出所有杆件的内力，截面法常用来求指定杆件的内力，单纯用节点法或截面法都有困难时，可联合应用两种方法。

二、概念答疑

1. 力在两坐标轴上的投影和力沿两坐标轴的分解有何区别？在什么情况下力的投影与分力大小相等？

答：力的投影是代数量 而分力是矢量 两者意义不同 当两坐标轴互成任意角度时 如图 2-1a 所示 力 F 在两坐标轴的投影为 X 和 Y 而力 F 沿两坐标轴的分力为 F_x 和 F_y 从中可见，分力和投影大小并不相等。

当两坐标轴彼此正交时 如图 2-1b 所示 力 F 在两坐标轴上的投影与沿两个坐标轴分力大小相等。

2. 用解析法求平面汇交力系的合力时，若选用不同的直角坐标系，所得的合力是否相同？

答：是相同的。所谓合力，就是对物体的作用效果与一力系完全相同的一个力。如果选不同的直角坐标系，力系的合力就不同，则等于说同一力系与不同的力可以等效，这是不可能的。

3. 平面汇交力系的平衡方程除了基本形式 $\sum X_i = 0, \sum Y_i = 0$ 外，还有没有其他形式？

答：平面汇交力系的平衡方程除了基本形式 $\sum X_i = 0, \sum Y_i = 0$ 外，还有一矩式 $\sum X_i = 0, \sum m_A(F_i) = 0$ ；二矩式 $\sum m_A(F_i) = 0, \sum m_B(F_i) = 0$ 。不过，力矩式有限制条件。比如，一矩式

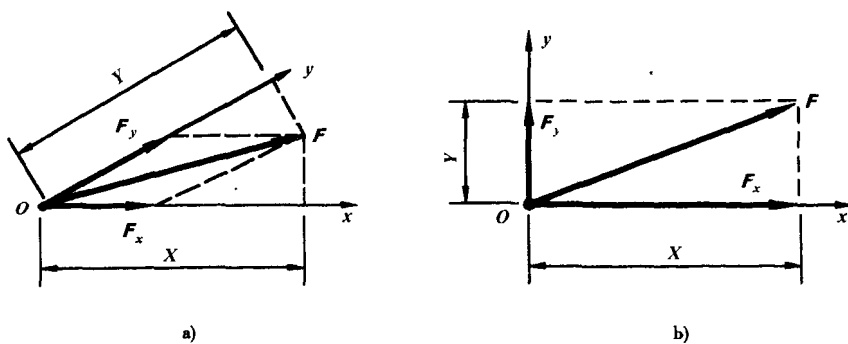


图 2

的限制条件是矩心 A 与汇交点 O 的连线不能与 x 轴垂直。为什么要此限制条件？下面进行充分性说明。

如果平面汇交力系满足 $\sum m_A(F_i) = 0$ ，那么要是力系有合力，合力就一定要通过汇交点与 A 的连线。

现有 x 轴与 OA 连线不垂直 如图 2-2 所示。而如果力系还满足 $\sum X_i = 0$ 那么这个合力在 x 轴上投影为零，也就是说这个合力等于零 力系一定平衡。

4. 平面汇交力系的汇交点为 A 且满足方程 $\sum m_B(F_i) = 0$ (B 为平面上另一点) 若此力系不平衡 则简化结果是什么？

答：一平面汇交力系若不平衡，必定可简化为一合力。又因 $\sum m_B(F_i) = 0$ 且 A 为汇交点 所以该合力必定沿 A 、 B 两点连线。

5. 力偶的主要性质是什么？力偶的合力等于零这种说法对吗？

答：力偶是物体间相互机械作用的基本形式之一。力偶主要性质是力偶无合力，即力偶不能与单个力等效，也不能与单个力平衡。只要保持力偶的转向和力偶矩的大小不变，力偶可以在其作用面内或平行平面内移转，或改变力和力偶臂的大小，而不改变它对刚体作用的效应。根据这个性质，力偶矩中的力和力偶臂的具体数值无关紧要，故力偶可画成一弧形箭头。

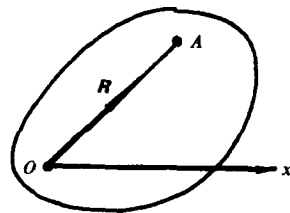


图 2-2

“力偶的合力等于零”的说法是错误的。如果说力偶的合力等于零，则说明力偶对物体的作用效果为零。事实上，力偶能使物体产生转动，因此作用效果并不为零。

6. 图 2-3a) 的圆轮在力 F 和矩为 m 的力偶作用下保持平衡。这与力偶不能与一力平衡的性质是否矛盾？

答：并不矛盾。因为圆盘平衡并不是力 F 与力偶矩 m 的平衡，而是力偶 (F 、 R_O) 与矩为 m 的力偶平衡。说此圆轮是力与力偶平衡，主要原因是漏掉了支座反力 R_O 的作用。

7. 试比较力对点之矩和力偶矩有何异同？

答：相同的是，力对点之矩与力偶矩都是转动效应的度量。二者的单位及正负号规定均相同。

不同的是，力对点之矩与矩心有关。除产生转动效应外，还产生沿作用力方向的移动效