

# 第一篇 静力学

## 一、目的要求

### 1. 教学目的

静力学的教学主要是为分析和解决工程实际中的物体平衡问题提供理论和方法，同时也研究力系的简化以及为动力学的教学打基础。

### 2. 具体要求

1) 学会从简单的工程实际问题中提出理论力学问题，并抽象成理论力学模型。

2) 能从简单的问题以及简单的物体系统中恰当地选取研究对象（分离体），并能正确地画出其受力图。

3) 对力和力偶的性质及其作用效果有清晰的理解，并能熟练地进行力和力偶的投影和取矩计算。

4) 能熟练地运用平面力系的平衡方程求解简单的物体系统平衡问题（包括考虑摩擦的情况）。

## 二、重点与难点

### 1. 重点

力、刚体、平衡、约束、等效、力矩、力偶、力偶矩、滑动摩擦力和最大摩擦力的概念；静力学公理，力系的简化，力系的平衡条件和平衡方程；物体的受力图；力和力偶的投影与取矩计算，物体和简单物体系统平衡问题（包括考虑摩擦的情况）的解法。

### 2. 难点

约束和约束反力；简单物体系统的平衡问题；考虑摩擦的平衡问题；摩擦角及自锁的概念。

# 第一章 静力学公理和物体的受力分析

## 一、目的要求

### 1. 教学目的

为静力学建立理论基础和提供物体受力分析的方法。

### 2. 具体要求

1) 深入理解静力学中三个最基本的概念：力、刚体、平衡以及约束、等效等重要概念。

2) 静力学公理是静力学的理论基础，要正确理解它们的内容，明确它们的意义。

3) 要掌握各类约束的构造及其约束反力的确定。

4) 要熟练掌握单个物体的受力图画法（包括物体系统中单个物体的受力图画法）。

## 二、重点与难点

### 1. 重点

力、刚体、平衡和约束等概念；静力学公理；柔性约束、光滑接触约束、铰链约束、辊轴约束的约束反力的特点；单个物体受力图的画法。

### 2. 难点

约束的概念，特别是铰链约束反力的画法；物体系统与物体系统中单个物体的受力图画法。

## 三、教材分析

### 1. 基本概念

本章的基本概念较多，它们是力、刚体、平衡、约束、约束反力、主动力、力系、等效、合力、平衡力系、内力、外力等，其中最基本的是力、刚体、平衡三个概念，而约束和等效则是两个重要概念。

对于力的概念，应注意在“力是物体间相互的（机械）作用，其结果使物体的机械运动状态发生改变（外效应）和使物体

产生变形（内效应）”这句话中，前半句话说明力的本质，而后半句话说明力的效应。同时从这句话中知道力是成对出现的，而且力不能脱离物体而产生和存在。需强调理论力学仅仅研究力的外效应，从这一点出发，可以把力和刚体两个概念联系起来。

刚体是一个经过抽象化后的理想的力学模型。说它抽象是说它忽略了力对物体作用的内效应这个次要方面，抓住了力对物体作用的外效应这个主要方面。说它理想是说它忽略了内效应对外效应的甚小影响，使得理论力学仅对力的外效应进行研究，大为简便。因此刚体这个概念的建立不仅是必要的也是可行的，而且是在一定范围内适用的。

平衡指物体相对于地面处于静止或作匀速直线移动，它表明的是物体的一种特殊的机械运动状态，物体平衡时，作用于物体上的力系一定是平衡力系。

## 2. 基本理论

本章的基本理论是静力学四个公理及其两个推论。

静力学四个公理及其两个推论，总的来说，反映了力的基本性质，提供了力系简化的依据和手段，是整个静力学的理论基础。二力平衡公理给出了最简力系平衡的充分、必要条件，是研究力系平衡的基础；加减平衡力系公理提供了力系简化的最简单手段，是力系简化的基础；力的平行四边形公理给出了二相交力的合成方法，表明合力与其二分力间的向量关系，是力系合成与分解的基础；作用力与反作用力公理给出了物间相互作用力所服从的规律，是研究物体系统中物体受力的基础。

## 3. 基本技能

本章基本技能是各类约束反力的分析以及物体受力图的画法。

本章介绍了四种典型约束及其约束反力，按照约束反力的方向（由方位和指向构成）来看分三类：

光滑接触约束与柔性约束的约束反力方向已知；辊轴约束的约束反力方位已知，指向未知；铰链约束的约束反力一般为方向

未知。显然铰链约束反力的分析是难点，分析铰链约束反力可以按照特殊与一般进行。在特殊情况下，铰链约束反力的方位是可以确定的，它的基本情况是：二力构件、三力（其中二力的作用线已知）平衡构件中的铰链约束反力；在一般情况下，铰链约束反力的方位与指向均未知，可以采用两个正交分力来表示，其方位与指向均假定。

物体的受力图是对物体进行受力分析的主要内容，而分析和确定物体所受的各类约束反力又是画受力图的主要内容。

#### 4. 教材内容的补充与说明

关于静力学公理还可以补充一个公理——硬化公理，其内容是“如果变形体处于平衡，可将其硬化为刚体，它的平衡状态不变”。如图 1-1 中所示一段绳索在大小相等、方向相反的二拉力

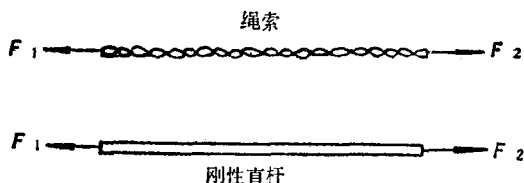


图 1-1

$F_1$ 、 $F_2$ 作用下平衡，如将绳索硬化成一刚性直杆，这二力必满足二力平衡条件。此公理说明变形体（如在静力学中遇到的绳索、皮带，机构类的物体系统）平衡时，作用于其上的力系必须满足把变形体硬化为刚体后的刚体的平衡条件。这样就能把刚体的平衡条件应用到变形体的平衡中去。但应指出，刚体的平衡条件对于变形体而言只是必要的，而不是充分的。仍看图 1-1，刚性直杆受大小相等、方向相反的二压力也能平衡，而绳索则不能。虽然如此，硬化公理也建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的关系，它扩大了刚体静力学的应用范围，这在弹性体静力学、流体静力学中具有重要的意义。

这里对连接三个物体的锁钉的受力分析作一补充。虽然这部分内容不作为教学的基本要求，但它的分析方法应使学生明确和

理解。

连接三个或三个以上物体的锁钉不同于连接两个物体的锁钉，画受力图时必须考虑所选取的研究对象是否包括锁钉，因为包括与不包括锁钉，将画出不同的受力图。下面结合例子加以说明。

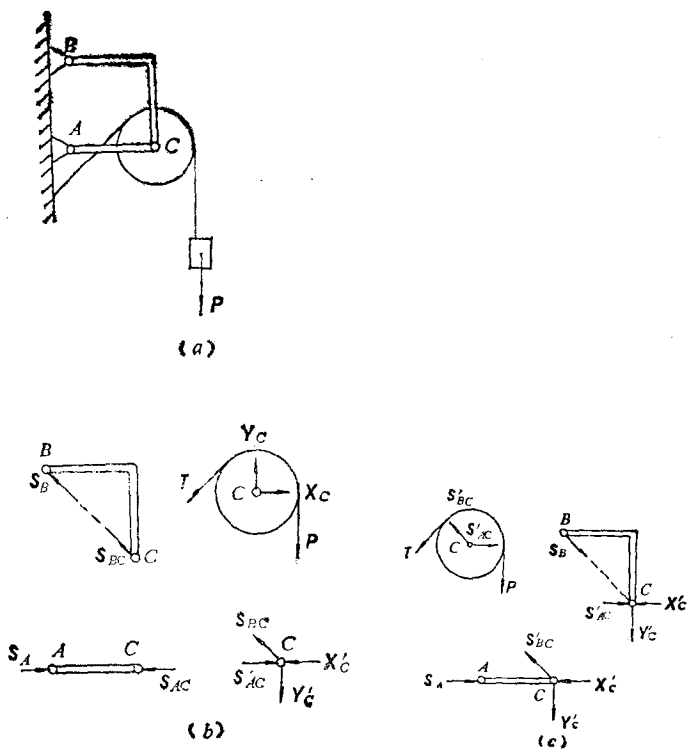


图 1-2

图1-2 (a) 表明在铅垂平面内的一物体系统，仅计工件的重力  $P$ 。可看出锁钉  $C$  连接了三个物体：二力杆  $AC$ 、二力构件  $BC$  和定滑轮。先分别画它们的受力图，如图1-2 (b)，再分别画出它们包括锁钉  $C$  的受力图，如图1-2 (c)，图中各力满足

$$S_B = -S_{BC}, \quad S_{BC} = -S'_{BC}; \quad X_C = -X'_C,$$

$$Y_C = -Y'_C; \quad S_A = -S_{AC}, \quad S_{AC} = -S'_{AC}$$

可以看出，物体与连接它们的锁钉是否作为一个研究对象来选取，其受力图是不相同的，因此，画受力图时对于由锁钉连接两个以上物体的铰链约束要考虑锁钉的选取。

#### 四、对教学方法的建议

本章约束的讲述应结合模型教具进行，特别是铰链约束和辊轴约束。另外关于各类约束反力的分析和物体的受力图内容比较多，也是难点。在教学安排上可将难点分散并反复练习以逐步深入。比如铰链约束力的分析，本章只安排典型的铰链约束反力：固定铰和中间铰的约束反力、二力构件和三力平衡（其中两个力作用线已知）构件中铰链约束反力的分析。这些内容在后面有关章节中还要反复练习。而将轴与轴承的约束反力、连接两个以上物体的锁钉受力分析等，置于以后的有关章节。又比如物体的受力图，本章只安排单个物体的受力图画法，而将物体系统、部分物体系统的受力图画法，置于后面章节作适时的安排。

关于受力图部分的教学可用一个学时，集中上一次习题课。

本章教学内容、课时如下：

绪论	1 学时
§ 1-1 力的概念	} 1 学时
§ 1-2 静力学公理	
§ 1-3 约束和约束反力	2 学时
§ 1-4 物体的受力分析 受力图	1 学时

本章课下作业：

第一章习题 1-1, 1-2, 1-3(1)~(6), 1-4(2)(3)(5)、(6)。

#### 五、部分习题解

**1-2** 设已知构件为平衡状态，其自重不计，有人画出其受力图由图 1-3 所示，试判别是否正确？为什么？图中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均为铰链约束。

解：图 1-3 中 (1) 与 (2) 是错误的。(1) 所示受力图应

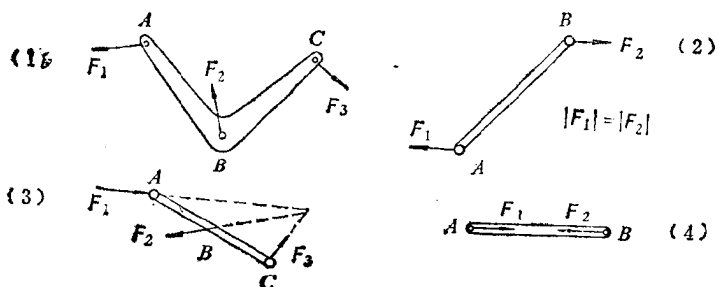


图 1-3

满足三力平衡定理，但它没有满足；（2）所示受力图没有满足二力平衡公理。

1-3 根据下列各物体所受约束的特点，试画物体的受力图。

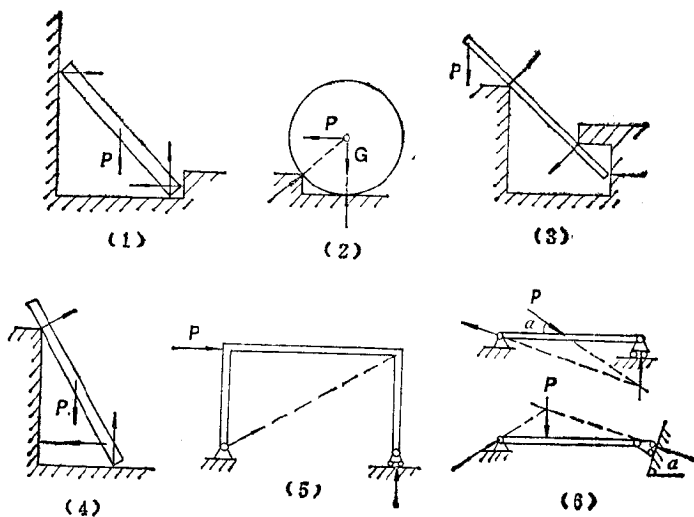


图 1-4

解：各物体的受力图见图1-4。

1-4 试绘出下列各物体系统中各单个物体的受力图。

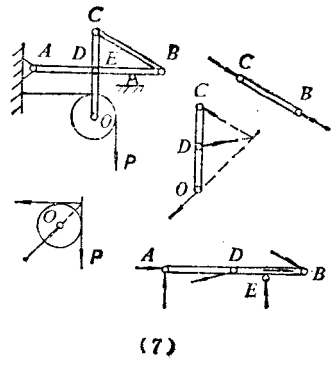
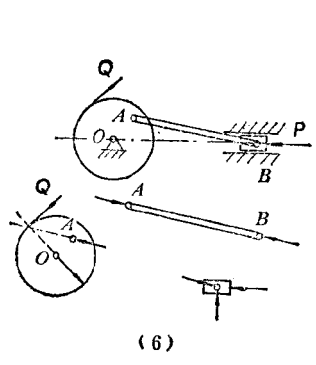
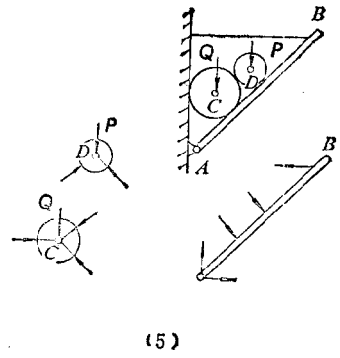
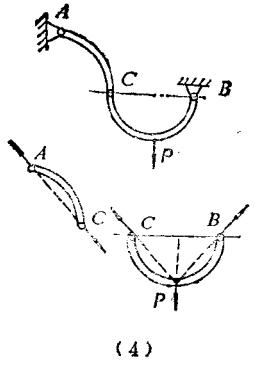
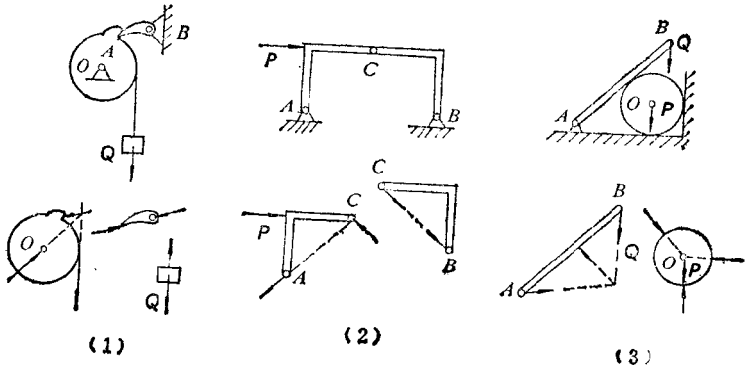


图 1-5

解：各单个物体的受力图见图 1-5。

1-6 三个相互铰接的半拱，其尺寸及载荷如图 1-6 所示。拱重不计，试画出各半拱的受力图。

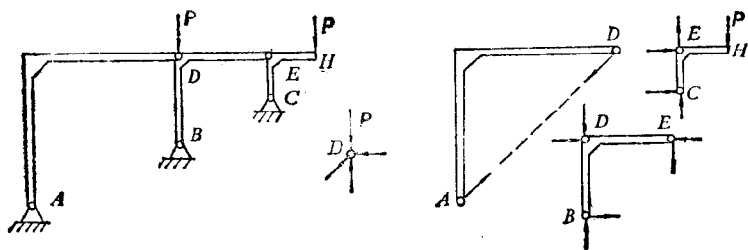


图 1-6

解：各半拱的受力图见图 1-6。

## 第二章 平面汇交力系

### 一、目的要求

#### 1. 教学目的

研究基本力系——平面汇交力系的合成与平衡，以分析和求解工程中的平面汇交力系平衡问题，并为较复杂的力系简化打基础。

#### 2. 具体要求

1) 掌握力三角形法则的应用和熟练计算力在坐标轴上的投影。对合力投影定理有清晰的理解。

2) 理解平面汇交力系合成的几何法，能运用平衡的几何条件求解平面汇交力系的平衡问题。

3) 理解平面汇交力系合成的解析法，掌握运用平衡的解析条件求解平面汇交力系的平衡问题。

### 二、重点与难点

平面汇交力系合成与平衡的解析法；力在坐标轴上的投影；合力投影定理。

### 三、教材分析

#### 1. 基本概念

本章新增加的基本概念是力在坐标轴上的投影。它是解析法的依据，它度量沿坐标轴的正或负方向上力对物体的作用效应。一般情况下力在坐标轴上的投影不同于力沿该坐标轴的分量，因为前者是代数量，后者是向量。但是当力沿直角坐标轴分解时，力在该坐标轴上投影的大小等于力沿同轴的分力的大小，投影的正负表示分力沿坐标轴的方向，仅在这种情况下二者才是一致的。

#### 2. 基本理论

本章的基本理论是力三角形法则；力多边形法则；合力投影定理。

力三角形法则是公理三即力的平行四边形公理的演化，它为几何法提供了依据。力多边形法则又是力三角形法则的连续使用和推广。合力投影定理反映了沿坐标轴的正或负方向上，合力的作用效应与各分力的作用总效应间的等效关系，解析法就是运用它来确定合力的大小和方向的。

### 3. 基本技能

本章的基本技能是用力多边形法则作出自行封闭的力多边形；力在坐标轴上的投影计算。

### 4. 教材内容的补充与说明

对于平面汇交力系的平衡方程有两点需强调说明，一是平衡方程  $\sum X = 0$ ,  $\sum Y = 0$  是两个相互独立的解析式，用它只能求解两个未知量。所谓未知量是指未知的量，例如每一个力都有大小和方向，则有两个未知量（因为各力的汇交点是已知的）；两个力的大小未知时也是两个未知量。因此方程中只能有两个量是未知的。二是对于平衡方程的列、解，除了一般选取直角坐标系之外，在某些特殊情况下，有时选两个相交的互不垂直的坐标轴进行列、解，可使方程的求解简便，这是因为平衡时，力系的合力恒等于零的缘故，所以不一定局限于直角坐标系。

## 四、对教学方法的建议

本章首先接触到力系，研究其合成与平衡，同时又介绍两种研究方法：几何法与解析法。为了不使学生在学习时混淆，可以将几何法、解析法的讲授按课的节次分开进行，用一大节（二学时）讲几何法，另一大节讲解析法。讲完本章可将两种方法加以对比，内容可包括：方法的依据、方法内容、方法的优缺点以及使用时应注意的地方。通过对比便于学生把几何法掌握住，同时有利于学生对后面各章中所用的解析法掌握得更好。另外在本章教学中，应该结合例题强调解题步骤，强调解题步骤主要是讲清楚每一步骤的作用、意义以及各步骤间的前后依赖关系，从而使学生认识到每一步骤的必要性，使他们达到正确掌握好解题方法的目的。

本章教学内容、课时如下：

- § 2-1 工程中的平面汇交力系问题 } 2 学时  
§ 2-2 平面汇交力系合成与平衡的几何法 }  
§ 2-3 平面汇交力系合成与平衡的解析法 1 学时

本章课下作业：

- 第二章习题 2-1, 2-2(3) , \*2-9① (都用几何法) ;  
2-3 (同时用几何法和解析法) ;  
2-5(2) , 2-4, 2-6, \*2-8①(都用解析法)

### 五、部分习题解

**2-2** 支架由杆  $AB$ 、 $AC$  构成，如图 2-1， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三处都是铰链。在  $A$  点作用有铅垂力  $G$ 。求图示四种情况下杆  $AB$ 、 $AC$  所受的力，并说明杆件受拉还是受压。杆重不计。

解：由于杆  $AB$ 、 $AC$  在四种情况中均为二力杆，故取系统为对象，其平衡方程和求解分别如下：

$$\Sigma X=0 \quad -S_{AB}-S_{AC}\cos 60^{\circ}=0$$

$$\Sigma Y=0 \quad -S_{AC}\sin 60^{\circ}-G=0$$

解得  $S_{AB}=0.577G$  (拉)， $S_{AC}=-1.155G$  (压)

$$\Sigma X=0 \quad -S_{AB}-S_{AC}\cos 60^{\circ}=0$$

$$\Sigma Y=0 \quad S_{AC}\sin 60^{\circ}-G=0$$

解得  $S_{AB}=-0.577G$  (压)， $S_{AC}=1.155G$  (拉)

$$\Sigma X=0 \quad -S_{AB}+G\cos 60^{\circ}=0$$

$$\Sigma Y=0 \quad -S_{AC}-G\sin 60^{\circ}=0$$

解得  $S_{AB}=0.5G$  (拉)， $S_{AC}=-0.866G$  (压)

$$\Sigma X=0 \quad S_{AC}\cos 60^{\circ}-S_{AB}\cos 60^{\circ}=0$$

$$\Sigma Y=0 \quad S_{AC}\sin 60^{\circ}+S_{AB}\sin 60^{\circ}-G=0$$

解得  $S_{AB}=S_{AC}=0.577G$  (拉)

**2-4** 电动机重  $P=5\text{kN}$ ，放在水平梁  $AC$  的中央。梁的  $A$  端以铰链固定，另一端以撑杆  $BC$  支持，撑杆与水平梁的交角为

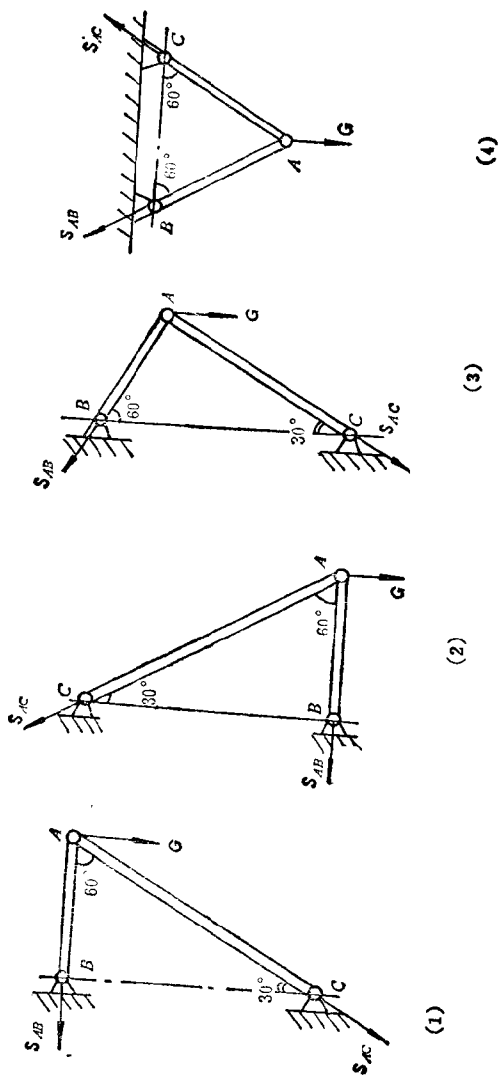


图 2-1

30°。如忽略梁和撑杆的质量，求撑杆 BC 的受力 S。

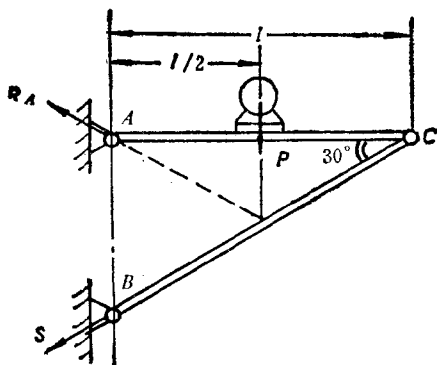


图 2-2

解：BC 为二力杆，故取系统为对象，由平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad -R_A \cos 30^\circ - S \cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \quad R_A \sin 30^\circ - S \sin 30^\circ - P = 0$$

解得

$$S = -5 \text{ (kN)}$$

2-6 图2-3所示一铅垂力  $P=500 \text{ N}$  作用于螺旋钳的端部，求在圆柱上 B 和 C 两点引起的反作用力。圆柱半径  $r=5 \text{ cm}$ ，并忽略 B 点的摩擦。

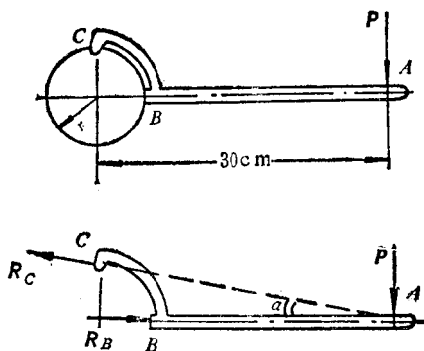


图 2-3

解 取螺旋钳  $ABC$  为对象 由平衡方程

$$\sum X=0 \quad R_B - R_C \cos \alpha = 0$$

$$\sum Y=0 \quad R_C \sin \alpha - P = 0$$

式中 
$$\cos \alpha = \frac{30}{\sqrt{5^2 + 30^2}} = 0.986$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 30^2}} = 0.164$$

解得  $R_B = 3(\text{kN}), R_C = 3.04(\text{kN})$

2-8 图2-4中压路机的碾子之重力为  $20\text{kN}$ , 半径  $r = 40\text{cm}$ 。如用一通过其中心的水平力  $F$  将此碾子拉过高  $h = 8\text{cm}$  的石块。求此水平力的大小。如果要使作用的力为最小, 问应沿哪个方向拉? 并求此最小力的大小。

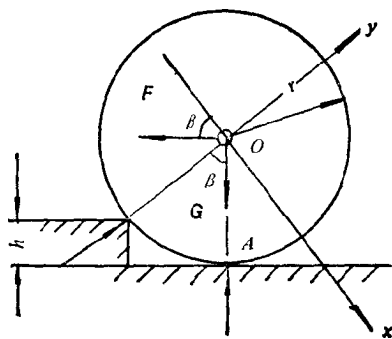


图 2-4

解: 取碾子为对象, 设碾子的重力为  $G$  由题意知  $G = 20\text{kN}$ , 由平衡方程

$$\sum X=0 \quad -F \cos \beta + G \sin \beta = 0$$

式中 
$$\sin \beta = \frac{\sqrt{r^2 - (r-h)^2}}{r} = 0.6, \quad \cos \beta = \frac{r-h}{r} = 0.8$$

解得 
$$F = \frac{G \sin \beta}{\cos \beta} = 15(\text{kN})$$

从上式可看出，当  $F$  的方向与  $OB$  垂直时有  $F_{\min}$ ，且

$$F_{\min} = G \sin \beta = 12 \text{ (kN)}$$

2-11 求图 2-5 中所示三铰拱架在水平力  $P$  的作用下所产生的支座  $A$  点与  $B$  点的反作用力。拱架质量略去不计。

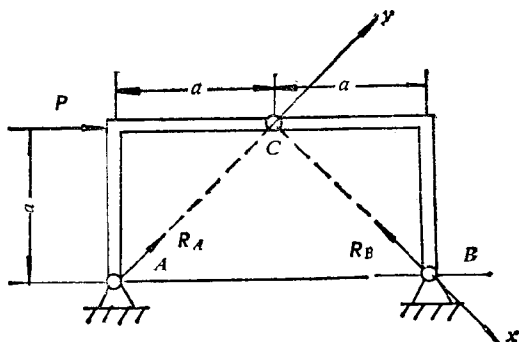


图 2-5

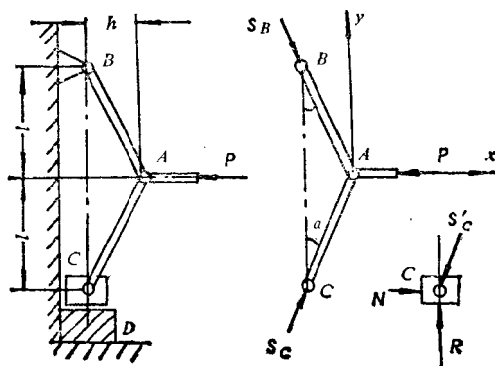


图 2-6

解：由于右半拱  $BC$  为二力构件，故取系统为对象，由平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad P \cos 45^\circ - R_B = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \quad R_A + P \sin 45^\circ = 0$$

解得 
$$R_A = -\frac{\sqrt{2}}{2}P, \quad R_B = \frac{\sqrt{2}}{2}P$$

**2-6①** 图2-6中所示压榨机  $ABC$ ，在  $A$  铰处作用水平力  $P$ 。在  $B$  点为固定铰链。由于水平力  $P$  的作用使  $C$  块压紧物体  $D$ 。如  $C$  块与墙壁光滑接触，压榨机尺寸如图所示。试求物体  $D$  所受的压力  $R$ 。

解：杆  $AB$ 、 $AC$  为二力杆，故分别以三根杆与  $C$  块为对象，由平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad S_C \sin \alpha + S_B \sin \alpha - P = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \quad S_C \cos \alpha - S_B \cos \alpha = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \quad R - S'_C \cos \alpha = 0$$

式中 
$$S'_C = S_C$$

故可解得 
$$R = \frac{P!}{2h}$$

$R$  即物体  $D$  所受的压力的大小。

① 此题未列入教科书习题内