

简明结构力学

主编 熊 峰 李章政

四川大学出版社

ISBN: 978-7-5614-3657-8

书 名: 简明结构力学

作 者: 熊 峰 李章政 著

出版社: 四川大学出版社

中国法分类号: 0342

图书定价: 25.00元

出版日期: 2007年4月

前 言

结构力学是土建领域的重要基础课程，它主要研究杆件结构的组成规律和合理形式，以及结构在外因（荷载、变温、支座移动等）作用下各种反应的计算原理和方法，是现代结构计算的理论基础。掌握结构力学知识，培养结构分析能力，是土木专业人才的基本素质要求。

长久以来，结构力学课程体系内容多、分量重，注重理论推导，强调力学基础，尽量为学生建立完善的知识系统。然而，不同的读者有不同的需求，对绝大多数土建类学生来说，今后并不以力学研究为主要工作，基础理论固然重要，但更重要的是能利用结构力学知识，解决工程结构的分析问题，从这个意义来说，结构力学可视为一门基本技巧，使未来的工程师们学会了就能应用。就像当今计算机工具书，读者并不需要了解各类软件的结构和编制方法，只需掌握操作技巧，能应用就达到目的。基于这样的现状，作者萌发了重新编写结构力学的想法，使结构力学易学好懂，重在训练计算能力，让结构力学变得亲切平易。

作为一种尝试，本书力求深入浅出，精简理论叙述和公式推导，强调结构分析的应用。每章安排了大量的例题与习题，帮助读者打开思路，掌握必要的解题技巧。例题与习题大多选自国内外同类书籍和考试试题，形式多样，实战性强。其目的在于使读者换个角度学好结构力学，同时丰富现有的结构力学教材体系。

本书共分9章，1~4章及9章由李章政教授编写，5~8章由熊峰教授编写。

作为结构力学课程体系改革的一种探索，本书不可避免地存在着缺点和错误，恳请读者提出宝贵的意见，在此致以衷心的感谢！

熊 峰 李章政

2007年1月于四川大学

目 录

第 1 章 概述	(1)
1.1 结构力学的研究对象和任务.....	(1)
1.2 结构计算简图.....	(2)
1.3 结构分类.....	(5)
1.4 几何不变体系的组成规则.....	(8)
第 2 章 静定桁架分析	(14)
2.1 概述.....	(14)
2.2 结点法求轴力.....	(18)
2.3 截面法求轴力.....	(23)
2.4 静定平面桁架通解.....	(26)
第 3 章 静定梁与刚架分析	(32)
3.1 概述.....	(32)
3.2 静定梁分析.....	(36)
3.3 静定刚架分析.....	(46)
3.4 三铰拱内力分析.....	(50)
3.5 静定结构总结.....	(55)
第 4 章 结构弹性变形	(62)
4.1 概述.....	(62)
4.2 功与虚功原理.....	(63)
4.3 单位荷载法.....	(66)
4.4 图形相乘法.....	(73)
4.5 支座变位引起的位移.....	(79)

第 5 章 力法分析超静定结构	(85)
5.1 概述	(85)
5.2 力法分析超静定结构	(91)
5.3 力法标准(典型)方程	(105)
第 6 章 位移法分析超静定结构	(127)
6.1 概述	(127)
6.2 分析原理与基本方程	(127)
6.3 位移法分析超静定梁	(140)
6.4 位移法分析超静定刚架	(147)
第 7 章 弯矩分配法	(162)
7.1 概述	(162)
7.2 弯矩分配法的基本原理	(162)
7.3 利用弯矩分配法分析超静定梁	(166)
7.4 利用弯矩分配法分析无侧移超静定刚架	(174)
7.5 利用弯矩分配法分析有侧移超静定刚架	(180)
第 8 章 结构矩阵分析简介	(190)
8.1 单元刚度矩阵	(190)
8.2 结构刚度矩阵	(194)
8.3 非结点荷载的处理	(202)
8.4 刚度法分析平面桁架与刚架	(203)
第 9 章 影响线及其应用	(216)
9.1 概述	(216)
9.2 静定平面结构影响线	(218)
9.3 利用影响线求值	(228)
9.4 最不利荷载位置	(230)

第 1 章 概 述

1.1 结构力学的研究对象和任务

土木工程中经过“建造(construct)”而形成的各类建筑物和构筑物,如桥梁、隧道、涵洞、围墙、房屋、水池、水坝、烟囱等等,在使用过程中要承受各种荷载(load)作用。这种承担荷载的建筑物和构筑物,称为结构(structure)。而组成结构的构件(member)通常有以下几种:

- 杆件(bar) 一个方向的尺寸远大于另外两个方向的尺寸者,称为杆件。杆件依据轴线形式,有直线杆件(直杆)和曲线杆件(曲杆)之分。
- 板壳(plate & shell) 一个方向的尺寸远小于另外两个方向的尺寸,平者为板,曲者为壳。
- 块体(body) 三个方向的尺寸具有相同的数量级者,称为块体或实体。

结构力学(structure mechanics)研究的对象主要是由杆件所组成的结构,即杆系结构。

结构在建造中要体现出经济性、美观性,在使用过程中又要保证其安全性,这就要求设计师进行比较精确的强度、变形计算,以确定构件合理的截面形式和尺寸大小。结构力学的任务在于:

(1) 研究结构的几何稳定性(stability)和可定性(determinacy)。

(2) 研究结构在荷载、温度变化(temperature change)、支座下陷(support settlement)等因素作用时的内力(internal force)和位移(displacement)计算。

结构力学以数学、静力学和材料力学为基础,它又为房屋结构、桥梁工程、土木工程施工等课程提供必要的基本理论和计算方法。

1.2 结构计算简图

因为实际结构往往比较复杂,不便于分析,所以在结构计算之前必须加以简化,才能进行下去。能够代替实际结构并能反映结构之主要受力和变形特点的理想化模型(ideal model),称为结构的计算简图。这种简化工作通常包括杆件简化、支座简化和结点简化。

1.2.1 杆件简化

略去截面尺寸,用轴线来代替实际杆件。曲杆和直杆分别用一条曲线和一条直线来表示即可。

1.2.2 支座简化

在土木结构之中,支座可归纳为以下三种。

(1) 活动铰支座(movable hinge support):如图1-1(a)所示的辊轴支承,属于活动铰支座。它允许结构沿支承面移动和绕圆柱铰 A 转动,不允许结构在垂直于支承面方向的运动,所以支座反力(support reaction) R_A 垂直于支承面。这种支座可用图1-1(b)所示的垂直于支承面的链杆 AB 来表示。链杆为二力杆,受力沿 AB 方向,与反力 R_A 一致,而且结构可以绕 A 点转动。若链杆绕 B 点作微小转动,结构亦在沿支承面方向有水平位移。因此,图1-1中(a)、(b)两种支座(支承)是等效的。

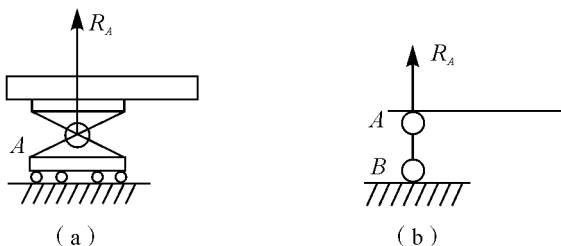


图 1-1

(2) 固定铰支座(fixed hinge support):如图1-2(a)所示的支承为固定铰

支座。它限制结构的水平位移和铅垂位移，仅允许结构绕圆柱铰 A 转动，支座反力有 R_{Ax} 和 R_{Ay} 两个。固定铰支座可以简化为图 1-2(b)、(c) 所示的不平行的两根链杆。

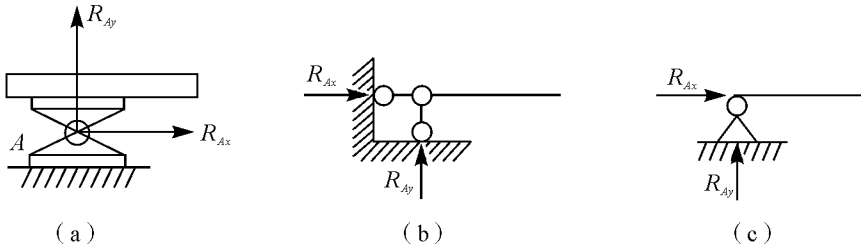


图 1-2

(3) 固定支座(fixed support): 如图 1-3(a)所示的支座不允许结构有任何位移, 称为固定支座, 又称为固定端支承。反力有三个分量, 即 R_{Ax} 、 R_{Ay} 和 m_A , 它们分别限制结构沿水平、铅垂方向的移动(线位移)和绕 A 点的转动(角位移)。这种支座可以简化为不汇交于同一点的三根链杆, 其中两杆平行, 另一杆与之垂直, 如图 1-3(b)所示; 也可直接简化为图 1-3(c)所示的图形。

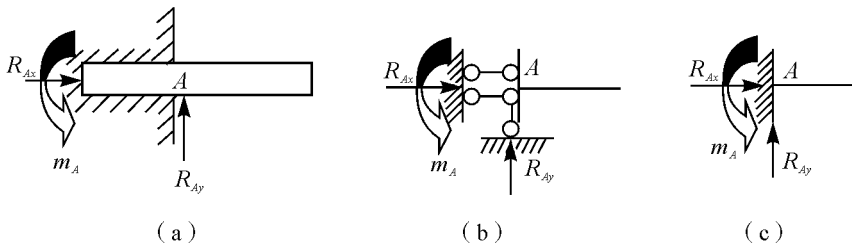


图 1-3

1.2.3 结点简化

结构中杆件与杆件之间联结的地方, 称为结点* (joint)。结点有如下两类。

* 结点, 英文为 joint 或 node。中文书中有用“结点”的, 也有用“节点”的, 本书约定使用前者。

(1) 铰结点(hinge joint): 如图 1-4(a)所示的结点 A 为铰结点, 其特点是各杆件可以绕结点中心自由转动。屋架结构的上、下弦杆和腹杆相交的结点, 可以作这种简化。

(2) 刚结点(rigid joint): 如图 1-4(b)所示的结点 A 、 B 、 C 和 D 为刚结点, 其特点是汇交于结点的各杆件的杆端之间不能发生任何相对转动。现浇钢筋混凝土框架房屋结构梁柱之间的联结点, 可以作这种简化。

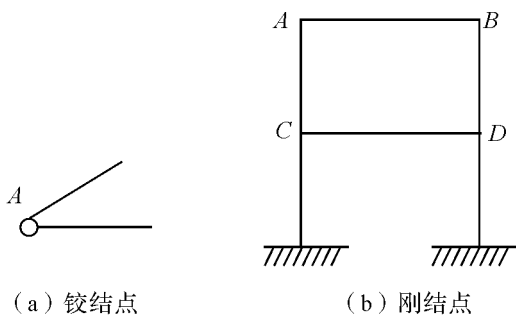


图 1-4

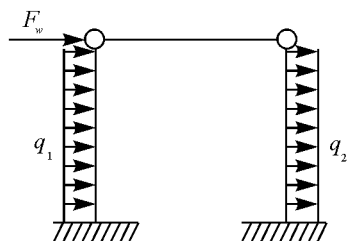


图 1-5

1.2.4 计算简图

作用于杆系结构上的荷载有分布线荷载和集中荷载两类。而分布荷载中的体积荷载(如自重)和面积荷载(如墙面风荷载、楼面活荷载)都可以转化为线荷载 q :

$$\text{体积荷载的容重} \times \text{截面面积} = \text{线荷载}$$

$$\text{面积荷载的集度} \times \text{受荷宽度} = \text{线荷载}$$

将实际受力结构用简化的杆件、支座、铰和荷载以图形表示出来, 就是结构的计算简图。

例如, 单层砌体厂房, 可假定屋架或屋面梁与墙顶铰结, 墙脚与基础固结。在水平风荷载作用下, 结构的计算简图如图 1-5 所示。图中左侧为迎风面, 受压力 q_1 作用, 屋面风荷载以集中力 F_w 传至墙顶; 右侧为背风面, 受吸力 q_2 作用。

1.3 结构分类

结构力学研究的杆系结构，在工程实践中有各种各样的形式，可依据不同的观点来进行分类。

1.3.1 按照受力特性分类

(1) 梁(beam)：梁是一种受弯构件，轴线是直线的梁称为直梁；轴线是曲线的梁称为曲梁。土木工程中的梁通常为直梁，如图 1—6 所示。

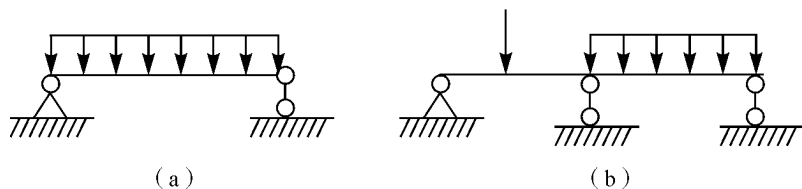


图 1—6

(2) 桁架(truss)：桁架由直杆组成，所有结点铰结，如图 1—7 所示。荷载只作用于结点上，各杆仅产生轴向拉力或压力，对应的变形为伸长或缩短。

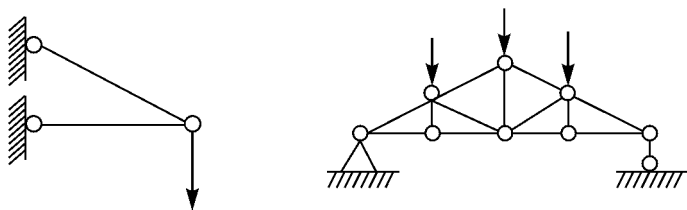


图 1—7

(3) 刚架(rigid frame)：刚架也由直杆组成，各结点为刚结点，如图 1—8 所示。刚架可发生弯曲变形和轴向伸、缩变形。

(4) 拱(arch)：拱的轴线多为圆弧线、抛物线和悬链线等曲线，以承受压力为主。在竖向荷载作用下，两端支座处会产生水平反力，通称为推力(thrust)，用 H 表示。由于推力的作用而使截面内弯矩比相同跨度、荷载作用

下梁的弯矩小许多，这是拱结构的优势所在。图 1—9 所示是苏州枫桥，石拱桥。

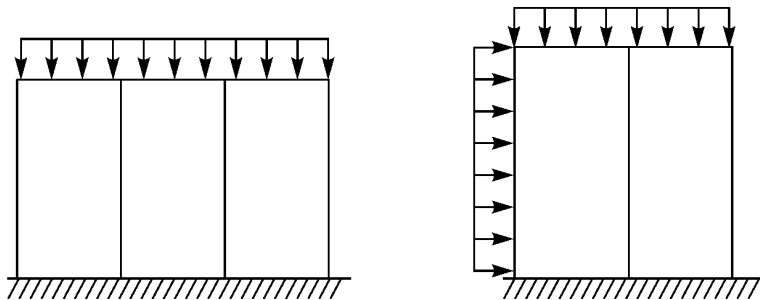


图 1—8

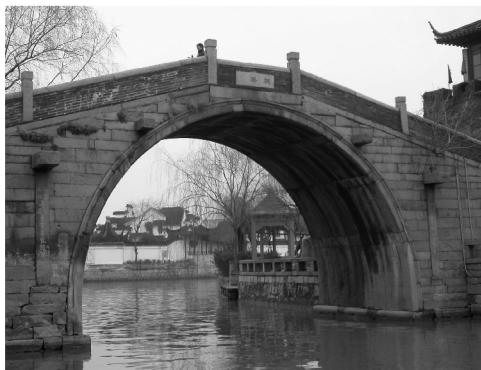


图 1—9

(5) 组合结构(compound structure): 组合结构通常是由桁架和梁或桁架和刚架组合在一起的结构, 如图 1—10 所示。一些杆件只承受轴力, 而另一些杆件还要承担弯矩和剪力的作用。

1.3.2 按空间分类

(1) 平面结构(plane structure): 各杆件轴线和荷载、反力均在同一平面内的结构, 称为平面结构。如图 1—6 和图 1—10 所示的结构均为平面结构。平面结构是结构力学分析的重点。

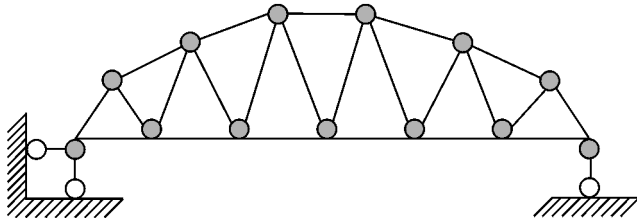


图 1-10

(2) 空间结构(spatial structure): 各杆件轴线和外力作用线不在同一平面的结构, 称为空间结构。如图 1-11 所示的网壳结构是大跨度空间房屋结构的一种。严格地讲, 实际结构都是空间结构, 但在许多情况下可简化为平面结构, 以方便分析; 不能简化为平面结构的结构, 就只能按空间结构进行分析。



图 1-11

1.3.3 按可定性分类

(1) 静定结构(statically determinate structure): 全部反力和内力都可以由静力平衡方程(条件)求得的结构, 称为静定结构。如图 1-6(a)所示的简支梁和图 1-7 所示的桁架都是静定结构。

(2) 超静定结构(statically indeterminate structure): 仅由静力平衡方程不

能唯一确定反力和内力，还必须考虑变形协调条件或相容条件(compatible condition)才能确定全部反力和内力的结构，就是超静定结构。如图 1-6 (b)所示的连续梁、图 1-8 所示的刚架和图 1-10 所示的组合结构，均为超静定结构。

1.4 几何不变体系的组成规则

由杆系所组成的结构体系，在外力作用下不考虑杆件应变时，若能保持其几何形状和位置不变者，称为几何不变体系，即这样的结构是稳定结构(stable structure)。反之，即使在很小的外力 P 作用下，也会引起结构的几何形状改变者，这样的结构体系称为几何可变体系或不稳定结构(unstable structure)。不稳定结构又称为机构，其未知力个数少于平衡方程的数目。支承反力数目不足而导致不稳定者，称为外在几何不稳定；内部联系不够而导致不稳定者，称为内在几何不稳定。图 1-12(a)所示为稳定结构(几何不变体系)，图 1-12(b)所示为不稳定结构(几何可变体系)。工程上不可采用不稳定结构。

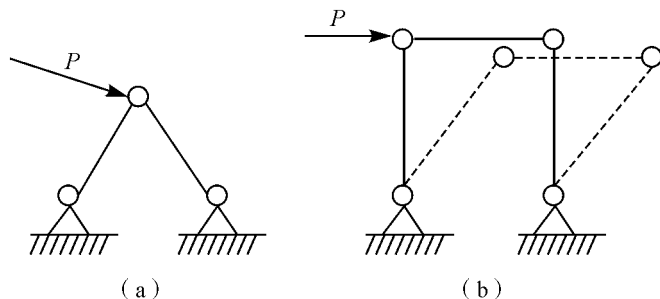


图 1-12

在讨论结构稳定性时，因为不考虑杆件的应变，所以可将其抽象为刚体。对平面结构而言，刚体又可简化为刚片。结构稳定与否，遵循构件之间的组成原则。

1.4.1 平面体系自由度

自由度(free degree)，就是体系运动时用来确定其空间位置的独立坐标的数目。在平面上，确定一个点的位置需要 (x, y) 两个坐标，故平面上点的自由度为 2。当刚片在平面上运动时，其位置可由其上任意一点 A 的坐标

(x_A, y_A) 和过 A 点任一直线 AB 的倾角 φ 来确定,如图 1-13 所示。它可以自由移动,还可以自由转动,所以平面上刚片具有 3 个自由度。

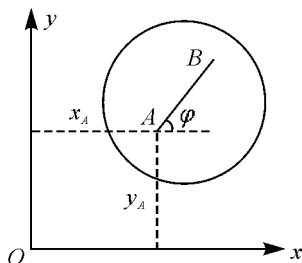


图 1-13

在刚片中加入适当的装置,可使其自由度下降。凡能减少一个自由度的装置,称为一个约束(restriction)或一个联系。图 1-14(a)所示的是一根链杆,相当于一个约束(联系),因为它限制了刚片沿链杆方向的运动,所以刚片减少了一个自由度。图 1-14(b)所示的是两根相交链杆,它使 A 点失去了移动的可能性,刚片减少了两个自由度。圆柱铰 A 联结刚片 I 和刚片 II,如图 1-14(c)所示,这种联结两个刚片的铰称为单铰。两个刚片自由时共有 $2 \times 3 = 6$ 个自由度,一经单铰 A 联结,则确定刚片 I 位置的坐标为 (x_A, y_A) 和 φ_1 ,确定刚片 II 位置的坐标为 (x_A, y_A) 和 φ_2 。此时,确定两刚片位置的独立坐标为 (x_A, y_A) 、 φ_1 和 φ_2 ,自由度为 4。单铰使体系的自由度减少 $6 - 4 = 2$,故相当于两根相交链杆的作用,提供两个约束。联结两个以上刚片的铰,称为复铰。复铰联结 n 个刚片,可使体系的自由度减少 $2(n-1)$ 个。

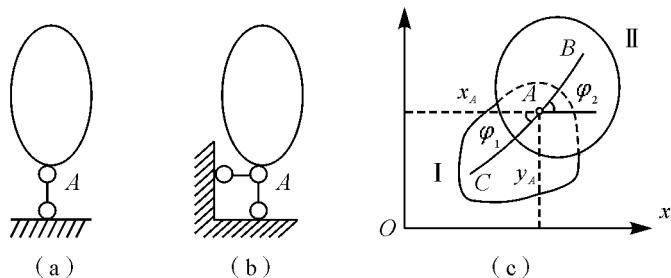


图 1-14

1.4.2 几何不变体系的简单组成规则

1.4.2.1 两刚片组成规则

规则 1: 两个刚片用一个铰和一根不通过该铰的链杆相联, 组成几何不变体系(稳定体系); 或两个刚片用不完全交于一点也不完全平行的三根链杆相联, 组成几何不变体系。

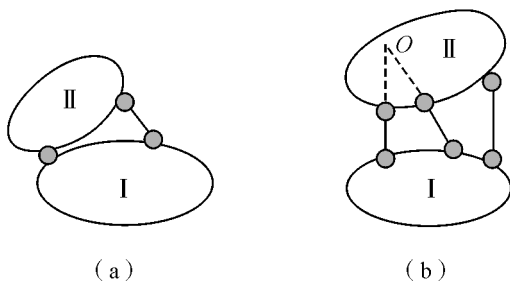


图 1-15

图 1-15 所示为两个刚片的几何不变体系。两个刚片共有 6 个自由度, 组成一个稳定整体需减少 3 个自由度。一个铰有两个约束, 一根链杆有一个约束, 故共可以减少 3 个自由度。但当链杆通过铰时, 链杆的约束作用便不独立, 因此要求链杆不过铰中心。图 1-15(a)所示为刚片 I、II 和链杆构成的三角形, 而三角形的稳定性已为人所共知。由于一个单铰相当于两根相交于铰中心的链杆, 故图 1-15(b)所示三根既不相交于一点也不相互平行的链杆联结两刚片的效果与图 1-15(a)相同。但若三根链杆像图 1-16(a)那样交于一点 O , 或者如图 1-16(b)那样相互平行(交点 O 位于无穷远), 则刚片 I 和刚片 II 之间会发生绕 O 点的相对转动, 而 O 点称为相对转动瞬心。这种结构体系不稳定(几何可变)。

1.4.2.2 三刚片组成规则

规则 2: 三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相联, 构成的体系几何不变(稳定结构)。

图 1-17 所示是依规则 2 组成的体系, 左图与右图等价, 它实际上组成了一个三角形, 其稳定性不言而喻。但若三个铰 A 、 B 、 C 位于同一直线上, 如图 1-18 所示, 则在外力 P 作用下 C 点可以沿以 AC 、 BC 为半径的圆弧的公

切线方向作微小移动。当发生微小移动后，三铰不在同一直线上，移动便停止。这种体系属于几何瞬变体系，仍然不稳定。

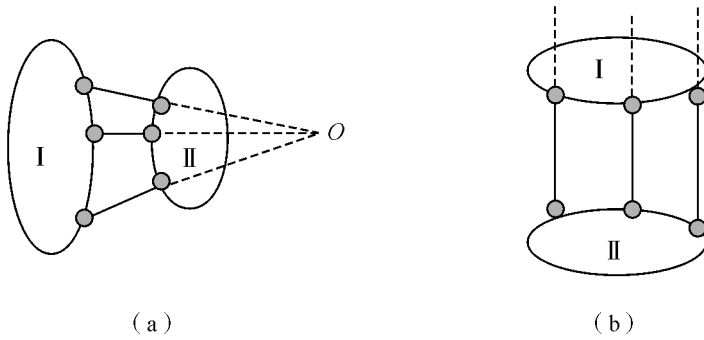


图 1-16

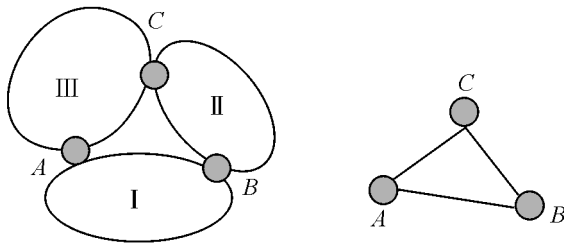


图 1-17

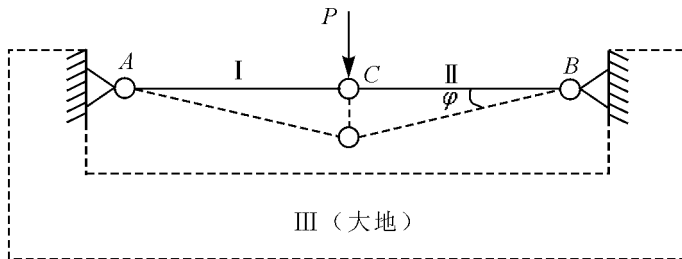


图 1-18

1.4.2.3 增减二元体规则

由两根不在一条直线上的链杆联结一个新结点的装置，称为二元体。如图 1-19 所示的 $B-A-C$ 部分即为一个二元体，它加在刚片 BC 上，符合三刚片(BC 、 BA 、 AC)组成规则。

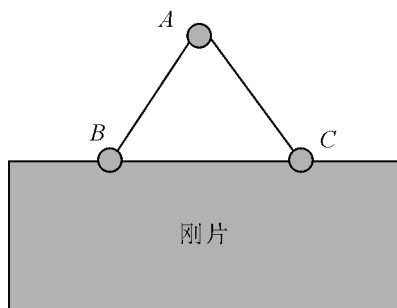


图 1-19

规则 3: 在一个体系(结构)上增加或撤除一个(或几个)二元体，不改变原有体系的稳定性。

可利用规则 3 来构造桁架，如图 1-20 所示。以三角形 ABC 为基础，增加一个二元体得结点 D ，从而得到稳定结构 $ABCD$ ；再以其为基础，增加一个二元体得结点 E ……依次增加二元体，可得最后的桁架。可知，这样得到的桁架结构是几何不变的。

反过来，也可利用规则 3 来分析一个给定桁架的稳定性。从一个结构体系中拆除一个或多个二元体后，所剩下的部分若是稳定的，则原结构必定也是稳定的；若剩下部分是不稳定的，则原结构必然也是不稳定的。

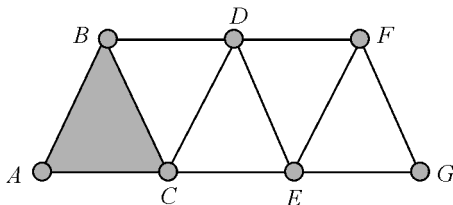


图 1-20