高等工科院校教材

简明大学物理

(上册)

主　编　莫文玲　盛嘉茂
副主编　魏　环　张占新

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理(上册)/莫文玲,盛嘉茂主编. -北京:北京大学出版社,2005.2
ISBN 7-301-08363-7

Ⅰ.简… Ⅱ.①莫…②盛… Ⅲ.物理学-高等学校-教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 003143 号

书　　名:简明大学物理(上册)
著作责任者:莫文玲　盛嘉茂　主编
责 任 编 辑:瞿　定
标 准 书 号:ISBN 7-301-08363-7/O·0626
出 版 发 行:北京大学出版社
地　　址:北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址:http://cbs.pku.edu.cn
电　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752021
电 子 信 箱:zpup@pup.pku.edu.cn
排 版 者:兴盛达打字社　82715400
印 刷 者:
经 销 者:新华书店
787mm×960mm　16 开本　16.75 印张　350 千字
2005 年 2 月第 1 版　2005 年 2 月第 1 次印刷
印　　数:0001～5000 册
定　　价:23.00 元

序

步入了新世纪，各方面对基础物理教学提出了更多的要求．一方面加强近代物理内容的呼声渐高，另一方面各种层次的院校对物理教学提出了多样化的要求．

莫文玲、盛嘉茂主编的《简明大学物理》对工科院校的“大学物理”课程内容的改革做了有益的尝试．编者没有把精力分散在近代物理的各个方面、分散在介绍近代物理在各技术领域的应用上，而是主要加强了量子力学基础、熵、混沌与分形、对称性等内容，特别加强了量子物理的内容．此书全面介绍了量子力学的基本原理，使其篇幅和深度达到大体与力学、电磁学相当的程度；深化了熵的概念并对其应用做了合理的泛化；寻求合理的切入点，引入了混沌与分形等非线性物理的基本内容；从力学开始，直到基本粒子的标准模型，编者逐步引入对称性这一重要概念及其作用．编者的这些努力，在一定程度上实现了大学物理教学内容的现代化，增强了大学物理课程的吸引力，有益于学生的素质培养．

编者在教材编写过程中，充分注意到物理学现代内容与教学适应性的相结合，内容的选择与讲述方法适合工科学生的接受水平，并且经过长达十年的教学实践，反复修改，逐趋完善．故而，这套教材会符合工科大学物理的教学需求，相信将会受到广大师生的欢迎．

2005 年 1 月 24 日于东南大学

前　　言

目前, 我国经济全面发展, 要求学生拓宽专业口径、扩大就业范围, 因而对学生的适应性特别是创造性提出了更高的要求. 作为工科教育基础的大学物理课程也就担负起更大的责任, 特别是培养学生的科学文化素质的重要责任. 这就要求工科物理教学进一步加强而不是削弱; 要求更加注重于物理学的现代内容和方法、工作语言、概念和物理图像, 而不仅仅是传授物理知识或单单为专业课服务. 大学物理的教材应当适应这样的新形势. 下面做几点说明.

一、课程内容的现代化

高等院校正在培养的是 21 世纪的科学技术人才, 学生人数已有了大幅度增加. 工科学生占高等基础物理教育对象的绝大多数, 对于大多数专业的学生, 除大学物理课程之外, 不再有任何物理方面的后继课程了. 我们深深体会到, 如果大学物理课的绝大部分内容只关注一个世纪之前的物理学, 物理课不仅会失去对学生的吸引力, 日益受到其他课程的挤压, 而且这种传统做法将会贻误学生, 使学生缺乏对现代物理的了解, 造成科学素质上的严重缺陷. 国家教育部高等学校工科物理教学指导委员会的意见中曾指出: “ 教学内容改革的重点是要实现物理课程内容的现代化. ” 这个意见切中了时弊, 又非常有远见, 使我们受到很大鼓舞.

我校有教师根据在国外进修时的亲身体会, 向学校提出大学物理课要加强量子力学的教学, 在学校支持下, 我们从 1987 年就开始着手大学物理课程内容的改革. 我们进行了十几年的教改实践, 在参加教育部工科物理教学指导委员会立项课题‘ 突破编写面向 21 世纪工科物理教材难点的研究与实践 ”期间, 我们先后编写了现代内容的部分教材, 其中量子力学教材多次被兄弟院校试用和参考. 本套教材就是我们十几年教学改革实践的总结.

本教材在包含国家教育部“ 工科物理课程教学基本要求 ”内容的前提下, 大大加强了物理学的近代内容. 由于学时的限制, 主要加强近代基础性知识中覆盖面最广的理论性内容, 如量子力学基础、熵、混沌和对称性等. 按国家教育部的精神, 力争“ 侧重于基本原理和方法, 并且要有一定的深度 ”, 而不是面面俱到、分散力量.

二、完整介绍量子力学基础内容

量子力学基础无疑是大学物理课中最应当加强的. 如果只是蜻蜓点水或只是局部介绍, 就不能构成体系的完整性. 本教材以力学量取值的统计分布为线索, 把五个基本假设串在一起, 较完整地介绍了量子力学的基本概念和原理, 使量子物理在教材中所占比例从原来的 7% 上升到大约 20% , 成为篇幅和深度都能与力学、电磁学相当的真正的重点内容.

三、重点增加的其他内容

除量子物理之外, 本教材中增加了熵、混沌和对称性方面的内容, 其中关于对称性的介

绍从质点力学开始, 贯穿于相对论、分子动理论、热力学、电磁学、量子物理各章, 直到粒子物理的标准模型.

对近代物理内容的介绍, 我们一方面避免新闻报道式的叙述, 采取突出其中的物理原理的做法; 另一方面也避免脱离工科学生的实际而照搬理论物理的教材, 尽量采取科学性与适教性相结合的做法.

四、教学实践

本教材中重点加强的内容, 我们已在实际教学中讲授多年, 实践表明, 工科学生可以接受这些内容, 大学物理课的“ 趣味性和吸引力 ”也因此得到了提高. 由于增加新内容, 学时又很有限, 因此教材必须简明, 我们对一些学生在中学时已较熟悉的传统内容和技巧性的数学计算作了适当删减. 本教材适用于 110 学时左右的课程, 配合两个学期的大学物理课程, 分为上、下两册. 上册包括力学、相对论、振动与波动(包括波动光学) 、统计物理和热力学; 下册包括电磁学、量子物理和一些近代课题, 其中包括能带、分形、粒子物理的标准模型等. 本教材除适用于工科各专业的大学物理课程之外, 也适合于其他类型高等院校的非物理专业的基础物理教学使用.

参加上册编写的人员是莫文玲(第一、三章) , 张占新(第二章) , 单晓云(第四、五章) , 盛嘉茂(第六章) , 魏环(第七、八章) , 李恩山、宋丽华参加了部分编写工作, 全书由莫文玲和盛嘉茂统稿.

我们特别感谢东南大学恽瑛教授为本教材撰写了序言. 并感谢北京大学出版社对本书出版的支持, 也感谢河北理工大学校领导和教务处对物理课程改革的指导. 对杨海波在封面图案中提供素材和构思表示感谢.

虽然我们对本教材讲义使用多年, 但从讲义到成书仍感仓促, 我们真诚希望老师和同学们对本教材提出宝贵的意见.

编 者

2004 年 12 月于河北理工大学

目　　录

第一篇　力　　学

第一章　质点力学 …… (3)
1.1　参考系　坐标系　对称性 …… (3)
1.2　位移　速度　加速度 …… (4)
1.3　几种典型的运动和运动叠加原理　相对运动 …… (9)
1.4　牛顿运动定律　惯性质量 …… (13)
1.5　惯性系　力学相对性原理 …… (18)
1.6　动量　动能　角动量 …… (21)
1.7　对称与守恒 …… (36)
习题 …… (38)
第二章　刚体的转动 …… (41)
2.1　刚体的运动 …… (41)
2.2　力矩　转动定律　转动惯量 …… (43)
2.3　刚体的转动动能 …… (49)
2.4　角动量　角动量定理　角动量守恒定律 …… (51)
*2.5　旋进 …… (54)
习题 …… (55)
第三章　相对论力学基础 …… (58)
3.1　经典力学的时空观　迈克耳孙-莫雷实验 …… (58)
3.2　狭义相对论的基本原理 …… (62)
3.3　洛伦兹变换 …… (64)
3.4　狭义相对论的时空观 …… (66)
3.5　相对论性的质量与动量 …… (71)
3.6　质能关系 …… (73)
*3.7　广义相对论简介　对称的作用 …… (75)
习题 …… (79)

第二篇　振动与波动

第四章　机械振动 ………… (83)
4.1　简谐振动 ………… (83)
4.2　简谐振动的旋转矢量表示法 ………… (88)
4.3　简谐振动的能量 ………… (90)
4.4　简谐振动的合成 ………… (92)
4.5　谐振分析 ………… (98)
4.6　阻尼振动　受迫振动　共振 ………… (99)
4.7　非线性振动与混沌现象 ………… (101)
习题 ………… (108)
第五章　机械波 ………… (111)
5.1　机械波的产生与传播 ………… (111)
5.2　平面简谐波 ………… (114)
5.3　波的能量和能流密度 ………… (118)
5.4　惠更斯原理 ………… (121)
5.5　波的叠加原理　干涉 ………… (122)
5.6　驻波　半波损失 ………… (125)
5.7　多普勒效应　红移 ………… (130)
习题 ………… (133)
第六章　波动光学 ………… (135)
6.1　相干性 ………… (135)
6.2　分波前干涉　光程 ………… (136)
6.3　分振幅干涉　迈克耳孙干涉仪 ………… (142)
6.4　衍射　惠更斯-菲涅耳原理 ………… (146)
6.5　夫琅禾费衍射　分辨本领 ………… (147)
6.6　衍射光栅 ………… (153)
6.7　全息照相 ………… (159)
6.8　自然光和偏振光　马吕斯定律 ………… (161)
6.9　反射和折射时的偏振 ………… (164)
6.10　各向异性介质中的偏振现象 ………… (165)
习题 ………… (174)

第三篇　统计物理与热力学基础

引言 …… (178)

第七章　气体动理论 …… (179)

7.1　平衡态　理想气体 …… (179)

7.2　理想气体的压强与温度 …… (185)

7.3　自由度　能量均分定理 …… (188)

7.4　麦克斯韦速率分布 玻尔兹曼分布 …… (192)

7.5　微观状态数　玻尔兹曼熵 …… (201)

习题 …… (205)

第八章　热力学基础 …… (207)

8.1　功　热量　内能 …… (207)

8.2　热力学第一定律 …… (210)

8.3　气体热容 …… (211)

8.4　等值和绝热过程 …… (213)

8.5　循环过程 …… (218)

8.6　热力学第二定律　可逆与不可逆过程 …… (223)

8.7　热力学熵　熵增加原理 …… (226)

8.8　热力学第二定律的统计意义 …… (233)

8.9　信息熵 …… (234)

8.10　开放系统与耗散结构 …… (236)

习题 …… (241)

附录 …… (244)

附录一　国际单位制和量纲 …… (244)

附录二　部分物理常量 …… (248)

附录三　希腊字母表 …… (249)

参考文献 …… (250)

习题答案 …… (251)

第一篇

力　　学

第一章　质 点 力 学

1.1　参考系　坐标系　对称性

一、质点

建立理想模型是一种很重要的科学研究方法. 在很多实际问题中, 物体的形状和大小与所研究的问题无关或所起的作用很小, 我们就可以在尺度上把它看做一个几何点, 而不必考虑它的形状和大小, 它的质量可以认为就集中在这个点上, 这种抽象化的理想模型就叫做质点. 例如, 研究行星运动时, 虽然行星本身很大, 但是它的半径比起它绕太阳运动时的轨道半径却小得多, 就可以把行星当作质点. 但在研究它们(例如地球) 的自转时, 就不能把它们当作质点了.

当一个物体不能看作质点时, 可以把物体视为由许多质点组成的体系, 由质点力学弄清每个质点的运动规律便可以得到整个物体的运动规律. 因而质点力学是整个力学的基础.

二、参考系和坐标系

物体的运动是绝对的, 而运动的描述是相对的. 要描述物体的运动情况, 必须选择另外一个物体作为参考. 这个作为参考的物体就叫做参考系或参照系. 参考系的选择, 原则上是任意的, 通常根据要描述的物体运动的性质和研究问题的方便而定. 参考系确定以后, 为了定量描述物体的运动, 需要在参考系上建立一个与之固连的坐标系. 坐标系的选择, 完全根据研究问题是否方便而定, 常采用的坐标系是直角坐标系、极坐标系 、自然坐标系.

三、对称性

物体运动的规律不因时、因地、因人而异, 就是说, 无论我们在何时、何地进行物理实验, 所得的物理规律有相同的形式. 否则, 这些结果就是不可重复的, 也就不是客观的普遍的科学规律了. 这也说明物体的运动规律对于时间的平移、空间的平移和空间方向的转动具有不变性. 物理学认为, 某事物、某规律在某种变换之后, 若仍能保持不变, 就称为具有对称性, 而这种变换称为一种对称变换. 例如, 质点的运动规律在经过从一个坐标系平移或转动成为一个新坐标系的变换之后, 仍保持原来的形式不变, 我们就说质点的运动方程关于坐标系的平移或转动的变换具有对称性.

对自然界中各种对称性的产生和破坏进行研究, 是物理学的重要内容, 而从对称性出发, 去探寻物质运动的规律也成为构建物理理论的一种重要研究方法.

1.2　位移　速度　加速度

一、位置矢量

选定参考系和坐标系之后,就可以定量描述质点在空间的位置.表示质点位置相对于坐标原点的方位的矢量,就叫做位置矢量,简称位矢.也就是从坐标原点向质点的位置所引的有向线段.如图 1-1 所示,在直角坐标系中,设 P 点的坐标为(x, y, z),则位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 可表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}, \tag{1.1}$$

式中,$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 为 x, y, z 方向的单位矢量.位矢的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r},$$

式中 α, β, γ 是 $\boldsymbol{r}$ 与 x, y, z 轴正方向的夹角.

位矢随时间的变化规律 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$ 叫做运动学方程,或者写成分量式

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

消去时间 t,则可得到轨道方程 $f(x, y, z) = C$.根据轨道的不同,可以将质点的运动简单分为直线运动和曲线运动.

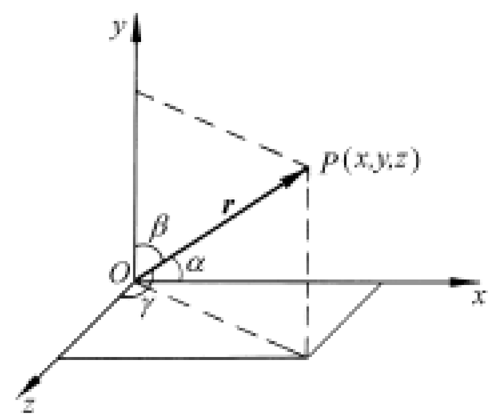

图 1-1　位置矢量

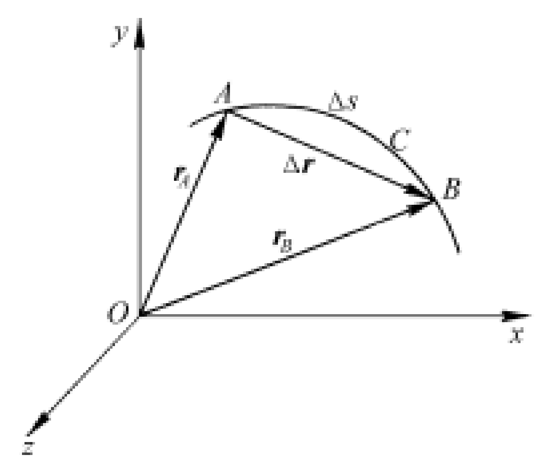

图 1-2　位移

二、位移

设质点沿曲线运动,t_1 时刻位于 A 点,位矢为 $\boldsymbol{r}_A$,t_2 时刻位于 B 点,位矢为 $\boldsymbol{r}_B$,如图 1-2 所示,设 $\Delta t = t_2 - t_1$,位移为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A. \tag{1.2}$$

在直角坐标系中 $\boldsymbol{r}_A = x_A\boldsymbol{i} + y_A\boldsymbol{j} + z_A\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{r}_B = x_B\boldsymbol{i} + y_B\boldsymbol{j} + z_B\boldsymbol{k}$,则

$$\Delta\boldsymbol{r} = (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}, \tag{1.3}$$

位移的大小为

$$|\Delta r| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2},$$

位移的方向余弦为

$$\cos\alpha' = \frac{\Delta x}{|\Delta r|},\quad \cos\beta' = \frac{\Delta y}{|\Delta r|},\quad \cos\gamma' = \frac{\Delta z}{|\Delta r|}.$$

注意: 位移 Δr 和 Δs 路程是两个不同的物理量. 位移是矢量, 在曲线运动中, 位移的量值和质点走过的路程并不相同, 即 $|\Delta r| \neq \Delta s$, 甚至可以相差很大. 例如, 在图 1-2 中, 当质点沿曲线 ACB 自 A 运动到 B 时, 路程 Δs(即曲线 ACB 的长度) 和位移的大小 $|\Delta r|$ 相差很大. 当质点沿一闭合曲线从 A 又回到 A 时, 位移等于零, 但路程并不等于零. 只有质点做单方向的直线运动时, 才有 $|\Delta r| = \Delta s$. 曲线运动中, 在无穷小的极限情况下 $|dr| = ds$.

位置矢量和位移的单位是 m(米) .

三、速度

研究质点的运动, 不仅要从几何学上知道它的位置 r(位置矢量) 和一段时间内位置的变化 Δr(位移) , 而且还需要知道位置变化的快慢. 运动的快慢, 在物理学中用速度矢量 v 描述.

t 到 $t + \Delta t$ 时间内质点从 A 点运动到 B 点, 位移 Δr 与时间 Δt 之比定义为平均速度, 即

$$\bar{v} = \frac{r_B - r_A}{\Delta t} = \frac{\Delta r}{\Delta t}.$$

平均速度是矢量, 其方向与 Δr 的方向相同, 大小为 $|\Delta r|$ 与时间 Δt 的比值. 平均速度描述质点位置变化的平均快慢, 是单位时间内的平均位移. 当 Δt 趋近于零时, 平均速度 $\Delta r / \Delta t$ 的极限, 称为质点在该时刻的瞬时速度如图 1-3 所示, 即

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}. \tag{1.4}$$

速度 v 也是矢量, 它是位置矢量对时间的变化率, 即位置矢量 r 对时间 t 的一阶导数, 其方向为 dr 的方向. 所以质点在某点的速度方向, 就是轨道曲线在该点的切线方向.

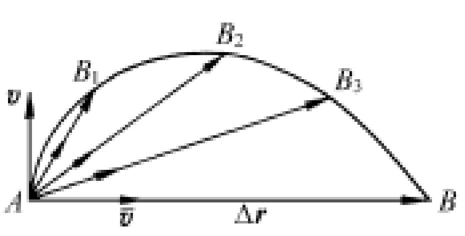

图 1-3　速度

速度的大小叫做速率, 因为 $\Delta t \to 0$ 时, $|dr| = ds$, 所以速率 $v = |v| = \frac{|dr|}{dt} = \frac{ds}{dt}$. 但平均速率并不是平均速度的大小, 而是路程对时间的变化率, 即

$$\bar{v} = \left|\frac{\Delta r}{\Delta t}\right| = |v|.$$

将式(1.1) 代入式(1.4) , 得到直角坐标系下的速度表达式

$$v = v_x i + v_y j + v_z k. \tag{1.5}$$

速度的分量式为 $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$. **速度的大小为**

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

速度保持不变的直线运动叫做匀速直线运动. 速度的单位是 m/s(**米/秒**) .

一般情况下, 速度是时间函数, 它的量值和方向都随时间变化. 不论其大小变化, 还是方向变化, 或者二者同时变化, 都是变速运动. 为了描述质点运动状态的变化, 引入加速度这个物理量.

四、加速度

设质点沿某曲线运动, 如图 1-4 **所示.** t **时刻速度为** v_A, $t + \Delta t$ **时刻速度为** v_B, Δt **时间内速度增量为** $\Delta v = v_B - v_A$. $\Delta t \to 0$, $\Delta v / \Delta t$ **的极限称为** t **时刻的瞬时加速度, 即**

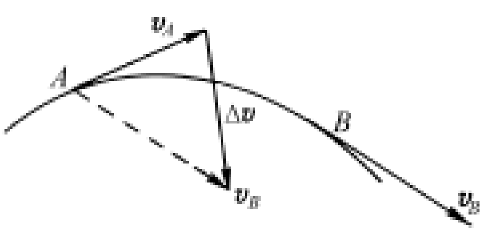

图 1-4 加速度

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}. \qquad (1.6)$$

加速度是速度对时间的变化率, 它等于速度对时间的一阶导数, 等于位矢对时间的二阶导数. 加速度保持不变的直线运动叫做匀加速直线运动. 一般情况下, 加速度也是时间的矢量函数, 因而不能把它当作常矢量看待. 加速度是矢量, 它的方向是当 $\Delta t \to 0$ **时,** Δv **的极限方向(既不是** Δv **的方向, 也不是** v **的方向) . 曲线运动的加速度总是指向曲线的凹侧. 加速度的单位是** m/s^2 (**米/秒**^{2}) .

直角坐标系下, 加速度可以表示为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k\right) = \frac{d^2x}{dt^2}i + \frac{d^2y}{dt^2}j + \frac{d^2z}{dt^2}k = a_x i + a_y j + a_z k, \qquad (1.7)$$

加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

以上介绍了描述质点运动状态的量——位矢、速度, 还介绍了描述质点运动状态变化的量——位移、加速度. 这些量是相互联系的, 例如:

(1) **如果已知质点的运动学方程(位矢) , 由式**(1. 4) **和式**(1. 6) **可以分别求出质点的速度和加速度.**

(2) **如果已知质点的加速度** a**、初始速度** v_0 **和初始位矢** r_0, **则由式**(1. 6) **得** $dv = a dt$, **积分得质点的速度**

$$v = v_0 + \int_{t_1}^{t_2} a dt,$$

再积分得到质点的位矢

$$r = r_0 + \int_{t_1}^{t_2} v\mathrm{d}t.$$

例 1-1 **一质点沿** x **轴运动,其加速度为** $a = 4t$, **已知** $t = 0$ **时,质点位于** x_0 **处,初速度** $v_0 = 0$. **试求其位置与时间的关系式**.

解 $a = 4t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, **分离变量**, $4t\mathrm{d}t = \mathrm{d}v$, **积分**

$$\int_0^t 4t\mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v, \qquad \text{得 } v = 2t^2.$$

由式(1.4) **有** $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2t^2$, **积分** $\int_0^t 2t^2\mathrm{d}t = \int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x$,

所以

$$x = \frac{2}{3}t^3 + x_0.$$

五、切向加速度和法向加速度

前面对质点运动的讨论,都是在与参考系固定的直角坐标系中进行的.质点沿曲线运动时,速度的大小和方向都在变化,速度矢量沿轨道的切线方向,但加速度一般不沿着轨道的切线方向.为了使加速度的物理意义更明确,并分别描述速度大小、方向的变化,常常采用自然坐标系.把一对正交坐标轴建立在质点运动的轨道上,沿着速度方向的坐标轴叫做切向轴,用 τ**表示切向轴单位矢量;与速度方向垂直且指向曲线凹侧的坐标轴叫做法向轴,用** n **表示法向轴单位矢量.加速度在切向轴上的分量叫做切向加速度,在法向轴上的分量叫做法向加速度.下面,以平面曲线运动为例,对法向加速度和切向加速度进行讨论.**

设 t **时刻质点位于** A **点,速度为** v, **经过** Δt **时间后,质点运动到** B **点,速度为** v', **速度方向变化为** $\Delta\theta$ **为便于讨论速度的变化,将** v **平移到** B **点,如图** 1-5 **所示,速度的改变量为** Δv. **如果在矢量** v'**上截取长度** $BC = |v|$, **使得速度改变量** $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$, **则** Δv_1 **反映了** Δt **时间内速度方向的变化,** Δv_2**的值反映了** Δt **时间内速度大小的变化.根据加速度定义可得**

$$a \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_2}{\Delta t}. \qquad (1.8)$$

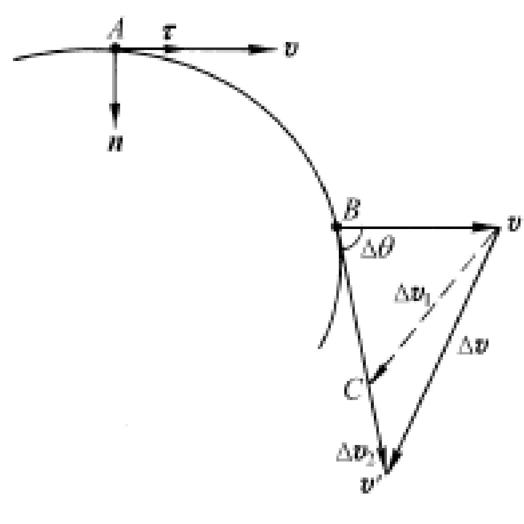

图 1-5 切向加速度与法向加速度

首先讨论式(1.8) **右端第一项** $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_1}{\Delta t}$. **因为** $\Delta t \to 0$ **时,** $\Delta\theta \to 0$, **即** Δv_1 **趋于垂直于** v. **也就是说,** Δv_1 **的极限方向是** A **点法向轴的正方向,所以加速度的这一分量是法向加速度,记作** a_n. **法向加速度的大小由图** 1-5 **可以得出,因为** $|\Delta v_1| = 2v\sin(\Delta\theta/2)$, **又因为** $\Delta t \to 0$ **时,** $\sin(\Delta\theta/2) \approx \Delta\theta/2$, **所以**

$$|a_n| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v_1|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2v\sin(\Delta\theta/2)}{\Delta t} = v\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = v\frac{d\theta}{dt} = v\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}.$$

由于 $\frac{ds}{dt} = v$, $\frac{ds}{d\theta} = \rho$　ρ为曲线上 A 点的曲率半径, 所以得

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}. \tag{1.9}$$

法向加速度为 $a_n = \frac{v^2}{\rho}n$, 它描述速度方向的变化. 对于圆周运动, ρ为圆的半径 R, 法向加速度为 $a_n = \frac{v^2}{R}n$.

再来讨论式(1.8)右方的第二项 $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_2}{\Delta t}$. $\Delta t\to 0$ 时, $\Delta\theta\to 0$, Δv_2 的极限方向与 A 点的切线方向重合, 加速度的这一分量是切向加速度, 记作 a_τ, 它的大小

$$|a_\tau| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta v_2|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \tag{1.10}$$

可见切向加速度 a_τ 是描述速度大小的变化. 当 $\frac{dv}{dt} > 0$ 时, a_τ 与 v 同向, 速率增加; $\frac{dv}{dt} < 0$ 时, a_τ 与 v 反向, 速率减小. 应该注意到 $\frac{dv}{dt} \neq \left|\frac{dv}{dt}\right| = a$, 速率对时间的变化率只是加速度的切向分量, 速度对时间的变化率才是总的加速度.

质点做平面曲线运动时, 它的加速度可分解为切向加速度和法向加速度,

$$a = a_n n + a_\tau \tau, \tag{1.11}$$

其中,

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}, \qquad a_\tau = \frac{dv}{dt}. \tag{1.12}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \qquad \tan\beta = \frac{a_n}{a_\tau},$$

式中 a 为加速度的大小, β表示 a 与 v 的夹角.

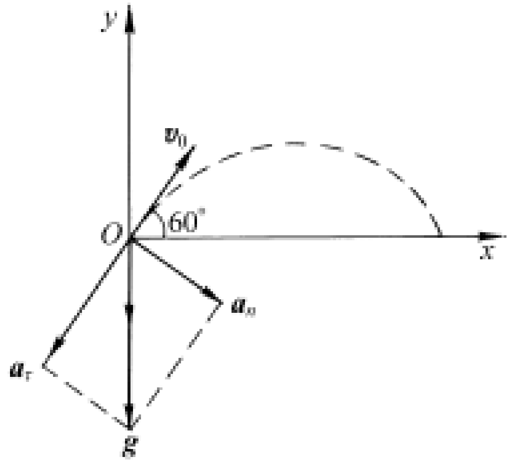

图　1-6

例 1-2　相对于水平面将质点以 60°仰角抛出, 初速度大小为 v_0. 求质点在抛出点的法向、切向加速度和抛出点的曲率半径.

解　重力加速度竖直向下, 如图 1-6 所示, 所以在抛出点的法向加速度和切向加速度分别为

$$a_n = g\cos 60° n = \frac{1}{2}gn,$$

$$a_\tau = -g\sin 60° \tau = \frac{\sqrt{3}}{2}g\tau$$

抛出点的曲率半径为

$$\rho = \frac{v_0^2}{a_n} = \frac{2v_0^2}{g}.$$

1.3　几种典型的运动和运动叠加原理　相对运动

一、直线运动

质点做直线运动时，取其运动轨道与 x 轴重合，如图 1-7 所示. 它的位矢、速度、加速度只有 x 轴的分量，可以表示成

$$r = xi,\quad v = v_x i = \frac{dx}{dt}i,\quad a = a_x i = \frac{dv_x}{dt}i = \frac{d^2x}{dt^2}i. \tag{1.13}$$

分量式可以用标量表示为

$$r = x,\quad v = v_x = \frac{dx}{dt},\quad a = a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}. \tag{1.14}$$

图 1-7　直线运动

对于直线运动，完全可以用分量式(1.14)代替矢量式(1.13). 因为，$x>0$ 表示质点位于 x 轴的正半轴上，$x<0$ 表示质点位于 x 轴的负半轴上；$v=v_x=\frac{dx}{dt}>0$ 表示v 与 i 的方向(x 轴正方向)一致，$v=v_x=\frac{dx}{dt}<0$ 表示v 与 i 的方向(x 轴正方向)相反；加速度的情形也是如此.

如果已知任意时刻的加速度，$t=0$ 时初速度为 v_0，t 时刻速度为 v，由加速度的定义可得 $dv=a dt$，左右两边积分，有$\int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t a dt$，得到任意时刻的速度表达式

$$v = v_0 + \int_0^t a dt. \tag{1.15}$$

又由速度的定义式可得 $dx=vdt$，左右两边积分，有$\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t vdt$，得到任意时刻的位置坐标表达式

$$x = x_0 + \int_0^t vdt. \tag{1.16}$$

对于匀变速直线运动，$a=$ 恒量，容易得到它的速度、位置坐标(即运动学方程)的表达式

$$v = v_0 + at,$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

速度、加速度、位置坐标之间的关系为

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0).$$

这正是大家已熟知的规律.

例 1-3 一艘正在沿直线行驶的电艇,在发动机关闭后,电艇的加速度方向与速度方向相反,大小与速度平方成正比,即 $a=-kv^2$,式中 k 为常数.试求电艇在关闭发动机后又行驶距离 x 时的速度,设 v_0 是发动机关闭时的速度.

解 由题意 $a=-kv^2=\frac{dv}{dt}$,为了分离变量,将上式写做 $-kv^2=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$,分离变量得 $-kdx=\frac{dv}{v}$,积分

$$\int_0^x -kdx=\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v},\quad 得\quad -kx=\ln\frac{v}{v_0},$$

整理得

$$v=v_0e^{-kx}.$$

二、平面曲线运动

对于一般的平面曲线运动,取运动平面为坐标平面,建立直角坐标系,则质点的位矢、速度、加速度可以表示为

$$r=xi+yj,\quad v=v_xi+v_yj,\quad a=a_xi+a_yj.$$

速度、加速度的分量式为

$$v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt};\qquad a_x=\frac{dv_x}{dt},\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}.$$

若已知任意时刻的加速度 $a=a_xi+a_yj$ 及初始速度 $v_0=v_{0x}i+v_{0y}j$ 和初始位矢 $r_0=xi+yj$,则可以得到任意时刻 t 的速度 $v=v_xi+v_yj$ 和位矢 $r=xi+yj$.用分量式表示

$$\begin{aligned} v_x&=v_{0x}+\int_{t_0}^{t}a_xdt, & v_y&=v_{0y}+\int_{t_0}^{t}a_ydt,\\ x&=x_0+\int_{t_0}^{t}v_xdt, & y&=y_0+\int_{t_0}^{t}v_ydt. \end{aligned}\tag{1.17}$$

1. 抛体运动

物体以某一初速度抛出,它在竖直平面内的运动叫做抛体运动.不计空气阻力,抛体运动的加速度为重力加速度.设抛体的初始速度为v_0,与水平面的夹角为 θ 选抛出点为坐标原点,如图 1-8 所示.直角坐标系中,物体的加速度 a、初始速度v_0和初始位矢 r_0 的分量分别为

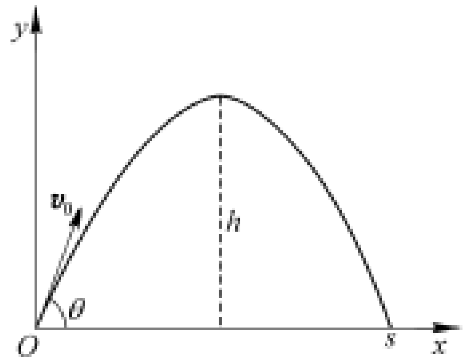

图 1-8 抛体运动

$$a_x=0,\quad a_y=-g;\qquad v_{0x}=v_0\cos\theta,\quad v_{0y}=v_0\sin\theta,$$

$$x_0=0,\quad y_0=0.$$

由式(1.17)可得任意时刻 t 的速度和位矢.用分量式表示

$$v_x=v_{0x}=v_0\cos\theta,\qquad v_y=v_{0y}-gt=v_0\sin\theta-gt,$$

$$x=v_{0x}\cdot t=v_0\cos\theta\cdot t,$$

$$y=v_{0y}\cdot t-\frac{1}{2}gt^2=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2.$$

矢量式为