第 1 章　物质世界的结构层次及相互作用

现代观点认为，物理学是研究物质结构和基本运动规律的学科．也有人认为，它是研究自然界基本规律的科学，这是因为英文单词 physics 来源于希腊文，原意就是自然．而中文的物理则有两个含义：一是“物”的成分，即物质的结构和性质；二是“理”的成分，即物质的运动、变化规律．中文的含义与现代的物理学定义颇为吻合．因此，自然界中的所有物质均在物理学的研究范围之内．本章作为大学物理学习的开端，主要讨论物质世界的基本轮廓和物质的基本形态与作用．

§1.1　物质世界的结构层次

在人类已研究的领域中，自然界中的物质大到宇宙，小至基本粒子．其空间尺度的跨度非常大，按大小顺序，物理学习惯将其分为宇观系统、宏观系统和微观系统．除此之外，物质的寿命、质量的差异也相当悬殊．为了更清楚地介绍物质世界的全貌，物理学中引入数量级的概念，以表述物质的大小、寿命及质量．

1.1.1　数量级的概念

对于一般量的大小，可以用简单的数字形式来描述．但随着人类社会的发展和科技的进步，所描述的物质世界的尺度发生了很大的变化，简单的数字形式已不再能满足需要，例如：“坐地日行八万里”是指人在静止时，每日要随着地球运动八万里（华里），即地球的周长．若以米为单位，则其数值将非常巨大，而且很不方便．因而，为了更简便地表示这些更大或更小的量，科学界引入了“数量级”的概念．

数量级是一种科学的记数方法，它是用 10 的正幂次代表大数，用 10 的负幂次代表小数．例如 1 摩尔物质中包含六千万亿亿多个分子（阿伏伽德罗数），就可表示为 6×10^{23}，它的倒数约为一亿亿亿分之 1.7，可表示为 1.7×10^{-24}．这一方法规定：指数相差 1，即代表数目大 10 倍或小 10 倍，称其为一个“数量级”．

物理学中将一个物理量的数值表示为一个小于 10 的数字乘以 10 的幂次，既表示了数量的大小，也包含了有效数字的位数，因而具有更加清晰的物理内涵．需要说明的是，当研究对象跨越很大的数量级范围时，单一的单位使用起来极为不便，通常的处理方法是在单位前加上一个词头(可参阅附录二),代表十进倍数或十进分数,如千(kilo)代表倍数 10^3，厘（centi）代表分数 10^{-2}．这些词头和物理量的单位组合在一起，便构成了尺度相差悬殊的、不同大小的单位，不仅在物理学中得到广泛使用，有一些已成为物理学名词的一部分，像纳米（nm）结构、飞秒(fs）光谱等概念，已成为一些新兴技术的标志和象征．另外,物理学是一门定量程度很高的学科，其理论结构相当严密，并且要求实验测量和理论计算的精度很高，因而掌握某一特征量的数量级是研究物理问题的重要内容．

需要全本请访问 www.ertongbook.com

1.1.2 物质世界的空间尺度

物质空间尺度按其大小可分为大尺度、中尺度和小尺度．把物质的空间尺度大于地球尺度的客体称为宇观系统；物质空间尺度在分子尺度以下的客体称为微观系统；物质的空间尺度在人体尺度上下几个数量级范围之内的客体称为宏观系统．就目前的研究而言，从微观到宇观跨越了 42～43 个数量级．图 1.1 示出了物质世界空间尺度的全貌．

追溯对自然的研究过程，人类首先选择了与其大小相适应的“米”（m）作为长度的基本单位，对人体尺度上下几个数量级范围内的宏观系统的物质结构和运动规律作了研究，尺度范围为 10^{-6}～10^{7}m．准确地说，这个宏观系统大到地球、小到分子，与我们的日常生活及很多工程技术密切相关，也是人类最为熟悉的空间客体，与其他物质层次相比，也是研究最为清楚的物质层次．

进入大尺度的宇观系统，人类对地球以外的天体进行了研究，空间尺度由 10^{7}m 达到了 10^{26}m．以太阳系为例，日地距离是地球半径的两万多倍，通常定义为 1 个天文单位（AU），但它只能作为太阳系内表示天体的单位，其精确值为 1.49597892×10^{11}m．太阳系以外的天体距离则是用光年（l.y.）或秒差距（parsec，单位符号为 pc）作单位．光年是指光在一年里走过的距离，约为 10^{16}m；秒差距是指选用地球公转轨道的半径为基线，视角差为 1 角秒的距离，1l.y. 相当于 0.3pc．银河系离我们最近，其直径为 7.5×10^{4}l.y.，离银河系最近的星系（小麦哲伦云）距离为 1.5×10^{21}m，更大的天体系统是星系团（尺度为 10^{23}m），比这更大的称为超星系团（10^{24}m），现在人类所能观测的极限为哈勃半径，尺度为 10^{26-27}m．

当人类使用了更为先进的观测仪器后，不仅加快了对宇观系统的探索，也在微观领域取得了突破．20 世纪 80 年代发明的扫描隧道显微镜（STM），真正做到了原子分辨，通过粒子加速器实现了人类在更小尺度的探索，目前微观研究已深入到核子以下的夸克层次（参阅本书第十一章），尺度达到 10^{-15}m（飞米）．这些研究向人类提供了微观层次的基本图像，如人体的组成包含了约 10^{16}个细胞，每个细胞中含有约 10^{12}～10^{14} 个原子，由此组成了最复杂的生命组织．

物质不仅有空间尺度的差异，质量上也存在很大差异．但是，因每个空间尺度上个体的大小不同，质量与空间尺度之间并不存在对应的关系，图 1.1 也列出了几种具有代表性的质量数量级．

1.1.3 物质世界的时间尺度

物质世界的时间尺度也称为物质的时标，表示物质处于某一状态所持续的时间．按照现代的标准宇宙模型推算，宇宙是在大约 $(1.0\sim2.0)\times10^{10}$ 年前的一次大爆炸中诞生的，其年龄具有 10^{18}数量级（秒）．在宇宙的早期，温度极高（10^{10}K 以上），物质密度也极大，整个宇宙无生命存在，而只有中子、质子、电子、光子和中微子等一些粒子状态的物质，宇宙的结构是非常简单的．随着宇宙体系的膨胀，温度急剧下降，大约在大爆炸后的三分钟，温度降到 10^{9}K 左右，那时较轻的原子核（氘、氦等）开始合成，温度从 10^{9}K 降到 10^{6}K 也就成为轻元素的早期合成阶段．又经过了大约 40 万年时间，温度降到

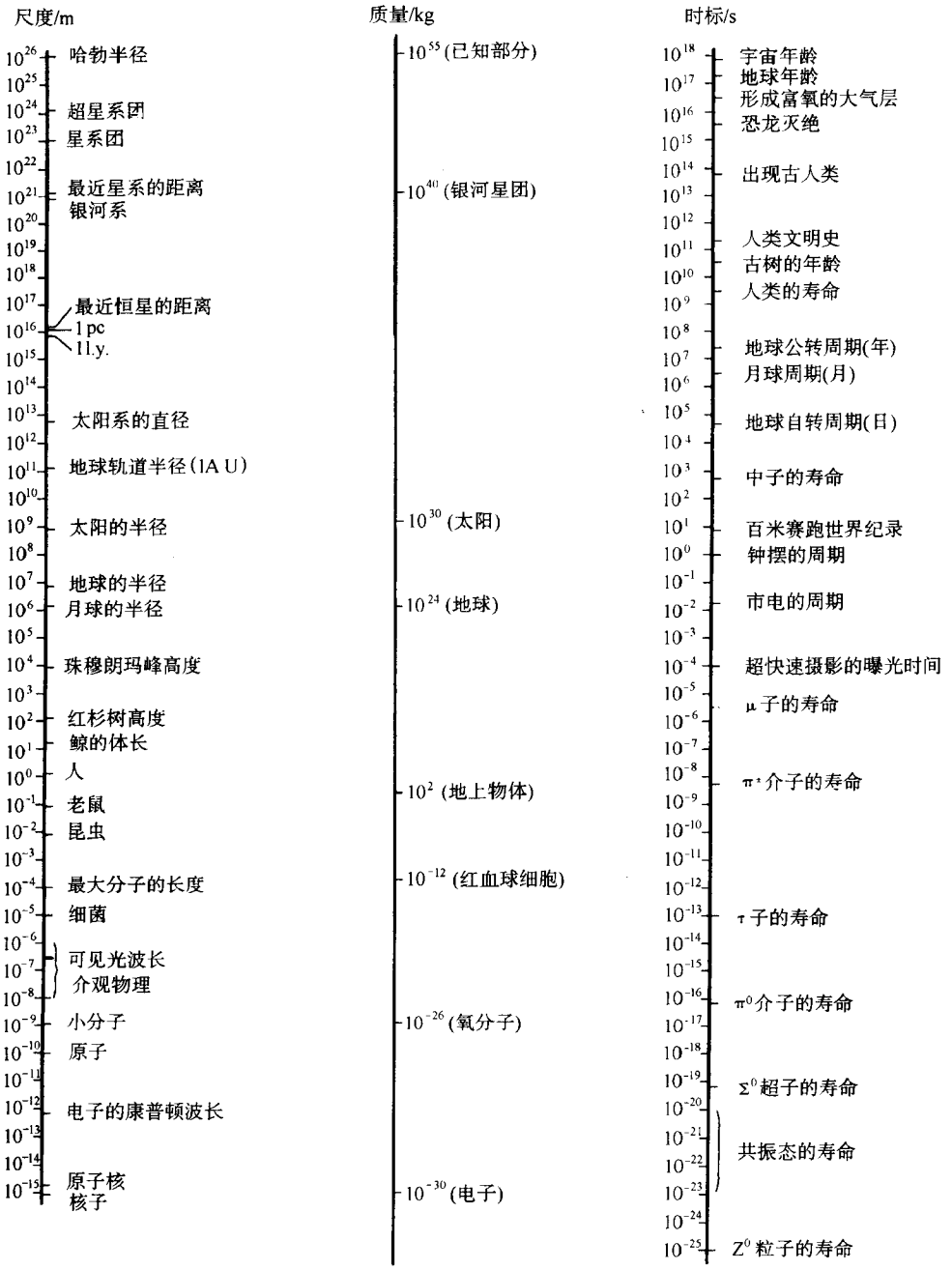


图 1.1 物质世界的空间尺度和质量　　图 1.2 物质世界的时间尺度

了几千 K，原子核与电子复合成电中性的原子和分子，那时的宇宙主要是气态物质，气体逐渐凝聚成气云，再进一步形成了各种各样的恒星体系，演变为今日的宇宙 .

恒星不断地向外释放能量，这些能量来自于内部的热核反应，当核燃料耗尽后，恒

星就会死亡．恒星质量愈大，聚变反应速度愈快，其寿命愈短．据估计，太阳的寿命约10^{10}年，而太阳的年龄约为5×10^{9}年，正处于壮年期．

在对宇观世界讨论的同时，我们不妨看一下微观世界．20世纪30年代，物理学的发展让人类的视野进入了原子，弄清了原子是由原子核和电子组成的，电子、质子、中子、光子成为人类最早认识的基本粒子，之后又发现了玻色子、轻子、强子三大类的更多粒子(详见第十一章)．但其中绝大多数已发现的粒子是不稳定的，一种粒子通过衰变成为其他粒子，所以，粒子的寿命是指粒子从产生到衰变前存在的时间．在常见的基本粒子中，光子、电子和质子是稳定的，其余的粒子寿命如图1.2所示，图中标注了物质世界的时间尺度，可以看出，现在所知道的物质世界最短寿命为10^{-25}s (Z^0)．

§1.2 物质的基本形态及存在形式

自然界中的物质在分子力作用下形成了自身的形态，并以特定的形式而存在着．概括起来说，所有的形态可归结为四种基本形态：固态、气态、液态和等离子体态；所有的存在形式可归结为两类：实物和场．

1.2.1 分子间的作用力

物质是由分子（原子）组成的，分子整体上呈电中性，但分子（原子）内部包含着运动的电荷（核外电子和核内质子所带的正电荷），电荷的运动形成了分子间的电磁相互作用．当两个分子相互接近时，每个分子的表面电荷密度将重新分布，表面的电子会稍微偏离分子单独存在时的状态，在分子的某个部分上，电荷的平均距离变小，而在另一个部分上变大，进而在两个分子上形成了带相反电荷的区域，产生分子间的吸引力．值得指出的是，这一特殊区域只能在分子距离很近时产生，因而分子作用是近距作用（短程作用)．如果分子靠得更近，将导致原子的外层电子壳层重叠，这时两分子的电子壳层均属同种电荷，分子间形成了排斥力．

分子间除以上作用外，还存在万有引力，但分子间的作用力主要表现为电磁力．这是因为，如果把分子之间的万有引力和分子间的电磁力相比，后者比前者大10^{29}倍，万有引力是可以忽略的．另外，分子的电中性决定了分子间的电磁力的大小，其微弱程度又不能与其他带电离子的电磁作用相比拟，因而在一般的标准下，分子间的力是很小的。从作用效果上看，将这一作用施加在质量非常小的分子上，却能够产生比重力加速度大10^{14}倍的瞬时加速度．这种加速度会在极短的时间里使分子获得很高的速度，并使加速后的快分子很快跑出另一个分子的作用范围．

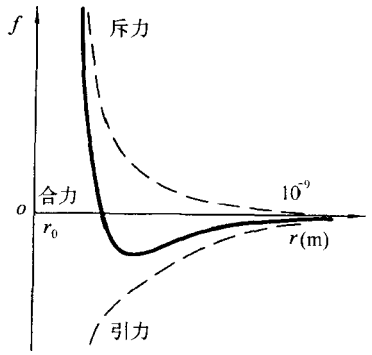


图1.3 分子间的作用力

图1.3示出了分子间的相互作用力与距离间的关系，图中的r_0约为2.5×10^{-10}m，当分子间距为r_0时，分子间的吸引力和排斥力的合力为零，因

而这一距离常被认为是分子碰撞时能靠得最近的近似距离，称为分子的有效直径．当分子间的距离大于 r_0 时，合力主要表现为吸引力，且当距离约为原子直径的四倍时（即分子有效直径），合力趋于零；当分子间的距离小于 r_0 时，合力则为排斥力，而且它的变化斜率相当大，因而只有高能粒子才能进入分子内部，一般原子不可能进入分子．

1.2.2 物质的基本形态

分子间的作用决定了物质的形态．当物质中的分子间距约为 r_0 时，分子没有足够的能量来克服其他分子的吸引力，只能在 r_0 附近振动，若这种振动中心基本上是稳固的，则物质处于固体形态；若分子具有较大的振动能量，其振动中心是可以自由移动的，则物质处于液体状态，具有流动性；当分子具有较高的动能时，分子就能够摆脱其他分子的吸引而成为自由运动的粒子，此时的物质则为气体状态．

固体通常具有一定的体积和形状，可将其分为晶体、非晶体、准晶体三类．对晶体而言，内部的粒子呈现规则性排列，这些粒子可以是原子、分子和离子，一般也称其为原子态的、分子态的、离子态的或宏观分子态的晶体．例如：金属是原子的有规则排列，属于原子态的晶体；金刚石等是非金属元素以及许多化合物的规则排列，属于分子态晶体；盐等是离子的规则排列，属于离子态晶体．对于非晶体而言，其内部的粒子是无规则排列的，它们的粒子由一些大的长链分子组成．这些分子缠结在一起，有点类似于液体，但没有确定的熔点，形成了与晶体（具有确定熔点）的又一区别，如玻璃、沥青、塑料等．而准晶体既不像晶体粒子的规则排列，也不像非晶体粒子的完全无规则排列，而是具有长程准周期排列的特点，即在某一范围内，主要表现为晶体特性，超出这一范围，则主要表现为非晶体特性，是一种较为复杂的物质形态．

液体通常有一定的体积，但无确定的形状；气体则是既无一定的形状又无一定体积的物质形态，而这两种状态除自身的特点和运行规律外，还具有流动性．这些将在本书第五、六、七章详细介绍．

除固体、液体、气体三种状态外，人类又发现了物质的等离子体态，也有人称其为物质第四态．严格地说，等离子体就是电离了的气体，它是由电子、离子和未电离的中性粒子三种成分组成的，整体上呈准电中性，而且是集体效应起主要作用，是自然界里更为复杂的一种聚集状态．它能够引起局部的电荷集中，产生电流，形成电场和磁场，这些场又反过来影响其他区域的带电粒子，因而等离子体态下的粒子运动，必然受到局部条件和整个等离子体的制约．综观整个宇宙中的物质，竟然有 99% 以上的物质处于等离子体态，只是人类现在生存的近地空间存在较少。在目前，对于等离子体理论和实验的研究已形成了一门新兴学科——等离子体物理学，并且出现了与等离子体有关的边缘学科．相关知识将在本书第九章介绍．

1.2.3 物质存在的基本形式

实物和场是物质存在的两种基本形式．实物是由原子、分子组成的客观实体，它包含了大到宇宙天体、小到静止质量不为零的基本粒子，如太阳、地球、电子、质子、中子等．场是物质的又一存在形式，它是传递物质相互作用的媒质，如引力场是传递引力

需要全本请访问 www.ertongbook.com

作用的媒质、电磁场是传递电磁作用的媒质，都属于无形的物质存在形式．从实物和场的基本性质上分析，实物和场都具有能量和运动属性，可参与物质之间的相互作用．但场却表现出特有的弥散性和叠加性，也就是说，场可以弥散于整个空间，并在空间的任意点允许各种场同时存在，且保持各自的独立特征，当相同性质的场在空间某一点相遇时，可以相互叠加．

值得指出的是，物质无论以何种形式存在，其运动属性是不会改变的，自然界中没有不运动的物质，也不存在脱离物质的运动，这点早已为物理学家所证明．

§1.3 物质世界的基本作用

物质无论大小和以什么形式存在，它们之间总是存在着各种相互作用，这些作用改变着物质的运动状态，支配着自然界的千变万化．迄今人类所认识的基本作用有四种，它们分别是引力相互作用、电磁相互作用、强相互作用和弱相互作用．

万有引力相互作用是物质间最普遍的一种作用．当两个物体相距一定距离时，便存在引力作用，它的作用范围可以达到无限远．但在日常生活中，人类只对地球的引力作用（重力）有感觉，而对其他宏观物体间的引力常常没有感觉，这是由于一般物体的质量较小、万有引力可以忽略不计的缘故．但在研究星体间的相互作用时发现，由于星体的质量很大，万有引力的作用很强，因此将对天体的运行和演化将产生重大影响．

电磁相互作用是整个自然界最普遍的相互作用，它影响着从宏观到微观的所有物质世界，其作用范围可以达到无限远，属于长程作用．从微观上看，一切物质的理化性质都与分子、原子的变化有关，是以电磁相互作用为基础的．

强相互作用是核力相互作用，是微观世界中基本粒子间的一种相互作用，其作用力程很短，只有 $10^{-15}\mathrm{m}$，作用时间也很短，只有 $10^{-23}\mathrm{s}$，但其作用强度很大．

弱相互作用是基本粒子衰变过程中的一种相互作用，常发生在原子核的 β 衰变、μ 子的衰变等过程中．它的作用力程更短，其有效作用范围仅为 $10^{-17}\mathrm{m}$，作用强度大于万有引力，而小于电磁相互作用．

若将以上四种作用作数量级比较，设距离源 $10^{-15}\mathrm{m}$ 处强相互作用力的强度为 1，则其他力的强度分别为：电磁力是 10^{-2}，弱相互作用力为 10^{-13}，万有引力仅为 10^{-38}．由此可见，万有引力作用是四种相互作用中强度最弱的一种，而且相差悬殊，在研究电磁力时．若不特别声明，万有引力则可忽略不计．

为了更为清楚地比较物质间的相互作用，现将四种作用汇总于表 1.1.

长期以来，物理学家总是在探索如何将物理学的理论归纳综合，以达到理论上的统一和认识上的飞跃．以力学为例，牛顿运动定律和万有引力定律实现了经典力学的综合，爱因斯坦的相对论则实现了更大范围的力学统一．那么能否在物质相互作用之间建立这种统一呢？1967 年温伯格等人提出了一个把弱相互作用和电磁相互作用统一为电弱相互作用的理论．后来，鲁比亚等从实验上证明了这个电弱相互作用的理论．这一发现也把原来的四种相互作用统一为三个．受此鼓舞，许多物理学家正在研究强相互作用和电弱相互作用的统一，并期盼实现物质间四种相互作用的“大统一”．

表 1.1　四种基本作用

相互作用类型	引力相互作用	弱相互作用	电磁相互作用	强相互作用
作用距离	长程	$<10^{-14}$cm	长程	$<10^{-13}$cm
相对强度	10^{-38}	10^{-13}	10^{-2}	1
典型衰变时间		10^{-10}s	$10^{-16}\sim10^{-20}$s	10^{-23}s
媒介粒子	引力子?	中间玻色子 $W^{\pm}$，Z^0	光子 γ	胶子 $g_1\sim g_8$
媒介粒子质量	未知	约 90GeV	0	假定为 0
被作用客体	一切物体	强子，轻子	强子，e，μ，τ，γ	夸克，胶子，重子

§1.4　物理科学的学科层次

物质可划分为不同的层次，各个层次的物质有其特殊的组分、结构与性能，物理学对每个层次物质的研究和探索，便形成了物理学的物质科学体系．表 1.2 列出了物质层次及其对应的学科．

表 1.2　物质层次及其对应学科

研究客体	空间尺度/m	主要学科
?	↑	物理学前沿
目前观测的最大范围	$10^{26}\sim10^{27}$	宇宙学
超星系团、星系团、恒星	$10^{23}\sim10^{24}$、$10^{18}\sim10^{22}$、$10^{4}\sim10^{12}$	天体物理学、空间物理学
地球	10^{7}	地球科学
凝聚态物质	$10^{-3}\sim10^{6}$	凝聚态科学
介观物质	$10^{-8}\sim10^{-6}$	介观物理学
分子、原子	$10^{-10}\sim10^{-8}$	原子物理、分子物理、光学、化学
原子核	$10^{-15}\sim10^{-14}$	原子核物理学
强子、夸克、粒子	10^{-15}、$<10^{-16}$	粒子物理学
?	↓	物理学前沿

物理学除作为物质科学进行研究以外，还要系统地研究物质的运动变化及其相互作用规律，因此“理性”成为物理学又一重要内容．传统的观点常把物理学划分为力学、热学、电磁学、光学、原子及核物理．为了在本书中突出物质的内容，我们将以物质的结构层次为主线，介绍与之相对应的物理规律，并重点讨论宏观和微观两个层面的基本规律．

思 考 题

1.1 本章所提到的“物”和“理”含义是什么？描画出你所认识的物质世界的结构和层次.

1.2 有人认为，实物是实的，场是虚的，在我们的现实生活中起主要作用的物质是实物，场的存在是微不足道的. 你认为这种观点对吗？为什么？

1.3 有人提出，物理学习惯于研究简单系统. 你的观点如何？为什么？

1.4 本章的 1.2.1 和 1.3 两次将万有引力与电磁力做比较，数值却不同，你能否说出这是为什么？

第 2 章　实物运动基本规律

实物的运动形式是多种多样的，实物之间或实物内各部分之间相对位置的变化是最简单、最基本的实物运动，这种运动称为机械运动，几乎存在于实物运动的各种形式之中。

机械运动包括平动和转动两种基本形式．尽管平动和转动的运动形式不同，但其研究方法和思路是相通的：都不考虑实物的微观结构；都可引入恰当的物理模型，使问题的研究得以简化；在一定的尺度与速度范围内，都可从牛顿力学理论出发来探讨其运动规律。例如，在平动问题的研究中不必考虑实物的形状和大小，可引入质点模型，从而将实物的平动简化为质点的运动；在转动问题的研究中，由于必须考虑实物的形状和大小，可将实物划分为许多微小部分，每一微小部分可视为一个质点，整个物体可视为许多质点组成的质点系，当实物的形状、大小变化不大时（与其原有形状、大小相比），若忽略其形变不影响对问题实质的探讨，就可将实物看作刚体进行研究。引入刚体模型后，实物的转动就简化为刚体的转动。

本章将以平动和转动为基础，介绍实物的基本运动规律，主要内容包括实物运动学、相平面与相空间、实物动力学以及时空对称性与守恒定律等。

§2.1　实物运动学基础

运动学从几何观点研究和描述物体相对位置随时间的变化规律，其核心内容就是在一定的时空上确定物体的位置及其变化.

2.1.1　时空的基本属性

要研究物质的运动，必然涉及空间和时间两个概念．时间用于描述运动的连续性，空间用于描述运动的广延性．牛顿等认为物质、时间、空间三者是分离的，物体是在绝对静止的空间中随着绝对时间的流逝而运动的 .

爱因斯坦等在长期的科学实践中，通过对时空的观测、研究和理性思考，认清了时空的基本属性，提出了时间均匀性假设、空间均匀性和各向同性假设 .

1. 时间均匀性假设　时间平移对称性

时间均匀性假设的基本内容是：时间是一维的，它均匀地流逝着．时间的一维性，是指时间的测量与空间方位无关 .如在某确定的空间测量某事件所经历的时间，无论钟放在什么方位，结果都相同．时间的均匀性可以这样理解：在某时刻做某个物理实验得到一个结果，换一个时刻在相同的条件下重复该实验，结果是相同的 .

时间的均匀性意味着，当时间的计算起点移动时，物理规律的具体形式（表现为数

学方程）不会改变，即物理规律对时间的平移变换具有不变性．这种不变性表明，不同的时刻在物理上是等价的，时间具有平移对称性．

2. 空间均匀性和各向同性　空间平移与旋转对称性

空间均匀性和各向同性假设的基本内容是：空间分布是均匀的，而且是各向同性的，即某方位的空间分布不可能与其他方位的空间分布有什么不同．这一假设表明，不同的空间位置在物理上是等价的．

空间的均匀性可以这样理解：在实验室做某物理实验，无论将仪器、设备放到什么位置，只要条件、方法等相同，所得结果就相同．这说明将空间坐标的原点移动时，物理规律的具体形式不会改变，即空间具有平移对称性．空间的各向同性可以这样理解：在实验室中某处做某个物理实验得到一个结果，然后将实验仪器在原地转过任意角度，重复这一实验，所得的结果仍然相同．这说明空间的一切方向都是等价的，物理规律对于空间的旋转变换具有不变性，即空间具有旋转对称性．

2.1.2　参考系　坐标系

在观测、描述物体的运动时，必须选择另外一个物体作为参照，这个参照物体就称为参考系．选择不同的参考系，对同一物体的运动会得出不同的观测结果和不同的．例如，坐在火车上的人说，从其手中落下的物体沿着直线下降；而站在路边的人却说该物体沿曲线运动．总之，运动是绝对的，而运动的描述是相对的．

参考系确定以后，要精确描述物体的位置及运动状态，必须在参考系上建立适当的坐标系．坐标系是固定在参考系上的，它实际上是参考系的一种数学抽象．

2.1.3　实物平动的描述

1. 位置矢量

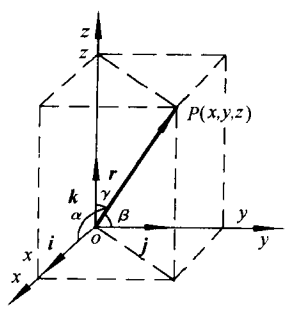


图 2.1　位置矢量

实物平动的描述归结为质点运动的描述，首要问题是确定质点的位置．质点的位置用位置矢量来描述，如图 2.1 所示．在直角坐标系中，从原点 O 到 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 表示质点 P 的位置，矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量，简称位矢，也叫径矢．$\boldsymbol{r}$ 沿三个坐标轴的分量分别是 x，y，z，以 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 分别表示 x，y，z 方向的单位矢量，则可将 $\boldsymbol{r}$ 表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{2.1}$$

质点运动时的坐标 x，y，z 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 都是时间的函数，即

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t) \tag{2.2a}$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{2.2b}$$

上式称为运动方程

2. 位移

质点运动时其位置的改变量用位移来描述，它是由初始位置指向末位置的矢量．设质点在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻分别通过 P_1 和 P_2 点，其位矢分别是 $\boldsymbol{r}(t)$ 和 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$（图 2.2），则位移由 P_1 引到 P_2 的矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示，它等于位矢的增量，即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{2.3}$$

应当指出，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 $\Delta r=r_2-r_1$（位矢大小的增量）和路程 Δs（路径长度）是不相同的，当 Δt 趋于零时，可认为 Δs 与 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 相等．可见位移仅由初、末位置决定，与运动物体所经历的具体路程无关．

. 速度

速度是描述质点运动快慢的物理量．我们把质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和所经历的时间 Δt 的比值，在 Δt 趋近于零时的极限，定义为质点在某一时刻 t 的瞬时速度（简称速度），即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{2.4}$$

(2.4) 式表明，速度是位矢对时间的变化率．质点在 t 时刻的速度方向就是该时刻质点所在处运动轨道的切线方向，如图 2.3 所示．

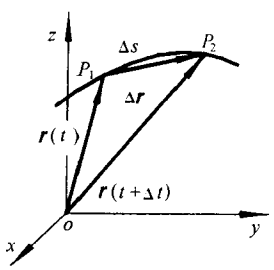


图 2.2　曲线运动中的位移

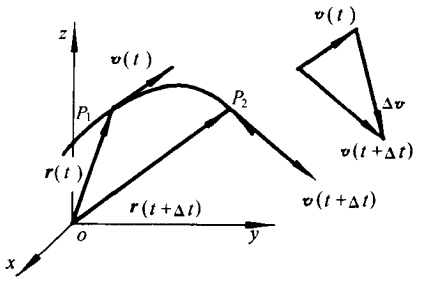


图 2.3　速度的增量

在三维直角坐标系中，速度可表示为

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{2.5}$$

速度的大小为 $v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，$v$ 也称速率，它是路程对时间的变化率．

4. 加速度

我们把质点的速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 和所经历的时间 Δt 的比值，在 Δt 无限趋近于零时的极限（如图 2.3所示），定义为质点在某一时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{2.6}$$

加速度是速度对时间的变化率，它是反映速度变化快慢的物理量．

在三维直角坐标系中，加速度可表示为

需要全本请访问 www.ertongbook.com

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{2.7}$$

在图 2.4所示的自然坐标系中（以运动轨道的切向和法向为轴建立坐标系），质点的位置可以用它离轨道上某定点 O 的曲线长度来表示．可以证明，在自然坐标系中速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} \tag{2.8}$$

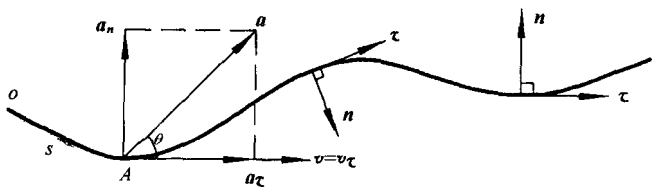


图 2.4　曲线运动的自然坐标系

加速度可分解成切向与法向两个分量，分别描述速度大小和方向变化的快慢．

切向加速度为
$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} \tag{2.9}$$

法向加速度为
$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \tag{2.10}$$

以上两式中 τ、$\boldsymbol{n}$ 分别为切线方向和法线方向的单位矢量，ρ 是曲线在 A 点的曲率半径。

质点在某位置处的合加速度为

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n \tag{2.11}$$

例题 2.1　某质点在 Oxy 平面内运动，其位矢为

$$\boldsymbol{r}(t)=R(\cos\omega t\boldsymbol{i}+\sin\omega t\boldsymbol{j})$$

其中 R 与 ω 均为常量，求质点运动的速度、加速度以及运动轨迹．

解　已知运动方程求解速度、加速度等用微分法．根据式（2.4）和式（2.6），有

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=-R\omega(\sin\omega t\boldsymbol{i}-\cos\omega t\boldsymbol{j})$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=-R\omega^2(\cos\omega t\boldsymbol{i}+\sin\omega t\boldsymbol{j})=-\omega^2\boldsymbol{r}(t)$$

由质点位置坐标式 $x=R\cos\omega t$，$y=R\sin\omega t$ 中消去时间 t，得质点的轨迹方程为

$$x^2+y^2=R^2$$

例题 2.2　已知某运动质点 $t=0$ 时刻的初速度 $\boldsymbol{v}_0$、位矢 $\boldsymbol{r}_0$ 以及加速度 $\boldsymbol{a}$ 等均为常矢量求质点在 t 时刻的速度 $\boldsymbol{v}$、位矢 $\boldsymbol{r}$.

解　第一步：先由已知的加速度 $\boldsymbol{a}$、初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 求 t 时刻的速度 $\boldsymbol{v}$

由 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 得 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$，两边同时积分，有

$$\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0=\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{a}\mathrm{d}t=\boldsymbol{v}_0+at$$

第二步：由速度v以及位矢r_0求t时刻的位矢r.

由$v=\frac{dr}{dt}$得 $dr=vdt$，两边同时积分，有

$$r=r_0+\int_{t_0}^{t} v\,dt=r_0+\int_{t_0}^{t}(v_0+at)\,dt=r_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

2.1.4 运动描述的相对性——运动合成定理

在不同的参考系中，对同一物体运动的描述也不同，这就是运动描述的相对性.

如图 2.5 所示,设地面是静止的,称为静系；车是运动的，称为动系。物体（质点）相对静系的运动叫绝对运动；物体（质点）相对动系的运动叫相对运动；动系相对于静系的运动叫牵连运动。运动合成定理揭示了绝对运动、牵连运动以及相对运动之间的关系。

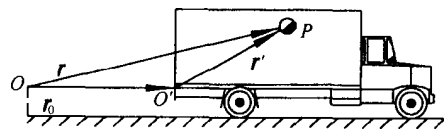


图 2.5 运动的相对性

设某一时刻物体位于P点，质点在静系中的位矢是r，在动系中的位矢是r'，O是静系的坐标原点，O'是动系的原点，r_0是O'在静系中的位矢 . 从图中不难看出

$$r=r_0+r' \tag{2.12}$$

两端同时对时间求一阶、二阶导数有

$$v=v_0+v' \tag{2.13}$$

$$a=a_0+a' \tag{2.14}$$

绝对运动用r、v、a来描述；相对运动用r'、v'、a'来描述；牵连运动用r_0、v_0、a_0描述 . 以上公式说明，绝对运动是牵连运动与相对运动的矢量和 .

2.1.5 刚体定轴转动的描述

刚体运动时，如果其内部各个质点都绕同一直线作圆周运动，这种运动就是转动，该直线叫做转轴 . 如果转轴相对所选参照系是固定不动的，叫定轴转动 .

刚体是一个特殊的质点系，如果引用前面描述质点运动的物理量（称之为线量）来描述刚体转动，将会使问题变得十分复杂，因为各质点的速度、加速度是不相同的 .

对于定轴转动的刚体，常取一垂直于定轴的平面作为转动平面，并在转动平面上任选一点，引入角量来描述 .

如图 2.6所示，P为刚体转动平面内的一个质点，O为转轴和某转动平面的交点，P在转动平面内绕O点作圆周运动，任意时刻t，P点与O点的连线OP与参考方向的夹角θ表示P点的角位置；在Δt时间内OP相对参考方向扫过的角度$\Delta\theta$,表示P点的角位移;OP在单位时间内相对参考方向扫过的角度，表示P点的角速度ω;P点的角速度在单位时间内的变化量，表示P点的角加速度β. 显然，整个刚体具有和P点相同的角速度、角加速度 .OP与参考方向的夹角θ随时间变化的函数关系

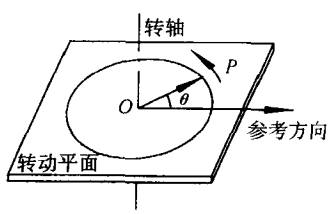


图 2.6 转动平面

称为刚体的转动方程．用角量描述转动问题相当简便．

依据上面的讨论，仿照前面各线量的定义方法，可定义以下各角量

刚体的角速度

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{2.15}$$

刚体的角加速度

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{2.16}$$

令 $OP=R$，不难看出，P 点的线速度、线加速度与角速度、角加速度有如下关系：

P 点的线速度

$$v=R\omega \tag{2.17}$$

P 点的切向线加速度

$$a_\tau=R\beta \tag{2.18}$$

P 点的法向线加速度

$$a_n=R\omega^2 \tag{2.19}$$

以上讨论的角速度、角加速度等都为代数量．当分析较复杂的问题时，要同时考虑到各量的大小和方向，用矢量表达式往往更为方便．

人们规定刚体绕定轴转动的角速度矢量 ω 沿转轴方向，与刚体的转动方向成右手螺旋关系，见图 2.7．可以证明角速度矢量 ω 服从矢量运算法则．

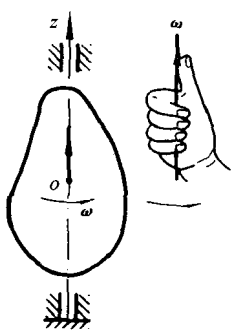


图 2.7　角速度矢量 ω 方向的规定

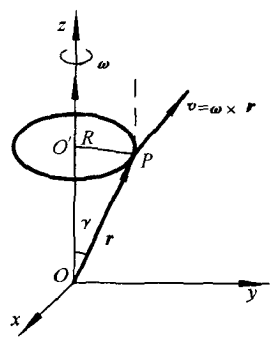


图 2.8　ω 与 v 的关系

可以用角速度矢量 ω 来表示刚体上某点的线速度 v．以地面为参考系，建立坐标系如图 2.8．坐标原点 O 作为速度矢量 ω 的起点，从 O 点作 P 点的矢径 $\boldsymbol{r}$，用 γ 表示 P 点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 与转轴（即 z 轴）正方向的夹角，角速度矢量与刚体上 P 点线速度的关系为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r} \tag{2.20}$$

由式（2.20）可求出 P 点的速度大小：

$$v=|\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}|=r\omega\sin\gamma=R\omega$$

这与（2.17）式一致．$\omega\times r$ 的方向与 P 点的速度方向一致．

例题 2.3　一根钢绳绕过一定滑轮拉动一升降机（如图 2.9 所示），滑轮半径 $r=0.5\mathrm{m}$，如果升降机从静止开始匀加速上升，加速度 $a=0.4\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，求：(1) 滑轮的角加速度；(2) 从开始上升时计，$t=5\mathrm{s}$ 末滑轮的角速度；(3) 在 0～5s 内滑轮转过的圈数；(4) 从开始上升时计，$t=1\mathrm{s}$ 末滑轮边缘上一点的加速度．

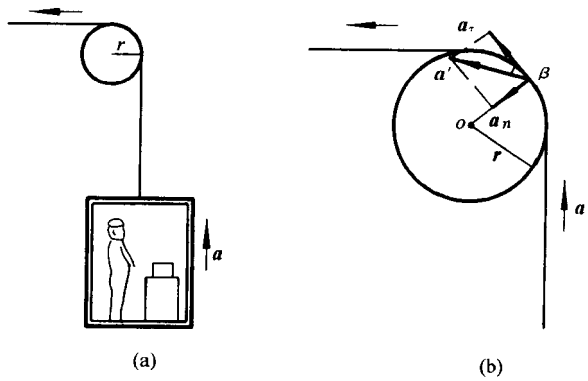


图 2.9　例题 2.3 图

解（1）升降机的加速度与滑轮边缘上一点的切向加速度相等，据（2.18）式可得滑轮的角加速度为

$$\beta=\frac{a_\tau}{r}=\frac{a}{r}=\frac{0.4}{0.5}=0.8\ (\mathrm{rad\cdot s^{-2}})$$

（2）由（2.16）式可得　　$\mathrm{d}\omega=\beta\mathrm{d}t$

两边同时积分，得　　$\omega=\int_0^t\beta\mathrm{d}t+\omega_0$

本题角加速度为常量，故有

$$\omega=\omega_0+\beta t=\beta t=0.8\times5=4(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

（3）由（2.15）式可得

$$\theta=\int_0^t\omega\mathrm{d}t=\int_0^t(\omega_0+\beta t)\mathrm{d}t=\theta_0+\omega_0t+\frac{1}{2}\beta t$$

代入数据，考虑到 $\theta_0=0$，$\omega_0=0$，有

$$\theta=\frac{1}{2}\times0.8\times5^2=10\ (\mathrm{rad})$$

与此相应的圈数为 $\frac{10}{2\pi}=1.6$ 圈．

（4）滑轮边缘上一点的加速度为

$$a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=\sqrt{(r\omega^2)^2+a^2}$$

$t=1\mathrm{s}$ 末滑轮的角速度为

$$\omega=\beta t=0.8\times1=0.8(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

代入上式，有

$$a=\sqrt{(0.5\times0.8^2)^2+0.4^2}=\sqrt{0.32^2+0.4^2}=0.51\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

加速度的方向与轮缘切线方向的夹角为

$$\beta=\arctan\frac{a_n}{a_\tau}=\arctan\frac{0.32}{0.4}=38.7^\circ$$

§2.2 相平面 相空间

2.2.1 相平面 相空间

经典运动学观点认为，只要知道质点的位置、速度、加速度、轨迹方程，就获取了质点运动的所有信息．事实上未必如此，如果换一个角度，比如以位置和速度作为坐标参量构建一个坐标系，便得到一个新的平面或新的空间，物理学中称其为相平面或相空间．位置和速度的关系曲线为物体运动的相图．相平面、相空间中的‘相’是指物体的运动状态．相图能够提供更多的信息，已成为现代物理学研究物体运动的基本手段和方法．

为了加深对相平面、相空间的理解，这里引入力学系统的广义坐标、广义速度．

在经典力学中，一个自由质点的运动状态可以用 6 个变量 (x, y, z, v_x, v_y, v_z) 描述，其中 (x, y, z) 描述质点的位置，(v_x, v_y, v_z) 描述质点的速度．一般来讲，一个力学系统的运动状态，可以用 n 个广义坐标 q_i 和 n 个相应的广义速度 p_i 共 $2n$ 个变量描述．以 (q_i, p_i) 为坐标，可以构建一个 $2n$（n 为力学系统的独立变量的数目）维的状态空间．该空间的每一点对应力学系统的一个状态；每一条曲线，对应力学系统一种可能的状态变化过程．用这种方法可以对力学系统的整体运动进行精确的描述，这个状态空间称为相空间．状态空间的每一曲线称为相轨迹或相图．当然，如果力学系统只有两个变量，相空间就简化为相平面．

设某质点作直线运动，其坐标为 x、速度为 y 或 $\dot{x}$（$y=\dot{x}=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$）．以 $(x, \dot{x})$ 为坐标，建立一个平面坐标系 $Ox\dot{x}$（如图 2.10），则物体的每一个运动状态对应于相平面中的一个点 $M(x, \dot{x})$，M 称为相点．在相平面中相点的运动轨迹就是相图，一般来说相图是一条光滑的曲线，是质点状态的集合．

下面我们以中学已学过的简谐振子为例，来分析相图所提供的运动信息．

简谐振子的运动是简谐振动，其运动方程为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

简谐振子的速度、加速度分别为

$$y = \dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

从位移、速度公式中消去时间 t，得

$$x^2 + \frac{y^2}{\omega^2} = C^2$$

常数 C 由初始条件决定．以 x 和 y 为轴，建立相平面 Oxy，一对 (x, y) 或者 $(x, \dot{x})$ 数值决定了一个运动状态，在相平面上对应一个点．研究谐振子的位移、速度随时间的变化，就可以得到一系列点，继而可描绘出一条曲线．对于一定的 C 值，相轨迹是一个椭圆，如图 2.11 所示．不同的 C 值对应系统不同的初态（即不同的能量），按 C 值的不同，可得到一簇大小不同的椭圆．从相轨迹中可以看出：

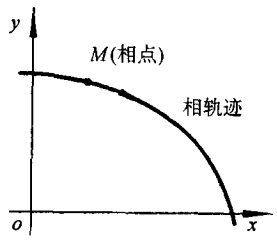


图 2.10　相平面

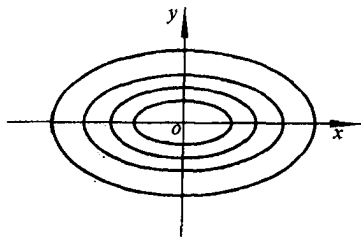


图 2.11　简谐振子运动的相图

(1) 简谐振子的所有相轨迹都是闭合曲线．相点沿闭合曲线运行了一周，又回到原先的运动状态，然后再重复以前的运动．因此可以断定，所有的椭圆相轨迹都对应着一个周期运动，其周期是一个有限值．

(2) 如果质点位于相平面上 O 点时，$x=0$，$\dot{x}=0$ ，$\ddot{x}=0$，物体运动的速度和加速度均为零，相平面上这样的点对应于一个平衡状态．若没有任何扰动使系统偏离 O 点，它将一直停留在该点．

2.2.2　奇点的分类

相图上速度和加速度同时为零的那些点称为 $x\sim x$ 微分方程的奇点，奇点对应着动力学系统的平衡状态，因此奇点也称为平衡点．根据相平面上奇点附近相轨迹形状的不同（图 2.12），可将奇点分为以下几种：

(1) 中心．如果某奇点没有一条相轨迹通过，且其附近的相轨迹均是不含该奇点的闭合曲线，这样的奇点称为中心．物体运动状态以相轨迹上某一点为起点开始变化，经过了一定时间之后，又返回原来的状态，这样的相轨迹显然对应一种周期运动．图 2.10 及图 2.12 (a) 中的 (0，0) 点就是中心奇点，它把闭合轨迹缩成一点．

(2) 焦点．如果某奇点附近所有层层卷迭的螺线形相轨迹都向其逐渐逼近，该奇点称为焦点．例如，某单摆受到阻力作用，最后达到静止状态，这种平衡状态就是一个焦点，如图 2.12 (b) 所示．

(3) 结点．所有附近的相轨迹均通过某奇点，类似于抛物线通过原点的形式那样，该奇点称为结点．例如，在过阻尼振动中的平衡状态就是一个结点，如图 2.12 (c) 所示．

(4) 鞍点．如果有且仅有两条相轨迹通过某奇点，其他附近的相轨迹均以这两条相轨迹作为它的渐近线，该奇点称为鞍点，如图 2.12 (d) 所示．

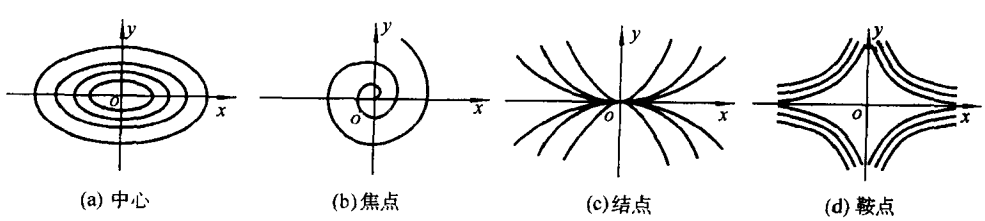


图 2.12　奇点的分类

需要全本请访问 www.ertongbook.com