第一章　绪论

§1.1　混沌(chaos)的来源

英文中的 chaos 一词源于古希腊的“ Xoas”，意思就是指万物出现之前就存在一个虚无广大的空间，而英文中的“ chaos ”是指‘ 杂乱无章、混乱无序 ’之意，中文翻译成‘ 浑沌 ’，演绎成‘ 混沌 ’。

从 20 世纪 60 年代初，科学家就开始探索自然界的一些捉摸不定的现象。1963 年麻省理工学院著名的气象学家洛伦兹（Lorenz）一次偶然发现了一个新现象：在一个特定的方程组中，小小误差就可引起灾难性的后果，即初值十分接近的两条曲线的最终结果相差可能会惊人的大。它表明确定论的系统表现出随机行为，他称之为：决定论非周期流。这一论点打破了拉普拉斯决定论的经典理论，这种新现象也是以前的科学家所无法解释的。后来洛伦兹又首先提出了“ 蝴蝶效应 ”的理论，即一种对初始条件的极其敏感性依赖性。人们风趣地把它比喻为今天在北京有一只蝴蝶煽动翅膀，就可能会引起下个月纽约一场风暴的效应。后来人们认识到，当时洛伦兹提出的决定论非周期流现象其实就是一种混沌现象，洛伦兹本人也因之被誉为‘ 混沌之父 ’。

20 世纪 70 年代是混沌科学发展史上光辉灿烂的年代。1971 年，法国物理学家 D.Ruell 和荷兰数学家 F.Takens 为耗散系统引入了‘ 奇怪吸引子 ’这一概念。1975 年，中国学者李天岩和美国数学家 J.Yorke 在《America Mathematics》杂志上发表了“ 周期三意味着混沌 ”的著名文章，深刻揭示了从有序到混沌的演变过程，这也使“ 混沌 ”作为一个新的科学名词正式出现在文献之中。1976 年，美国生

物学家 R.May 在美国《自然》杂志上发表了“具有极复杂的动力学的简单模型”一文，文中指出，非常简单的一维迭代映射也能产生复杂的周期倍化和混沌运动，它向人们揭示了生态学中一些简单的确定论数学模型竟然也可以产生看似随机的混沌行为。 1977年，第一次国际混沌会议在意大利召开，标志着混沌研究在国际科学界的正式起步。1978年，日本著名统计学家久保指出：在非平衡非线性系统的研究中，混沌问题揭示了新的一页。也是 1978年，美国物理学家 M.J.Feigenbaum 在《统计物理学杂志》上发表了“一类非线性变换的定量的普适性”的文章，轰动世界。 1978 年和 1979 年 M.Feigenbaum 等人在 R.May 的基础上独立地发现了倍周期分叉现象中的标度性和普适常数，从而使混沌在现代科学中奠定了坚实的理论基础。

在 20 世纪 80年代，混沌科学又得到了进一步的发展，人们也更着重研究系统如何从有序进入新的混沌及其混沌的性质和特点。1980年,美国数学家 B.Mandelbrot 用计算机绘出了第一张 Mandelbrot集的混沌图像,人们在探索‘热混沌’与‘非平衡混沌’的联系与区别之后，着重研究系统是怎样从有序进入新的混沌，以及混沌的性质和特点等问题。1981 年,F.Takens 提出了判定怪引子的实验方法。1983 年,加拿大物理学家 L.Glass在《物理学》杂志上发表了‘计算奇异吸引子的奇异程度’的著名文章，并开创了全世界计算时间序列维数的热潮。1984年，中国著名的混沌科学家郝柏林编辑的《混沌》一书在新加坡出版。1986 年，中国第一届混沌会议在桂林召开。1987 年,Hubler 和 Luscher 发现在呈现混沌的不稳定系统的驱动力上加一个合适的动量项，就可以使系统行为变成稳定的周期轨道，但所得的运动不一定是系统原运动方程的解。他们也通过控制一个钟摆的运动成功地演示了这种方法。也是 1987 年，P.Grassber 等人提出重构动力系统的理论和方法，通过由时间序列中提取分数维、Lyapunov指数等混沌特征量，从而使混沌理论研究进入到实际应用阶段。1989 年，中国科学家卢侃、林雅谷、卢火等把混沌科学应用于气功研究，使人们客观地用脑电图检查人的行为史成为可能。

如果说前面是为混沌的研究打基础，那么 20 世纪 90 年代就是混沌与其他学科相互渗透、相互促进、广泛应用的年代，关于它的研究几乎跨越了自然科学和社会科学的所有领域，也出现了突破性的进展，由此激发起来的理论与实验应用研究蓬勃展开，使得混沌理论不论是在自然科学还是在社会科学，如在生物学、数学、物理学、化学、电子学、信息科学、气象学、宇宙学、地质学、经济学、人脑科学，甚至在音乐、美术、体育等多个领域都得到了广泛的应用。混沌同步、超混沌、混沌保密通讯、混沌神经网络、混沌经济学等方向都已有成果出台。

最近，混沌系统的控制问题引起国际上控制和工程学专家们的足够重视。一方面是，对某些实际系统出现分岔和混沌往往是不希望的，甚至是有害的。人们希望能找到一些方法来控制系统中的分岔和混沌行为；另一方面，混沌在某些环境下是非常有用的。当系统处在混沌状态时，它包含有各种各样的失稳周期、准周期运动，这就为混沌的应用提供了新的途径。然而混沌系统有其特殊性，使得系统的预测估计、辨识和控制都比较困难。尽管目前国内外已有一定的研究，但是混沌系统和混沌现象的控制仍然是一个全新的科学前沿，特别是，如何发掘混沌系统特有的功能而造福人类，是一个极其重大而又意义深远的课题。因此针对非线性动力系统混沌现象的特点，开展混沌系统的动态特性和机理，非线性动力学行为，新型神经网络的混沌系统预测与辨识方法；混沌系统的智能控制方法；混沌神经网络在复杂非线性系统的全局优化和噪声控制中的应用研究，都具有重要的理论意义和实际应用价值。

§1.2 混沌的定义

混沌一词首先是由李天岩（Li T Y）和约克(J.A.Yorke)在 1975 年“周期三意味着混沌”一文中提出的，文中给出了有关混沌的一种定义，现称为 Li－Yorke 定义，述叙如下：

(1) 不包含周期点。

(2)任给 $X_1, X_2 \in S(X_1 X_2)$,有

$$\limsup |f^t(X_1) - f^t(X_2)| > 0$$

$$\liminf |f^t(X_1) - f^t(X_2)| = 0$$

这里 $f^t(\cdot) = f(f\cdots f(\cdot)))$表示 t 重函数关系。

(3)任给 $X_1 \in S$ 及 f 的任意周期点 $P \in I$ 有

$$\limsup |f^t(X_1) - f^t(P)| > 0$$

则称 f 在 S 上是混沌的。

根据 Li-Yorke 定义,1983 年 Day 认为一个混沌系统应该具有如下三种性质 第一,存在所有阶的周期轨道 第二,存在一个不可数集合,该集合只含有混沌轨道,且任意两个轨道既不趋向远离也不趋向接近,而是两种状态交替出现,同时任一轨道不趋于任一周期轨道,即该集合不存在渐进周期轨道;第三,混沌轨道具有高度的不稳定性。

1989 年,R.L.Devney 给出了混沌的又一种定义:

设 X 是一个度量空间。一个连续映射 $f: X \to X$ 称为 X 上的混沌,如果

(1) f 是拓扑传递的;

这说明混沌系统不能被细分或不能被分解为两个在 f 下相互影响的子系统,其轨道具有规律性的成分。

(2) f 的周期点在 X 中稠密;

这说明混沌的映射具有不可分解性,也就是混沌行为具有稠密的周期轨道,其运动最终要落在混沌吸引子之中,使其呈现出多种看似混乱无序却又颇具规则的自相似图像。混沌吸引子中的运动能在一定的范围内按其自身的规律遍历每一条轨道,既不自我重复又不自我交叉。

(3) f 具有对初始条件的及其敏感依赖性。

这说明混沌的映射具有不可预测性,如果初值具有一极微小的

变化，在短时间内的结果还可以预测，但通过长时间的演化后，它的状态根本无法确定，即差之毫厘、失之千里，这就是著名的“蝴蝶效应”。

除上述对混沌的定义之外，还有诸如 Smale 马蹄、横截同宿点、拓扑混合以及符号动力系统等定义。从事不同领域研究的科学家都是基于各自对混沌的理解进行研究并谋求各自的应用。

不管对混沌的各种定义有何区别，混沌的本质特征是相同的，综合起来有以下几点：

(1)混沌具有内在随机性，是确定性系统内部随机性的反映，它不同于外在的随机性，系统是由完全确定性的方程描述，无需附加任何随机因素，但系统仍会表现出类似随机性的行为。

(2) 混沌具有分形的性质，各种奇怪吸引子都具有分形结构，由分维数来描述其特征。

(3)混沌具有标度不变性，它是一种无周期的有序，在由分岔导致混沌的过程中，遵循费根包姆常数系 .这一常数是倍周期分岔走向混沌的普适性数值特征。

(4)混沌现象具有对初始条件的敏感依赖性，只要初始条件稍有差别或微小扰动就会使系统的最终状态出现巨大的差异。因而，混沌系统的长期演化行为是不可预测的。

§1.3 混沌的产生

所谓混沌是指在确定性系统中出现的一种貌似无规则、类似随机的现象，是普遍存在的复杂运动形式和自然现象，它无序之中又有序,如缭绕的青烟、飘动的旗帜、奔腾的小溪、飘浮的云彩、闪电的路径、血管的微观网络、飞机的起飞降落、船舶在激流险滩中穿行、石油在管道中的流动、大气和海洋的异常变化、宇宙中的星团乃至经济的波动和人口的增长等等。在这些看似杂乱无章的表面现象下却有着它惊人的运动规律，如上升的烟雾会突然卷起漩涡；风朝一个方向吹

动、旗帜却有规律地两边摆动；山涧激流而下，在其下的石缝里突然形成一个转动的涡流，而且渐渐增大，旋转着顺流而下；奔流不息的小溪中大漩涡里有小漩涡，使之加速；而小漩涡里又有小漩涡，以至粘滞等等。

可以说，混沌表示某种紊乱的、不清楚的或不规则的现象，表现了系统内部的复杂性、随机性和无序性。而混沌运动是指在确定性系统中局限于有限相空间的高度不稳定的运动，是在确定性系统中出现的无规则性或随机性（是系统内在的随机性，也称之为伪随机性），所谓高度不稳定是指相邻的轨道随时间的发展会产生指数分离。混沌运动在相空间的轨迹具有复杂的拉伸、折叠和收缩的结构，但每一根轨迹即不自我重复又不自我交叠，且局限于有限集合，把此称之为奇怪吸引子。

然而产生混沌的机制往往又是简单的非线性，是丝毫不带随机因素的固定规则。由混沌所表示的无序和不规则状态指出了在确定性系统中的随机现象，由事物的混沌现象又揭示了在自然界和人类社会中普遍存在着确定性和随机性的统一、有序和无序的统一，正是这种在确定性和随机性之间的由此及彼的桥梁作用，使得混沌学被誉称为 20 世纪科学发展的第三个里程碑。著名物理学家 Ford .J 曾说：“相对论消除了关于绝对空间与时间的幻想；量子力学则消除了关于可控测量过程牛顿式的梦；而混沌则彻底消除了拉普拉斯关于决定论式可预测性的幻想”。

混沌是非线性动力学系统在一定条件下所表现的一种运动形式，是系统处于非平衡过程中所呈现的随机行为，因此非线性是产生混沌的必要条件，但并非任何非线性系统都会产生混沌，一般认为当系统具有下列数值特征时则发生了混沌：

(1) 系统的运动轨迹为奇怪吸引子现象；

(2) 系统运动的功率谱具有连续谱上叠加有尖峰的特点；

(3) 系统中至少有一个李雅普诺夫（Lyapunov)指数 $\lambda > 0$。

通向混沌的道路主要有三条：倍周期分叉道路（Logistic 映像）、

阵发性道路和茹厄勒（Ruelle)—塔根司(TakenS)道路。

1.3.1 倍周期分岔道路(*Logistic* 映像)

系统运动变化的周期是一种有序状态，在一定的条件下，改变参数能使系统轨道一分为二，即周期加倍。参数继续改变，轨道的辟裂就继续发生，由二到四到八成倍周期增长，最终丧失周期而进入混沌。

设有一种昆虫，代与代之间没有混合，即一代消亡后，另一代才出生，并且在一个有限的生存环境中生息繁衍。令 N_n 代表第 n 代的种群总数，N_0 代表环境能支撑和供养种群数量的最大眼额，则，$x_n = N_n/N_0$。为约化的种群数量。在考虑了卵的出虫率以及其他一些外界因素后，第 n 十 1 代虫的数量与第 n 代虫的数量之间用如下关系表示：

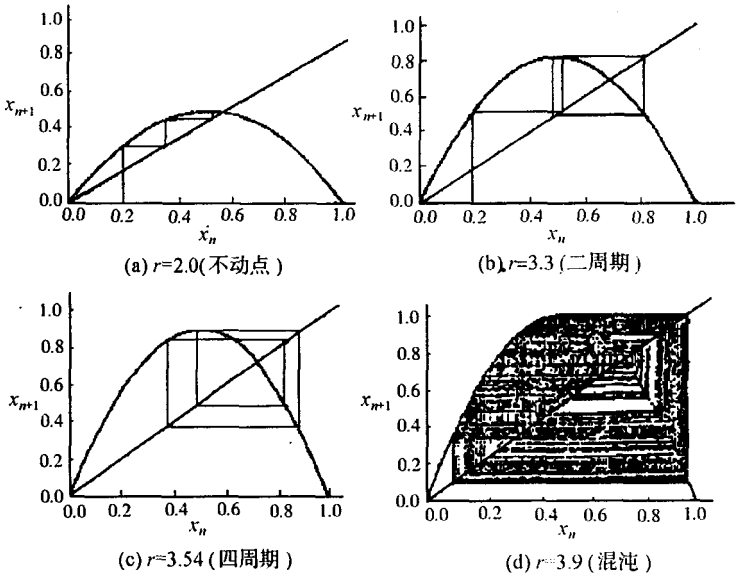
$$x_{n+1} = rx_n(1 + x_n), \quad x_n \in [0,1] \tag{1.3.1}$$

给定一个初始值 x_0，代入上式右端即可得 x_n，再把 x_n 代入右端即得 x_{n+1}，如此一直迭代下去，就可以得出任何一代虫的数量，设 x 为取定值($0 \leqslant r \leqslant 4$)。令 $x_{n+1} = f(r, x_n)$，则从第 n 代起再过 m 代的虫口数可表示为

$$x_{n+m} = f(r, f(r, \cdots, f(r, x_n))\cdots) = F(m, r, x_n) \tag{1.3.2}$$

其中，$f(r, f(r, \cdots, f(r, x_n))\cdots)$一共有 m 个 r，迭代过程很容易用作图的方式来表示。图 1.3.1 中的抛物线代表（1.3.1)式右端的迭代函数，斜线代表 $x_{n+1} \rightarrow x_n$ 的关系。给定一个初始值 x_0(如 0.2)，作竖直线遇到抛物线于高度 x_1，然后作水平线将此高度移植到斜线上面，再由此作竖直线遇抛物线于高度 x_2，如此等等，则实现了迭代过程。

从任何初始值出发迭代，一般都有一个暂态过程，但我们关心的不是暂态过程，而是它所趋向的终态集，即吸引子(或不动点)。当 $r < 1$ 时，无论选取怎样的初值，最终的迭代结果都将趋于零；当 $Q <$



(a) r=2.0(不动点)　(b) r=3.3(二周期)

(c) r=3.54(四周期)　(d) r=3.9(混沌)

图 1.3.1　Logistic 映射的迭代图解与终态集

$r<3$ 时,最终结果将趋于 $1-\frac{1}{r}$ 即抛物线与斜线的交点。图 1.3.1(a)表示了 $r=2.0$ 时的情况。可见 $x=0$ 和 $x=1-\frac{1}{r}$ ($1<r<3$ 是两个平衡不动点)。当 $r<1$ 时，$x=0$ 处是稳定点。当 $r=1$ 时,系统失稳而出现了分岔，$r=1$ 即为分岔值。当 $r>1$ 后，$x=0$ 变成不稳定点,而 $x=1-\frac{1}{r}$ 成为稳定点。

当 $r=3$ 时，系统再次地失稳，并开始出现分岔，这次是 $x=1-\frac{1}{r}$ 处将变成不稳定点。在 $3<r<1+\sqrt{6}$ 的范围内，在系统的迭代过程中其终态在一个长方形上循环，亦即 x_n 在两个值之间往复跳跃。这是一个周期 2 解（迭代一次为一周期），对应于连续动力学系统中的极限环，因此在 $r=3$ 时发生了倍周期分岔（霍普分岔）。

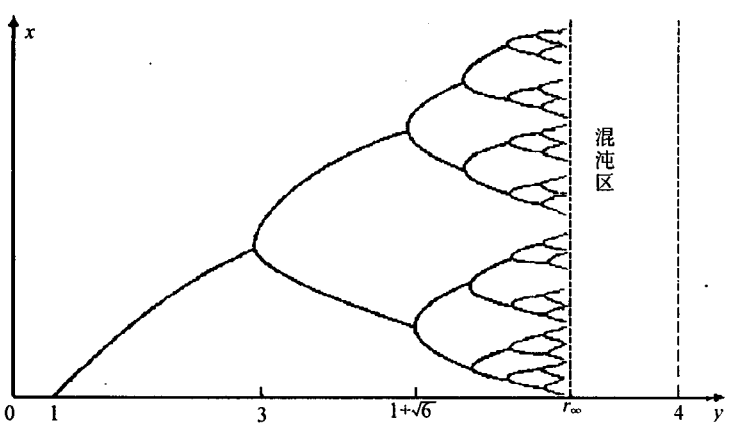


图 1.3.2　倍周期分岔通向混沌的示意图

表 1.3.1　倍周期分岔中的间距比

分岔情况	分岔值 μ_n	间距比值 $(r_n - r_{n-1})/(r_{n+1} - r_n)$
1→2	3	
2→4	3.449487743	4.751466
4→8	3.544090359	4.656251
8→16	3.564407266	4.668242
16→32	3.56879420	4.66874
32→64	3.569691610	4.6691
64→128	3.569891259	4.669
128→256	3.569934019	4.669
⋮	⋮	⋮
周期解→混沌	3.569945672	4.669201661

周期 2解在自然界中具有实际意义，它表示虫口数目以 2年为周期年，呈现高低交替；果树收成往往以 2年为周期；“大年”和“小年”轮换；一些大城市郊区的高速公路上，常以 2 星期为周期的交通堵塞等。可以很容易地验证上述结果，并可继续作下面的计算，当 r

$+\sqrt{6} < r < 3.54$ 时，系统又处于稳定状态，在 $r = 3.544090359$ 处，系统出现第二次倍周期分岔，周期 2 点失稳，同时诞生一条稳定的周期 4 轨道，迭代出现了周期 4，继续增大 r 值则随之出现周期 8、周期 16 直到无穷。这就是迭代过程的倍周期分岔现象。当倍周期分岔结束后，就进入了混沌区。图 1.3.2 给出了分岔图，到 $r_\infty = 3.569945972$ 的极限值后进入了混沌。从图中可见，大量的倍周期分岔出现在越来越窄的 r 间隔里，经过 n 次分岔，周期长度为 2^n，这种倍周期分岔的过程是没有限制的，数据见表 1.3.1。

1.3.2 阵发性道路

阵发性概念用来表示时间域中系统不规则行为和规则行为的随机交替现象。在非平衡系统中，某些参数的变化达到某一临界值时，系统会出现表现在时间行为上的时而周期，时而混乱，在二者之间随机振荡的状况，最终进入混沌。阵发性原指湍流理论中用来描述流场中在层流背景上湍流随机爆发的现象，表现为层流、湍流相交而使相应的空间域随机地交替。在混沌理论中主要是借助于阵发性概念来表示时间域中系统不规则行为和规则行为的随机交替现象。具体来说，阵发混沌是指系统从有序向混沌转化时，在非平衡非线性条件下，当某些参数的变化达到某一临界域值时，系统的时间行为忽而周期、忽而混沌，在二者之间振荡。有关参数继续变化时，整个系统会由阵发性混沌发展成为混沌。下面仍以 Logistic 映射(1.3.1)式为例来说明阵发混沌是怎样发生的。

从前讨论知，当参数 $r > 3.54$ 时，系统发生第二次被周期分岔，如果把 r 固定在 $r = 1 + \sqrt{8}$ 时，可以观察到系统出现了周期 3 的窗口，在图 1.3.3 中画出了映射的三次迭代 $f^{(3)}(x, r_c)$ 分岔情况。

在图 1.3.3 中，曲线与对角线有三个切点，因而发生了切分岔(鞍一结分岔)。考虑如果反向改变参数，即 $r < r_c$ 且 r 很接近 r_c 的情形。这时 $f^{(3)}(x, r)$ 和对角线之间有三处很窄的沟道，图 1.3.4 为图 1.3.3 虚线方框部分的放大图形。当迭代中的一个点刚好落在

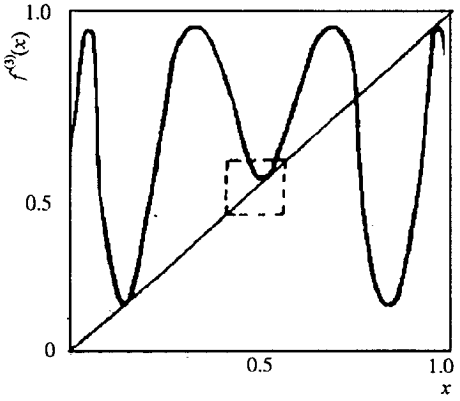


图 1.3.3　分岔点 $f^{(3)}(x, r_c)$图

这个沟道附近时，就会发生如图 1.3.4 所示的过程：一开始似乎是往不动点收敛，但由于没有不动点存在，所以迭代限制在沟道中进行，并经历一些大幅度的跳跃之后走出沟道。在沟道内的迭代非常接近周期 3 运动，并称之为层流。沟道越窄，维持近周期运动的时间越长。而沟道之外的运动却没有规律性，表现为混沌运动。若再进入三个沟道中的任何一个的附近，则重复上述过程，然而每次都不是准确地重复以往的过程。于是，沟道中的迭代很像是在不动点附近踏步，它对应于“层流”近乎于周期运动。而不同沟道之间的跳跃，则对应于混沌运动。这说明为什么整个迭代过程在时间上看起来就像是周期运动中随机地夹杂了一些混沌阶段，层流间歇性地被混沌运动所打断。计算发现，r 越是接近 r_c，层流在沟道中所维持的时间越长，但混沌运动的时间长度变化不大。因此，r 越接近 r_c,层流运动所占时间的比例就越大。反之，r 离 r_c 越远，层流时间越短，混沌运动所占的时间比例就越大，到一定程度终会变为完全的混沌运动。这就是从有序（周期）进入混沌的阵发道路。

阵发混沌最早见之于洛伦兹模型，然而较详细的研究均是在一些非线性映像上进行的。阵发混沌与倍周期分岔所产生的混沌是孪

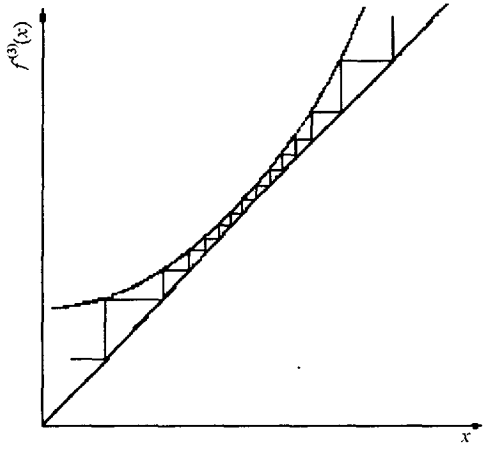


图 1.3.4　阵发混沌的机制

生现象，凡是观察到倍周期分岔的系统，原则上均可发现阵发混沌现象。

1.3.3　茹厄勒—塔根司道路

这也是一条通向混沌的道路。它是由茹厄勒和塔肯斯等人为取代朗道(L.D.Landau)关于湍流的假设，针对朗道的《论湍流问题》，在合写的《论湍流的本质》这篇论文中提出的。当流体系统发生湍流（混沌）时，其显著特点是系统同时存在着多种频率的振荡。因此，由于某些参数的变化使得系统内有不同频率的振荡相互耦合时，系统就会产生一系列新的耦合频率的运动而导致混沌。其过程为：随着参数的改变，系统可由不动点（平衡点）进入到极限环，又由极限环分岔为二维环面，继而再次分岔到三维环面从而进入混沌。按照朗道关于湍流发生机制的假设，混沌（湍流）可视为无穷多个频率耦合的振荡现象。但这个假设最终仅停留在对湍流图像性的解释上，无法解决流体在何时出现湍流行为。茹厄勒和塔根司两人在 1971 年以及纽豪司(Newhause)在 1978 年分别用实验证明了实际上在三次分

叉后，规则运动就变得高度不稳定而进入混沌，即不动点→极限环→二维环面→混沌。他们认为根本不需要出现无穷多个频率的耦合现象，甚至只要出现 3个互相不可公度的频率，系统就会出现混沌（湍流），或者说二维环面上的准周期运动，通过直接失稳就可以产生混沌的全部复杂性。这就是菇厄勒一塔肯斯道路。除以上三种道路之外，还有准周期运动分叉等多种通往混沌的道路。

另外也有人提出：周期→ 混沌→周期加 1→混沌→ →达到混沌的途径。

从混沌的类型上，大体可以分为四大类：第一类为时间混沌，第二类为空间混沌，第三类为时空混沌，第四类为功能混沌。目前还主要是集中在时间混沌的研究上，其他类型的混沌控制尚待展开。

§1.4 控制混沌的意义及类型

控制混沌的含义非常广泛，其中有：其一是指改变系统的性态使之呈现或接近呈现混沌运动，但不需考虑所得到运动的具体形式；其二是引导问题，在相空间中将混沌轨线引入事先指定的点或周期性轨道确定的小邻域内；其三是跟踪问题，通过施加控制使受控系统达到事先给定的周期性动力学行为；其特殊而重要的情形是镇定问题，使稠密嵌入相空间中混沌吸引子内的无穷多不稳定周期轨道之一稳定化。这其中抑制问题含义最为广泛，只需消除系统的混沌状态；引导问题往往只是实施控制的准备；跟踪问题含义最为严格，控制系统在事先确定的周期和幅值运动，其特例镇定问题中跟踪目标受原系统方程的约束。因而，狭义的控制混沌问题只包括跟踪问题和镇定问题。

从混沌动力学自身发展逻辑看，确定性混沌的研究大体经历了三个阶段。先是从有序到混沌，研究混沌产生的条件、机制和途径：再是混沌中的有序，研究混沌中的普适性、统计特征及分形结构等；现在则是从混沌到有序，主动地驾驭混沌达到有序。在这种意义上，

可以认为控制混沌的研究标志着混沌研究进入一个新阶段，控制混沌是混沌理论走向应用的第一步，控制混沌可以在混沌运动有害时消除混沌，这是因为在许多场合，混沌可能是一种不期望的现象，它可能导致振荡或无规则运行，使系统彻底崩溃。如在许多复杂工业过程中，其动态特性经常显示出一些不可预测的扰动，以前认为这些扰动是由随机噪声引起的，通常是用统计的方法将其滤掉，但随着混沌理论的产生和发展，人们认识到这是一种只能控制而不能忽略的扰动现象。又例如，在实验室实验中已成功地用电信号控制动物心脏的不规则跳动，进而可用于治疗心房和心室纤维颤动，甚至可能研制出采用控制混沌技术的心脏整律器和去纤颤器。更重要的是控制混沌可以利用混沌有益的一面，例如，在航天技术中，由于三体问题的不稳定性，可以利用很少的剩余燃料而使宇宙飞船飞行 5 千万英里穿越太阳系；再例如，考虑到混沌与信息处理的密切关系，控制混沌技术有可能应用于保密通讯，这已在控制混沌非线性电路的实验室实验中得到证实；此外，系统处于混沌态时很容易实现不同运动间的转化，因而设计多用途系统时可考虑使系统处于混沌态，这样系统将呈现灵活性。

从实现控制的目标划分，可以归纳为两大类。

第一类是基于在混沌奇怪吸引子闭包内存在无穷多不稳定的周期轨道，控制的目标是根据人们的意愿在这些轨道中选择一条满足要求的周期轨道并进行有效的稳定控制，该控制的特点是并不产生新的周期轨道而只是将轨道固定。控制方法源于一个混沌吸引子可以嵌入到它的不稳定周期轨道的一个稠密子集里，一旦系统运动到所需状态附近就对某个易于测得和可调整的参数进行微扰反馈，通过若干次反复调整就可实现对特定所需轨道的稳定控制。具体做法是：先由低周期轨道开始，选定出混沌吸引子上所期望的一根不稳定周期轨道，之后对系统施加微扰，使原不稳定轨道作有规律的周期运动。事实证明，它基本不受噪声的影响。扰动的参数可以分别为系统参数、系统变量、外部参数(强度、相位)等等，而且所有的周期轨道

都是这个参数的函数，与 的优点是可以把系统从混沌状态控制在任意制定的周期轨道上，而且不改变系统的结构，具有良好的轨道跟踪能力和稳定性。

这类控制的优点是可以把系统从混沌状态控制在任意制定的周期轨道上，而且不改变系统的结构，具有良好的轨道跟踪能力和稳定性。缺点是要有一个目标函数或给定轨道，实现起来比较困难。

第二类控制则没有具体的控制目标，也不关心被控系统的终态是否为周期运动，只是通过合适的策略、方法及途径，有效抑制混沌行为，使 Lyapunov 指数下降进而消除混沌。它是通过系统的控制获得人们所需的新的动力学行为，包括各种周期态及其他图样等。实现这类控制目标的手段有无反馈控制法，如 Duffing 方程、钟摆动力学方程和 Lorenz 方程等，其控制思想是给系统直接加上一个微弱的外部扰动来消除混沌，系统受控后的动力学行为可能与原系统的大不相同，即产生了新的动力学行为。扰动信号可分别为驱动信号、噪声信号、偏置常量和系统参数的弱调制等等。

这类控制的优点是设计简单，不需特定轨道，易于实现。缺点是无法确保控制过程的稳定性。

从实现控制的原理上可分为反馈控制和无反馈控制。反馈控制分为参数微扰 OGY 法及 OGY 的各种改进法、偶然正比技术（OPF）法、跟踪法、连续变量反馈法、正比变量脉冲反馈法、线性和非线性反馈法、直接反馈法、变量反馈法等等；无反馈控制分为自适应控制法、参数共振法、神经网络法、人工智能法、外加强迫法、混沌信号同步法等等。

充分利用和发展非线性系统理论中的控制方法并将其应用于控制混沌已经取得了很好的效果。目前研究和应用的控制混沌方案，包括输送控制的最新发展参数开闭环控制或者是镇定控制的一般形式，控制机制都比较简单，均为局部线性反馈控制，充分应用非线性系统理论（包括随机自适应控制和人工神经网络）并综合利用混沌的特点（初值的敏感性，各态历经性和吸引子几何结构等）尚有待深人

研究。

高维复杂系统中混沌的控制目前在我国还处于刚刚起步阶段.高维复杂系统包括偏微分方程描述系统、代数·微分混杂系统和常微·偏微混杂系统等.，这类系统的复杂动力学行为不局限于一般的时间混沌，还会出现时间超混沌、空间混沌和时空混沌等。高维复杂系统的低维约化和解耦对混沌性态的影响及相应对控制混沌方案的影响都值得研究。此外，由大量简单元素非线性耦合而成的系统如人工神经网络中控制混沌的研究在理论和应用上都很有意义。

混沌同步也属于混沌控制的范畴，近年来竞争最激烈的应用研究是将混沌同步用于保密通讯中。已经发现，当秘密通讯的双方具有完全相同的混沌电路时，在特定的条件下可以实现秘密信号从发射机的编码到接收机的解码的全过程信息解密，即达到了两个系统的混沌同步。这里两个系统的同步，是指一个系统的轨道将完全收敛于另一个系统轨道的同一值，它们之间将始终保持步调一致，并且这种步调是结构稳定的。为此，Pceora和 Carroll研制了一种能产生混沌的非线性电路，并可以分成一个稳定的子系统及一个不稳定的子系统，然后，把具有负的李雅普诺夫指数的稳定部分复制成一个响应系统，而原系统作为驱动系统，因为响应系统是稳定的而且是驱动系统的复制品，其轨道就不受初始条件微小波动的影响，而将与驱动系统收敛于同一轨道。这样将非线性映射所产生的混沌序列作为载波，把有用的信号作为调制信号并混合在混沌信号中发射出去；在接收端，利用混沌序列的发生规则从接收信号中提取混沌载波，再经过简单的信号处理恢复出有用的信号。

混沌同步化与控制混沌关系密切，理论和实验研究都表明采用反馈和自适应控制可以实现混沌同步化。事实上，OGY方法的一种变形可控制混沌而产生任意非周期轨道，进行稳定性分析和利用压缩映像原理论证都表明控制混沌和混沌同步有相同的数学基础。此外，控制混沌的逆问题，即瞬态混沌向混沌的转化和混沌的保持也有待研究。另一类重要问题——湍流的反馈控制也与控制混沌相关。

控制混沌的应用特别值得重视，大量研究表明混沌无处不在，如存在于多种工程系统：航天器姿态动力学、车辆动力学、船舶晃动动力学、机床动力学等，也存在于物理、化学、生物、经济等自然系统与社会系统。混沌控制都具有广阔的应用前景。此外，混沌和混沌控制在数据分析和信息处理中更具有直接的应用，已受到广泛重视。随着控制混沌方法的完善和普及，它的应用领域也在不断地扩大和深入。我们坚信，混沌理论的应用一定会具有极其广阔的前景。

参考文献

[1] (美)詹姆斯·格莱克．混沌学——一门新科学．张彦译．北京：社会科学文献出版社，1991.

[2] 马艳华，王元肖．动力系统中的混沌．山东建材学院学报，1995，9(3)：19－22.

[3] 陈士华，陆君安．混沌动力学初步．武汉：武汉水利电力大学出版社，1999.

[4] Pomeou Y, Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical system. Commun Math. Phys., 1980, 74.

[5] Lee J S, Chang K S. Applications of chaos and fractals in process systems engineeing. J Proc Contr, 1996, 6(2/3): 71－87.

[6] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1196－1199.

[7] Lima R, Pettini M. Suppression of chaos by pesonant tarameter perturbations. Phys Rev A, 1990, 41(2): 726－733.

[8] Braiman Y, Goldhisch I. Taming chaotic dynamics with weak perturbations. Phys Rev Lett, 1991, 66(20): 2545－2548.

[9] Qu Zhilin, Hu Gang, Qin Guangrong. Phase effect in taming chaos by weak harm on perturbations. Phys Rev Lett, 1995, 74(10): 1736～1739.