绪　论

物理学是一门建立在实验基础上的学科，无论是物理概念的建立还是物理规律的发现，都必须以严格的科学实验为基础，并为今后的科学实验所证实。可见物理实验在物理学的发展过程中起着重要的和直接的推动作用。

一、实验的重要性

什么是实验？有人说实验是当今科技之母。也有人说现在的自然科学从根本上看，就是实验科学。无论是物理学、化学、生物学都是这样。虽然地质学、天文学更多的是观察，很难拿天文现象做实验，但是有一些天文现象现在也可以在实验室里模拟。对于社会科学一般很难拿社会现象做实验，但是社会现象现在同样可以用计算机模拟，可以说在一定的意义上，实验已经进入社会科学了。

以前的地学、天文学靠的是观察。自然观察是被动的研究科学和研究对象。而实验则是主动地改变环境，提取我们所需要的信息。可以说，实验是人对自然、人对环境的一种干预，使得人们可以从中找到自然环境的规律。实验是有目的的，做实验是想要得到某个结果或者企图得到什么类型的信息，因此它是有计划有考虑的设计、安排环境，仪器装置等，从而观察、分析和处理它的结果。这是人对周围环境、对自然界积极主动地干预的结果，也是我们取得客观知识的最重要的一种方法。

在物理学史上最早把这一科学的实验方法引入到物理学研究中来的人，是 16 世纪意大利的伽利略。比如在他所设计的斜面实验中，首先有意识地忽略了空气阻力的影响，以便抓住问题的主要方面，撇开次要方面。这正是科学实验不同于自然观察的重要之处。其次他变更实验条件，如改变斜面的倾角等等，再观测结果的变化，这又是科学实验的主动研究之处。他之所以选择斜面做实验，是为了延长物体在斜面上滑行的时间。因为当时对自由落体运动的时间测量十分困难，这样经过他十分巧妙的实验构思，使得原先难以测量的量变得容易测量了。通过主动地改变环境，对自然、对环境进行主动地干预，从中找到自然环境的规律。

伽俐略也就在这实验的基础上，运用推理和概括的方法，得到了超越实验本身的更为普遍的规律。物体在光滑水平面上的运动是等速直线运动，因为这里并不存在引起运动变化的原因；进一步过渡到竖直情况，推论出各种物体的自由下落均作等加速直线运动，而且它们的加速度相等。这就告诉我们，实验是我们获取客观知识最重要的一种方法。

现在是信息时代，很多东西可以用计算机模拟。但是计算机模拟只能是一种辅助手段，而不能真正解决实际问题，最后解决问题还得靠实际的实验。有位物理学家说过，一个实验的测量，小数点后面增加一位，就不知要发生多少新的现象，增加多少新的理论。微米级的大规模集成电路再进一步到纳米级，就又要发生许许多多的新现象，而这些新现象就要用现代量子理论而不再是经典的电子理论。所以，实验在科技发展的进程中起着举足轻重的作用。

著名实验物理学家丁肇中在诺贝尔物理学奖的颁奖会上演讲说：我希望通过我得到诺贝尔奖金能提高中国人对实验的认识。过去中国人从小就受到“劳心者治人，劳力者治于人”的观点影响，普遍地不太重视实验，觉得理论比实验更高明，理论更高深。大家认为学习就是学

需要全本请访问 www.ertongbook.com

理论，从来没有说学习就是要好好地学实验。我是第一个通过自己的实验得到诺贝尔奖金的。我这次得奖，希望从此以后能够摆脱中国人轻视实验、过分重视理论的旧传统。他的这一段话是非常深刻的，值得大家深思，特别是从事工科教育和学习的人。

二、物理实验的课程地位

物理课和物理实验课二者具有同等重要的地位，它们既有深刻的内在联系和配合，又有各自的任务和作用。

物理要研究物质运动的规律，物理实验则要教给学生研究物质运动规律的一种实验方法。也就是说，用实验的方法去研究物理。譬如对于电学实验中的欧姆定律，物理课还设讲到，但学生可以凭借高中的基础和老师的指导，通过实验自己去发现欧姆定律中电压、电阻和电流是怎样的一种关系。理论上可以告诉你结果，但实验教给你用实验方法自己去发现规律。如果事先知道这个规律，这就是验证。假若实验只能起到验证客观规律的作用，实验变成验证的手段，就是把实验与理论的关系本末倒置了。实验先于理论，理论再来指导提高实验，实践——理论——再实践的法则同样适用于物理学的研究与发展。任何一种重理论轻实验，或者强调实验的重要性而同时又轻视理论的想法与作法都是错误的。用人为的方法有控制地再现自然现象而加以仔细观察和探测，这个过程就是实验。由实验观察到的现象和测得的数据，加以总结抽象，找出事物内在联系和普遍规律，就得到理论。物理学是实验的科学，它的发展从头至尾离不开实验。但理论又是行动的指南，没有理论指导的实验是盲目的。所以物理课和物理实验是相互促进、相得益彰的。它们的差异不是轻重不同，而是研究任务的不同和研究方法的不同。这就是物理实验从原来的物理课的附属地位中解脱出来而成为一门独立的必修课程的内涵所在。

三、物理实验课的特点

据上所述，物理实验课教给大家的是用实验的方法去研究物质世界的规律。所谓实验的方法，主要是指以下几个基本点：

1. 基本理论

基本实验理论包括已经掌握的物理学概念、定律、定理、一些实验知识，以及误差理论基础、有效数字、数据处理等。

2. 基本方法

基本方法指的是实验方法和测量方法。这两种方法的区别有时是明显的，有时不明显。主要区别在于：要从事实验，首先要研究的是如何创造或者制造、再现物理现象的特殊条件（如恒温、绝热、高压、匀强电场、稳恒电流、匀强磁场、各向同性介质等），其次是研究如何测得所需的物理量和测量手段与装置。有条件才能谈测量方法，有测量方法才能谈装置。所以，实验方法指的是如何再现物理现象的特殊条件，而测量方法指的是如何在此条件下得到所需要的信息。

3. 基本手段

基本手段就是指基本装置。基本装置就是常用仪器仪表，尤其指的是通用仪器仪表，如长度测量仪器、质量称衡仪器、时间计量仪表，以及电磁学、光学、热学、声学等物理量的测量仪器仪表。要掌握这些仪器仪表的基本性能、使用方法。很难想象一个连实验工具——仪器仪表都不熟练的人是怎样进行实验的。只有掌握了通用仪器仪表知识，而且还能熟练应用一些专

门的仪器设备，才能在实验过程中对工具的使用得心应手。

在三个基本点的前提下，分别按力学、电磁学、光学等科目设计安排了一批实验项目。这些实验项目可能是必修的，也可能是选修的，目的只是为了让大家掌握三个基本要点而设计的范例。物理实验的方法、手段和理论是所有实验中最基本、最普遍的。把一些高精尖的实验拆成零件，绝大部分是常作、常见的物理实验。所列举的实验项目，就等于数学课、物理课的习题，在老师的指导下做完一部分习题，掌握做题的基本方法，是为了自己独立去做更多的习题，而不是到此为止。同样，完成了列举的实验项目，掌握了基本要点，为的是以后自己独立去完成更多的实验，教材上列举的项目绝不是目的，只是一个训练过程而已。

科学技术越进步，科学实验就显得越重要。任何一个新技术、新材料、新工艺、新产品都必须通过实验才能获得。早期的实验多属于“发现型”，实验较为简单，现在则多属于“创造型”。例如新材料，天然存在的差不多都已被“发现”出来，现在则是要求按人的需要“创造”新材料，对实验的要求很高、很严、很精。对于一个工程技术人员来说，没有过硬的实验本领，要想创新是不容易的，甚至是不可能的。基于这一思想，本课程在后期设计了一批综合性实验项目和设计性实验项目，还有一些是从物理学前沿选择的、具有生命力和代表性的、与工程技术实际应用相结合的实验项目，旨在加强学生的综合能力和创造性能力的培养。

四、物理实验课的进行

实验课是一门技术基础课，重在训练动手能力，但并不意味着不动脑筋。实验的动手能力与工匠的技能是截然不同的。要充分注意到实验中出现的问题比仅仅理论上逻辑推理所遇到的问题多得多，而且很多问题是难以预料的，以至于同一套仪器、同一个实验过程，每次所发生的问题都可能不一样。实验就是去分析问题、解决问题，不能有侥幸顺利走过场的思想。

无论进行何种实验，大体的步骤都差不多：提出任务、构思设计、仪器安装调试、取得数据、处理数据、分析结果、写出报告或论文。但实验课的重点在于训练，而不是追求“成果”。实验课的实验大都是重复前人已有的成功实验，在教师指导下学习实验的理论与技术，进一步提高各方面的能力。

实验课一般分三段进行：

1. 预习。预习是实验的准备阶段，在课前进行。接受任务后（即接到通知下次做某实验后），首先要弄清楚该实验测试什么、学习什么，然后有目的地读书（教材、参考书），对照相应的题目，找到相应的方法、原理和相应的仪器说明，把它们汇总一起，构成自己所用的实验原理；拟出测试方案，分析可能发生的问题，并拟出相应的解决办法；设计记录表格，准备好学习用具（绘图三角板、坐标纸、计算器），并按要求写出预习报告。

2. 实验室做实验。实验课堂上指导教师可能作一些启发性讲解，尤其是有难度、专用仪器设备等不常见的地方，但也可能不作任何讲解，而在实验过程中解答问题，帮助克服困难。这就要求学生不可能百分之百依赖指导教师，首先自己开动脑筋，力求靠自己的解决问题，除非解决不了的指导老师会帮助你。

首先是安装调试仪器，这一步是实验成败的关键。我们不能指望所有仪器都是高质量、高精度的，只要求每件仪器（哪怕是行将退役的仪器）都能很好地为我所用。调试过程必须耐心、仔细，切忌急躁，不能报侥幸心理，更不要埋怨仪器，力求使仪器达到最佳工作状态。测试必须记录原始数据，即直接从仪表上读出数据。不允许只记录经过运算的数字，更不能编造数据以求过关。数据发生异常，要查找原因，再反复测试，以期发现其规律。数据结果应由指导教师

认可为准。

3. 写实验报告。报告在课后完成。实验报告是实验工作的总结，撰写实验报告也是实验能力的一个方面，报告必须用学校统一印制的报告书来写。科学实验的实验报告就是科学论文，而完整的学生实验报告就是模拟科学论文。

实验报告的内容大致包括下列几个方面：

(1)为什么做实验——实验题目和实验目的。这里所说的实验目的不是实验课的目的，实验目的指的是实验所希望得到的结果。

(2)根据什么做本实验——原理，包括实验的理论依据、假说的提出、必要的公式。当实验目的是测量某个物理量时，原理的内容就是将此待测量化为可直接测量的量的依据和推导过程。一般应有示意图。

(3)用什么来做实验——仪器、装置、药品、材料等。仪器应详细注明型号，装置要有示意图（也可在原理中），药品应有规格。说明用什么来做实验有两个作用：一是给重复本实验的人做参考，二是给实验结果一个实物注解。不能要求实验结果的精度超出仪器的限度，也不应该用高精度的仪器得出粗糙的结果。

(4)在什么条件下做实验——环境，包括时间、地点、温度、气压、湿度、地磁以及经纬度等一切需要记录的环境条件。记录环境条件是实验结果受到限制的注解。

(5)怎样进行实验——步骤。报告中的实验步骤应与教材的实验步骤有所区别。教材中的实验步骤是供初学者使用的，一般写得较详细。实验报告是供内行人看的，只需说明一些特别注意之点就行了。也就是说，不指明这些步骤，他重复本实验时可能发生困难。有时在阐述原理时，需要叙述实验过程，有了这样的阐述就没有必要另外重写实验步骤，流水账式的实验步骤一律不写，并切忌抄书本。

(6)得出什么结果——数据、计算。这是实验报告中最重要的部分。如果要简化报告，其他都可删去，唯独这一部分不能省略。数据必须详细、准确，必须有原始数据，并列成表格。列表原则是“成行成列，一目了然。”计算过程只写其中最主要的一两步及计算结果，并不应存在无效数。结果必须合理评价，估算它的误差范围。没有误差范围的结果是不完全的。

(7)解决了什么问题——结论和讨论。说明实验目的是否达到，测得的某个物理量结果多少，误差多大，使用价值如何等等。又如验证某个假说，是否收到预期效果，能否验证。实验中出现的异常现象、特殊发现以及进一步改进的看法等都应写入报告。

(8) 答思考题。这是学生写实验报告所独有的附加项目。思考题是为扩大实验的教学效果而拟的，起着“举一反三”的启示作用。应当指出，实验思考题必须用实验的观点来回答，单纯理论性的回答不适宜。思考题答案中的方案和办法必须是在实验中行得通、做得到的，最简便、最经济的方法是最好的答案。

以上项目是实验报告大体应包括的项目，每一份报告可以视具体情况灵活处理、有取有舍，而且要简洁扼要，切忌罗嗦冗长、废话连篇。

五、《学生实验守则》

《学生实验守则》是保障实验正常秩序、培养学生良好习惯的规章制度，并有其他有关财物、环境方面的管理制度，上实验课前应熟知这些规章。

1. 不迟到，不早退，听从指导教师的指挥，服从实验工作安排，按时交报告。

2. 文明上课。不高声喧哗，不打闹嘻戏，保持实验室安静。不随地吐痰，不乱扔纸屑杂

物，不乱涂乱画，严禁吸烟，保持整洁。按指定位置做实验，不乱动别组仪器。做完实验，将仪器恢复原状，并由值日生作好实验室清洁。

3.遵守操作规程。任何仪器，未经许可，不得动用。准许使用的仪器，必须严格按规程操作。严禁乱抓硬扭。仪器发生故障立即报告指导教师。损坏仪器设备要填写报表，听候处理。在使用交流电时应特别注意安全。

4.树立良好学风。认真听讲,细致安排,积极思维,精益求精,仔细操作,一丝不苟。原始记录务求真实完整，最后要请指导教师审阅签名，并将此与课后已完成的实验报告一并上交指导教师。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第一章　误差理论基础

用实验的方法研究物理现象，必须进行大量的测量以获得大量的数据，对这些数据进行整理归纳、分析，以得出合理的结论。本部分所讲的是误差与数据处理最基本的理论，不仅限于物理实验，它是一切实验的基础理论。

第一节　误差的基本概念

一、研究误差的重要意义

在物理实验中，绝大多数的实验涉及物理量的测量和物理规律的研究，这就要求学生能应用所挑选的合适仪器来作出尽可能令人满意的测量结果。一个待测的物理量，在客观上应具有其真实的数值（真值）。但由于受到仪器准确度、实验条件和观察者生理反应能力、操作水平等因素的限制，测量结果只能是一个近似值，这个近似值与真值之差即称为误差。

任何实验结果，都不可避免地存在着误差。因为误差的存在，可能会歪曲客观事实，由于未对误差进行科学分析而贸然下结论，以至于多年的研究得到一个荒谬的结论，这样的先例并不鲜见。其次是一个没有标明误差的实验结果，几乎没有用，因为人们将对它的可靠性提出质疑，所以误差又是评价测量结果必不可少的依据。

历史上曾由于对误差的分析，从一个侧面成功地检验了科学理论，并推动了科学技术的发展。如 1679 年天文学家勒默从观察木星的卫星蚀第一个测出的光速为 215 000 km/s，没有误差标明。1862 年的光速值是(298 000 ± 500) km/s，已有了误差说明。1958 年弗鲁姆用微波干涉法测得的光速值是 (299 792.500 ± 0.100) km/s。这是当时公认的光速值，所有的光速精密测量均以公式 $c = \lambda\upsilon$ 为基础，即电磁波在真空中的传播速度等于其频率与相应真空波长之乘积。当时的不确定度是 3×10^{-7}，其主要原因是使用的波长较长（4 mm），因此波长测量的准确度较低，衍射效应带来的误差也大。 20 世纪 60 年代激光器的出现把光速的测量推向一个新阶段，1973 年承认和推荐的光速值 $c = 299\ 792\ 458$ m/s ，不确定度为 4×10^{-9}。可以说，人类在科学技术“量”方面的研究所取得的一切成就，几乎都与分析误差，变革实验方法以减少误差，以及提高测量结果的准确度密切相关。

二、直接测量、间接测量

物理实验研究的内容包括三部分：第一部分是研究物理现象的再现，是给测量准备条件；第二部分是测量；第三部分是数据处理。测量是物理实验的中心，物理实验课的绝大部分内容是测量。

测量对于任何实验都很重要，所以发展成为独立的学科——测量学。测量所用的原理绝大部分是物理原理，测量所用的方法是物理方法，测量对象是物理量。但测量学不是实验物理学，它们之间有个最简单的区别：测量学的最终目的是获得物理量的精确值；物理实验的最终目的是探索物理规律。测量不能代替物理实验，而物理实验中必有测量。

测量就是把被测物理量与选作计量标准单位的同类物理量进行比较的过程。找出被测量是计量单位的多少倍，这个倍数称为测量的读数，读数带上单位记录下来便是数据。

直接测量就是把待测量直接与标准量（量具）进行比较，直接读数，直接得到数据。如用米尺测量长度、用钟表测量时间、用安培表量电流、用温度计测量温度等。

有些物理量无法直接与标准量进行比较，无法直接读数。但是能够找到这些量与某些可以直接测量的量的函数关系。测出可直接测量的量以后，通过函数关系就可获得被测量的大小。这种测量就称为间接测量。如位移（路程） S、时间 T 可以直接测量，但平均速度 $\overline{v}$ 是间接测量。在实际实验中，间接测量的量远远多于直接测量的量。由于任何测量都存在着误差，间接量平均速度 $\overline{v}$ 的误差来源于直接量位移 S 和时间 T 的误差。所以在研究误差时必须彻底搞清楚直接量的误差及其估算。

三、绝对误差、相对误差

1. 绝对误差

测得值与其真值之差称之为该测得值的绝对误差，并表示为：

$$\Delta x = x - x_0$$

式中 Δx——绝对误差；

x——测得值；

x_0——真值。

可见，对某一测得值而言，绝对误差有方向性（正负），切不可将绝对误差与误差的绝对值混为一谈。但表示测量结果时，一律记为：

$$x \pm \Delta x$$

此时的 Δx 反映的是测量结果 x 总的绝对误差（不是某一次测得值的绝对误差），“ $\pm$ ”号说明 Δx 的范围，从而模糊了 Δx 的方向性。也就是对某量 x 进行多次(重复)测量，其每一次测得值绝对误差 Δx_i 是有方向的，但是估算出这一组测量结果的绝对误差 Δx 的大小时，该 Δx 仅仅表示其范围。

另外，我们知道真值是不可能得到的，所以真误差实际上也得不到。为此上述绝对误差也可理解为测量值与近真值的差：测量误差。

2. 相对误差

某个测得值的绝对误差 Δx 与其真值 x_0 之比的绝对值的百分数，称为该测得值的相对误差 E，即

$$E = \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right| \times 100\% \qquad (1-1-1)$$

四、真值 x_0 算术平均值 $\overline{x}$、残差 v

1. 真值 x_0 的概念

真值是个理想的概念，一般不可能准确知道，下列几种情况可视为真值：

(1) 理论值，如三角形的内角和为 $180°$ 等。

(2) 公认值，世界公认的一些常数值，如普朗克常数、阿伏伽德罗常数等。

(3) 计量学约定的真值，如国际及国家计量部门规定的长度、时间、质量等标准。

(4) 相对真值，用准确度高一个数量级的仪器校准的测定值，可视为相对真值。

2．算术平均值 $\overline{x}$

设实验已消除了系统误差（后面讲到），在同一条件下若对某量 x 进行 n 次等精度、独立的测量得到的测量值为 $x_1、x_2、\cdots、x_n$，则测得值的算术平均值定义为：

$$\overline{x}=(x_1+x_2+\cdots+x_n)/n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \qquad (1-1-2)$$

一般就取算术平均值作为该待测量的结果。因为由于每一个测量值 $x_1、x_2、\cdots、x_n$ 是等精度的，也就是每一次重复测量的人员、工具、方法及环境必须保持不变，因此对它们的信任程度也应是一样的，利用它们来求解 x 的最后结果时，各个测量值 x_i 应占有同样的比重，而算术平均值就具有这一特性。

又因为测量时已消除了系统误差，故每个测量值的随机误差（后面讲到）根据其抵偿性，当 $n\to\infty$ 时而趋于零，而 $\overline{x}\to x_0$。所以算术平均值是真值 x_0 的最佳估计值。

3．残差 ν

当真值 x_0 未知时，用算术平均值 $\overline{x}$ 代替它，所求出的误差称为残差，并以 ν 表示：

$$\nu_i=x_i-\overline{x} \qquad (1-1-3)$$

在大多数教材中，把算术平均值与各次测量值之差就叫做绝对误差。在实际工作中，多数情况只能以算术平均值 $\overline{x}$ 替代 x_0，所以只要区别测量值与真值的差一般称绝对误差，测量值与算术平均值的差为残差，只有当测量次数 $n\to\infty$ 时二者无区别，在 n 足够大时也可不区分。

五、误差分类

误差按其来源的性质分为系统误差、随机误差和过失误差。

1．系统误差

在相同条件下，多次测量一物理量，其误差的绝对值与符号保持不变，或按某个确定规律变化，这种误差称为系统误差。产生系统误差的原因很多，如仪器装置的零点不准、天平不等臂、示值有差值等 环境的温度、湿度、气压、电磁场等的变化而引入的误差 方法误差，如采用近似计算公式或测量过程中因方法不当引入附加值而引起的误差；人员的生理反应能力或者习惯引起的误差，如计时过程中有人总是超前，有人总是滞后。

2．随机误差（偶然误差）

如果实验中已理想地消除了系统误差，在相同条件下多次重复测量同一物理量时，还是会发现各次测量值之间有差异，由此而产生的误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化着，这就称之为随机误差。这类误差的起因也是多方面的，如实验条件和环境因素微小的、无规则的起伏变化，尤其与观测者生理分辨本领、手的灵活程度等因素有关。由于它的大小和符号均不可预先确定，它的发生都是偶然的，所以也叫偶然误差。这种误差永远存在，不可能消除。对于实验中任意一次测量而言，由于测量值偏离真值而产生的误差的大小和符号是不确定的，但就它们的整体（指一系列的测量值）而言，误差大小和符号的分布却有一定的规律，即统计规律。

3．过失误差

过失误差是由于测量者在测量过程中所发生的错误或失误而造成的一种误差，如因漏读、错记、算错等因素产生误差，这是初做实验者常犯的错误。实验中不允许有过失误差，但初学者很难避免过失发生。应采取多种措施防止这种过失误差，以利实验的正常进行。

六、误差的几个基本概念

1．精密度

精密度是指重复测量所得结果相互接近的程度，它是描述实验或测量的重复性程度的尺度，即反映随机误差大小的程度。

2．准确度

准确度是指测量值或实验所得结果与真值的符合程度，它描述测量值接近真值的程度，即反映系统误差大小的程度。

3．精确度

精确度是描述精密度与准确度的综合反映。当随机误差小到可忽略的程度时，精确度等于准确度；当系统误差小到可忽略或得到修正时，精确度等于精密度。对具体的实验来说，随机误差与系统误差并不显示固定的依从关系，但在物理实验中，常常是实验结果的精密度高于准确度。

第二节　系统误差

系统误差是由仪器、方法或理论、环境及人员的习惯产生的，它的大小直接影响到实验的准确度。因此实验中应该首先消除它的影响，设法予以校正。只有当系统误差减小到可以忽略或它的影响小于或等于随机误差的情况下，才能保证实验有可靠的结果。

一、系统误差的种类

按系统误差出现的规律共有两种：定值系统误差和变值系统误差。

1．定值系统误差

定值系统误差是指大小（数值）和方向（符号）已经确定的系统误差。按人们对它的掌握程度又可分为已定和未定两种。

(1)已定系统误差。以高精度仪器为标准，测量仪器的各个示值与标准仪器之间的差值尽管在不同分度上其大小和方向可能都不相同，但它们都是定值。这类系统误差被称之为定值系统误差中的已定系统误差。

由于已定系统误差是确定了大小与方向的误差，只需经过校正等办法将其消除即可。如仪器的示值误差、零值误差、环境的固定扰动等。

(2)未定系统误差。指数值或方向没有确定或无法确定的系统误差。如由于等臂天平的两个臂事实上不完全相等，或者惠斯登电桥两个比例臂示值虽相等但实际上有差异，读数显微镜、螺旋测微计有空行程，电学线路中的开关、导线等剩余电阻所引入的误差等，这些在数值或方向上都不能确定，但它们也是定值。在消除未定系统误差时，无须去深究它们的大小和方向，只用抵消法、交换法和替代法去消除它的影响即可。

在物理实验中，可根据不同情况，有时必须对含有系统误差的测量值进行修正，必须对系统误差进行消除；有时则考虑实验中的未定系统误差对实验结果准确度的影响。比如 MF30 型万用表满度为 500 μA 的电流挡，它的最大引用误差为 2.5%，即 500 μA×2.5%≈13 μA。表明用它来测量各种 500 μA 以下的电流，相应的基本误差有大、有小、有正、有负，但其绝对值都不会超过 13 μA，这个 13 μA 称为允许基本误差，2.5% 也称准确度等级，即属于未定系统误差。

2. 变值系统误差

顾名思义，该系统误差数值是变化的，按其变化规律分为线性系统误差和周期性系统误差。

(1)线性系统误差。即误差的数值随测量尺度的增大而变化，或随时间的增加而变化，而且其变化呈线性关系。如长度测量中千分尺螺杆螺距的误差将随测量尺寸的增大而增大；有些工件，随着温度变化它的尺寸也呈线性变化；标准电阻箱随电阻值的增大其系统误差也增大，这些都具有累积性质，也叫累积性系统误差。

(2)周期性系统误差。指其误差的大小与符号呈周期性变化。比如分光计的刻度盘与游标盘偏心，此时读数误差将随着角度的增大呈周期性变化，若秒表指针没有准确地安装在盘中心，也会使秒表指示值出现周期性误差。

二、系统误差的发现与消除

在科学实验中，有时系统误差是影响实验结果准确度的主要因素，然而它又常常不明显地表现出来，有时会给实验结果带来严重的影响。因此，发现系统误差，估算它对结果的影响，设法修正、减少或消除它的影响，是误差分析的一个很重要内容。发现系统误差的根本方法应从系统误差来源去分析、研究，如分析实验条件、仪器仪表、每一步的调整与测量、影响实验的每一个因素等。但系统误差的发现与估算，除数学与误差理论知识外，常取决于实验者的经验和判断能力。这里所介绍的只是一般方法，具体情况还要具体分析。要注意的是，系统误差不能依靠在相同条件下多次的重复测量去发现，也不能借此来消除它的影响。

1. 系统误差的发现与估算

(1)数据分析方法。将测量数据依次排列，如误差的大小有规则地向一个方向变化，则测量中存在线性系统误差；如误差的符号作有规律的交替变化，则测量中存在周期性系统误差。

(2)理论分析方法。考察理论公式所要求的条件是否与实验使用条件完全一致。

(3)仪器分析方法。分析仪器要求的条件是否满足，如 0.1 级的电阻箱、标准电池等的使用条件均与温度有关，电表的水平放置或垂直放置也是使用条件，若不符合必产生系统误差。

(4)在估算误差前先估算一下误差的数量级，看该系统误差的大小是否超过最大允许误差。

2 系统误差的消除和修正

对于定值系统误差的已定系统误差，由于它的大小和方向均已得到，所以消除时只要从测得值中减去即可：

$$x_i = x_{i测} - \Delta x_{i已定}$$

也就是某分度处的测得值减去该分度处的已定系统误差即得到经校正后的测得值 x_i。比如某量具的零位误差。

对定值系统误差的未定系统误差和变值系统误差中的周期性误差，线性误差等可用以下办法消除：

(1)替换法。保持测量条件不变，用某一已知标准量替换被测量，再作测量，即可消除系统误差。如用天平测未知量 x，x 与砝码 P 平衡时 $x = p\dfrac{L_2}{L_1}$（L_2、L_1 为两臂长）。由于 $L_1 \neq L_2$，存在未定系统误差。若选用已知标准砝码 P_0 代替 x，再与 P 平衡，则 $P_0 = P\dfrac{L_2}{L_1}$。若两次平衡时天平力臂无变化，则 $x = P_0$ 误差即消除。

(2)正负误差补偿法。改变测量中的某些条件，使两次测量结果中的误差符号相反，取其平均值以消除系统误差。如读数显微镜有空行程（测微鼓轮改变转动方向时，虽然读数变化，实际上量杆并没有动），常称之为回程差或螺距差。采用正向反向测量的方法，可消除回程差。测量某球直径时，要求只可沿同一个方向旋转鼓轮，不可进进退退，也是这个道理。

(3)交换法。在测量过程中对某些条件（如被测物的位置）进行交换，使产生系统误差的原因对测量结果起相反作用，以消除固定的系统误差。如天平称质量时将被测物与砝码互换位置，电桥测电阻时将 R_x 与 R_s 互换位置都可消除固有系统误差。

(4) 线性系统误差的消除。对测量中随时间作线性变化的系统误差，可根据待测量与时间线性相关的特点求出修正值，最后得到 t 时刻的待测量大小。

(5)周期性系统误差的消除。对按正弦曲线变化的周期性系统误差，可以采取在每半个周期进行偶数次观测的方法予以消除。如分先仪的游标盘与刻度盘，在相距 $180°$ 的两侧各有一读数窗口，两窗口的读数共同确定望远镜的任一位置。

以上所述发现与消除系统误差的方法，在具体的实验中还将具体分析。

第三节　随机误差

假定在实验过程中已经理想地消除了系统误差，但在相同条件下多次测量同一物理量时，总是存在误差，误差的绝对值和符号随机变化，时大时小、时正时负，不可预定，也不可避免，这就是随机误差的特征。虽然随机误差不可能消除，但可以用随机误差理论估计其可能出现的大小。

大量的实验证明，对某一物理量进行多次测量，结果具有统计规律性。

【例 1-3-1】 对某一长度测量了 64 次，得数据表见表 1-3-1。

表 1-3-1　测量数据

测量值 $x_i(\times 10^{-2}\,\mathrm{m})$	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	1.11
相同数值出现的次数 N	1	3	6	10	15	11	8	4	3	2	1

以长度 x_i 为横坐标，以相同数值出现的次数 N 为纵坐标作直长方图（统计直方图），可得到一接近对称的图形，如图 1-3-1 所示。假若相同条件再作 64 次测量，另作出相应的图形，一般说来所得到的图形不会与第一次的图形完全吻合，但轮廓相似，因它们具有相同的规律性。

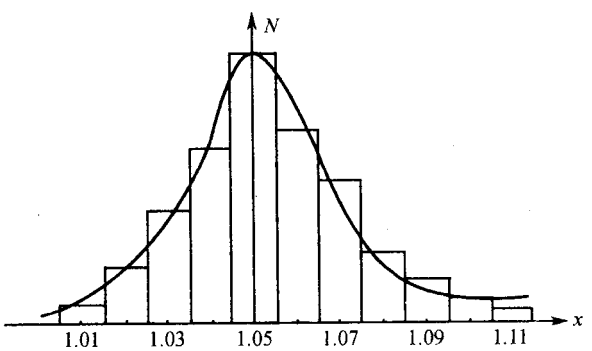


图 1-3-1　测量数据分布规律

需要全本请访问 www.ertongbook.com

若用更大的测量次数，同时用宽度更小的间距 Δx，就会得到非常接近的图形。从而可得出结论：在测量次数无限增加，Δx 的宽度无限减小的情况下，得到的图形是一条光滑的曲线，而且图形的对称性越来越好。由此可知在测量条件不变下进行多次测量时，误差的出现服从一定的规律。

一、误差分布函数

设对某物理量 x 进行 N 次测量，当 N 很大时，在偏离真值 Δx 到 $\Delta x + \mathrm{d}(\Delta x)$ 之间的数据有 $\mathrm{d}N$ 次，设在 Δx 附近 $\mathrm{d}(\Delta x)$ 区间中误差出现的几率为：$\frac{\mathrm{d}N}{N}$。这个几率必与区间 $\mathrm{d}(\Delta x)$ 的大小成正比，是 Δx 的函数，即

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x) \qquad (1-3-1)$$

$f(\Delta x)$ 叫做误差分布函数，如图 1－3－2 所示。

它的意义是在误差 Δx 附近，单位误差区间内误差出现的几率。$f(\Delta x)$ 的函数形式是由高斯提出的，所以这种分布形式也叫高斯分布。显然误差分布曲线下的面积代表几率，自然有：

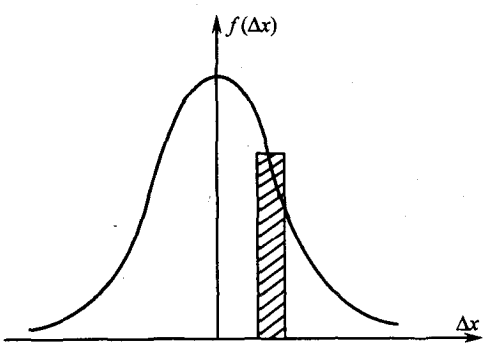


图 1－3－2　误差分布函数

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x) = 1 \qquad (1-3-2)$$

所以曲线不论高低大小如何，作图时线下面积必然相同。根据统计理论可以证明，误差分布函数为：

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-3-3)$$

也称 $f(\Delta x)$ 为误差的概率密度分布函数，σ 称为标准误差。

二、随机误差的特点

根据上面分析和实验证明，随机误差有四个特点：

(1)单峰性，绝对值小的误差出现的几率大；

(2)对称性，绝对值相等的正负误差出现的几率相同；

(3)有界性，在测量条件一定的情况下，大误差出现的几率小，而且不超过一定的限度；

(4)抵偿性，绝对值相等的正负误差出现的机会相等，其数学表达式为：

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0$$

由此可见，当对某一物理量进行 n 次测量，设测量值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_n$，真值为 x_0，测量次数无限增多时，即 $n \to \infty$ 的条件下，根据随机误差的对称性、抵偿性有：

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = (x_1 - x_0) + (x_2 - x_0) + \cdots + (x_n - x_0) = \sum_{i=1}^{n} x_i - nx_0 = 0$$

$$x_0 = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

即在测量次数无限多时，其算术平均值即为真值。

实际上，实验测量次数 n 不可能是无穷多次而是有限的，次数过多也没有必要。因此在有限次测量条件下的算术平均称为近真值，相对意义上讲它是最佳值。

第四节　随机误差的估算

测量必定有误差，由于真值无法找到，实际上误差也无法找到，所以对误差只能进行估计。估计误差的方法很多，这里只介绍算术平均误差和标准误差，它们也是最基本的误差估计方法。

一、算术平均误差

在多次测量下，算术平均值最接近于真值。由于真值无法知道，所以在实验中，最方便的是用算术平均值代表真值。常把算术平均值与各次测量值之差叫绝对误差，把各次绝对误差的绝对值加以平均叫做算术平均误差。这是估计误差的最简便方法。

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}| \tag{1-4-1}$$

二、标准误差 σ 与误差界限

1. 标准误差 σ

设实验中对某物理量 x 进行了 n 次测量，其测量值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$。我们总是从这一测量列中求得一个最接近真值的最佳值，值 $\overline{x}$ 来代替真值，但 $\overline{x}$ 与 x_0 之间有多少差距呢？例如，测同一量 x，假设得到两个测量列，若测量次数 n 相同、算出的 $\overline{x}$ 也相同，但第一列的各数据比较集中，而第二列的数据则很分散。单独分析前者时，可以说它的 $\overline{x}$ 可靠程度高，单独分析后者，就只能说其 $\overline{x}$ 不太可靠。也即，对同样的测量次数 n 而言，$\overline{x}$ 离开真值的程度，尚需视原来各数据的离散情况来定。要描述数据离散程度，可以从计算各个 x_i 偏离真值 x_0 的大小——随机误差着手。但由于 x_i 各不相同，只能求平均的误差，即算术平均误差。而简单的代数平均，常由于各随机误差的正负相消而不能如实地反映离散的情况，因此常用各个误差平方的平均值的平方根来表示这一平均误差，就叫做标准误差 σ。对真值的标准误差表示为：

$$\sigma = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^2} \tag{1-4-2}$$

真值得不到，实验次数 n 有限，用 $\overline{x}$ 代替 x_0 时，n 次测量列中某一次测量的标准误差为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{1-4-3}$$

这一公式称为贝塞耳（Bessel)公式。

它的物理内涵是，σ 是表征测量值离散程度的物理量，它反映了被测对象的稳定性或测量仪器的精密度。如果 σ 值小则测量列中各数据比较集中（即精密度高），如果 σ 值大数据较分散（精密度低）。在测同一量时，对于测量次数 n 相同的各测量列而言，σ 小的 $\overline{x}$ 较可靠，σ 大的 $\overline{x}$ 较不可靠（这里均指的是不存在系统误差的情况）。所以又定义算术平均值 $\overline{x}$ 的标准误差为：

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (1-4-4)$$

它反映的是测量结果 $\bar{x}$ 的离散程度，即以一组 n 次重复测量的算术平均值 $\bar{x}$ 就可以估算。一般地，σ 大 $\sigma_{\bar{x}}$ 也大，而测量次数 n 大时，则能使 $\sigma_{\bar{x}}$ 减小。

用式(1-4-3)和(1-4-4)来估计随机误差，均要求测量次数相当多。但物理实验的操作时间有限，尤其在测某些物理量时，不可能重复测量很多次，n 是有限次的。这样算得的数据当然有不同程度的近似性，这是应该注意的。

2. 误差界限

在多数情况下，随机误差服从正态分布（亦称高斯分布）其特性是：误差小的测量值出现的概率大，误差大的测量值出现的概率小；绝对值相等，符号相反的正、负误差出现的概率相等（所以应进行多次测量以接近真值），绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也就是说，总可以找到这样一个误差限，测量列中的某次测量值的误差超过此限值的概率小到可以忽略不计的地步，这个限值即定义为测量值的极限误差。

将概率密度函数式(1-3-3)写为下列形式：

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \qquad (1-4-5)$$

式中 x——随机变量（实验测量值）；

μ——任意实数，系对应正态概率密度分布曲线（见图 1-4-1）峰值的横坐标，称为正态分布的均值；

σ——任意实数，是曲线拐点处的横坐标与 μ 值之差的绝对值，称为正态分布的标准误差（偏差）。

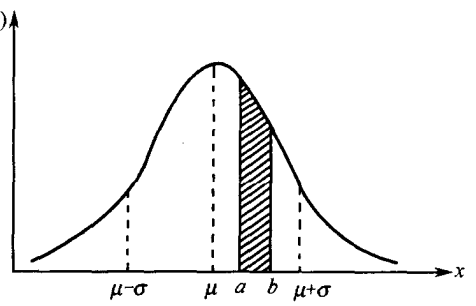


图 1-4-1 正态概率密度分布曲线

可以证明，μ 就是待测量的真值；σ 与公式(1-4-3)所定义的标准误差一致。

对于一确定的测量列，如果已知 μ、σ，由式(1-4-5)可计算出实验观察值 x 落在任意区间(a、b)的概率为：

$$P(a < x < b) = \int_a^b \varphi(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_a^b e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}\mathrm{d}x \qquad (1-4-6)$$

即等于直线 $x=a$、$x=b$ 和横坐标及曲线 $\varphi(x)$ 所包围的面积(图 1-4-1 阴影区)。

由定积分计算可知，如取 $a=\mu-\sigma$，$b=\mu+\sigma$，可算得 x 落在$(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$区间的概率是 68.3% 如取 $a=\mu-2\sigma$，$b=\mu+2\sigma$，得 x 落在区间$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$的概率是 95.4%，如取 $a=\mu-3\sigma$，$b=\mu+3\sigma$；得 x 落在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$区间的概率是 99.7%。

所以在正常情况下将 3σ 定为误差界限。若某个测量值的误差大于 3σ，就称为过失，这样的测量值在测量列中应该剔除。

同时我们定义测量值在给定误差范围内的几率为该测量数据在此误差区间内的置信度。即要讨论一个测量值的可信任程度，先规定一个误差范围的区间（置信区间），如果这个区间为$(x-3\sigma,x+3\sigma)$，则认为测量值 x 在此区间内的置信度为 99.7%，等于说此测量值落在此区间的概率为 99.7%。评价数据一般都考虑置信度。

三、标准误差 σ 的物理意义

若概率密度函数式(1-3-3)中的 $\Delta x=0$ 时,即 $f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$。可见,$\sigma$ 越小,$f(0)$越大,表明误差分布曲线越陡,数据越集中;σ 越大,$f(0)$越小,误差分布曲线越平坦,数据越分散,如图 1-4-2 所示。

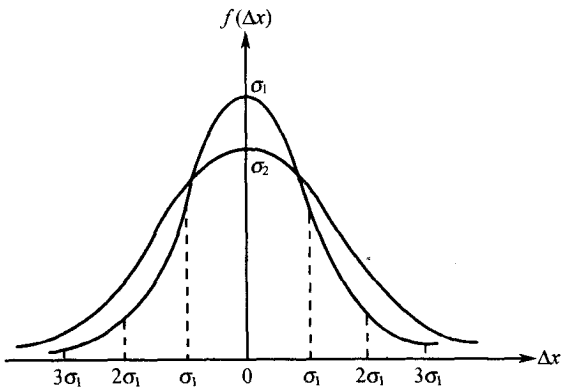


图 1-4-2　数据随 σ 的分布曲线

用 σ 来评价测量结果的精密度,有几个优点:

(1) σ 有相当的稳定性。实验中,测量次数 n 变化时,σ 的变化并非随着 n 线性变化。根据式(1-4-4),平均值的标准误差等于任意一次测量值标准误差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。可见,算术平均值的精密度和测量次数 n 有关,n 越大所求出的算术平均值也越接近于真值,精密度也越高。但是测量的精密度主要还是取决于测量仪器的准确度、测量方法、环境和观测者等,测量时应把这些条件所能达到的精密度体现出来。实验中,超出这些条件去单纯追求测量次数没有多大的实用价值,只要保证必要的次数即可,特别是对比较精密的测量。但是没有一定的测量次数,结果也就达不到应有的可信赖性。

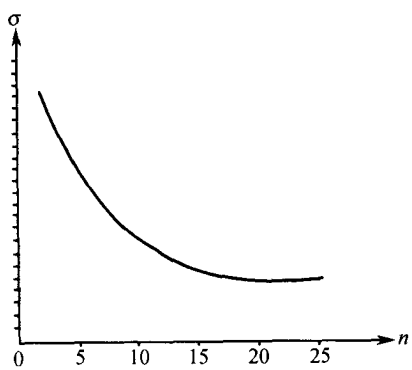


图 1-4-3　$\sigma\sim n$ 的关系图

由图 1-4-3 可看出:$\sigma\sim n$ 的关系随着测量次数 n 的增加,σ 逐渐减小,但在 $n>10$ 以后,σ 减小极慢。因此,测量次数 n 不必过多,一般重复 10 次就可以了。

(2) σ 是平方取值,与随机误差符号无关,并能反映测量数据的离散情况。

(3) σ 的值正好等于曲线拐点的坐标值,其值很容易从误差曲线求出。

*四、关于不确定度

不确定度是表征被测量的真值在某个量值范围的一个评定,它由可统计的标准误差估算值和不能以统计方法求出的在测量中可能出现的各种误差估计值综合估算而得。其数学表达式为:

$$U=t_p(n)\sigma \tag{1-4-7}$$

其中 U 为总不确定度,$t_p(n)$称为置信因子,它是与测量次数 n 及置信度 P 有关的系数,可以查专门的数值表。σ 在这里称合成不确定度,它由被测量的可用统计方法估算出的 A 类标准偏差 σ_A 及无法用统计方法估算的 B 类近似标准误差 μ_B 组成,其合成公式为:

注:* 部分只供阅读使用,后同。

$$\sigma = \sqrt{\sum \sigma_{A_i}^2 + \sum \mu_{B_j}^2} \qquad (1-4-8)$$

可合成条件是：σ_A 及 μ_B 中任意两个分量皆应彼此独立，其中

$$\sigma_A = \sqrt{\sum (x_i - \overline{x})^2/(n-1)} \qquad (1-4-9)$$

称为一次测量值的标准偏差。当被测对象稳定时，它表征仪器的精密度，当被测对象不稳定时，它描述的是被测对象的稳定性。σ_A 也可用下式表示：

$$\sigma_{\overline{A}} = \sqrt{\sum (x_i - \overline{x})^2/n(n-1)} \qquad (1-4-10)$$

它称为测量结果 $\overline{x}$ 的标准偏差，它表征测量结果的精密度。

μ_{Bj}是测量中无法以统计方法求出的各种由于仪器、环境、测量方法或近似计算等引起的各种误差的近似标准误差，它等于各相应误差的误差限除以置信因子，可进一步简化为，当误差按正态分布时：$\mu_{Bj} = \Delta_i/3$。例如 Δ_i 表示仪器误差，而且仪器较为精密的话。若误差按均匀分布，则$\mu_{Bj} = \Delta_i/\sqrt{3}$。例如 Δ_i 表示判读时的视差限、仪器齿轮的回程差、数据截断引起的舍入误差等。

不确定度的求算可分以下三种情况：对于直接量而言，欲求某仪器（或被测量不稳定时）单次测量的不确定度，应以式（1－4－9）求 σ_A，依 $\Delta_i/3$(或以 $\Delta_i/\sqrt{3}$)求出各种 B 类近似标准差 μ_{Bj}，经式(1－4－8)合成而得 σ，置信因子 $t_p(n)$中 p 取得 0.2 或 0.3，查表得出，代入合成式子可求出总不确定度 U。

欲表达某直接量 n 次等精度测量的结果 $\overline{x}$ 的不确定度，只要依式(1－4－10)求 $\sigma_{\overline{A}}$，其它同上。

欲求间接量 $y = f(x_1, x_2, x_3, \cdots)$ 的不确定度，可按 $U = t_p(n)\sigma_y$ 求出，其中 $\sigma_y = \sqrt{\sum (\partial y/\partial x_i)^2 \sigma_{xi}^2}$，而 $\sigma_{xi} = \sqrt{\sum \sigma_{x_{iA}}^2 + \sum \mu_{x_{iB}}^2}$。

不确定度的概念与计算方法不在要求之内，故不再详述。事实上它的一些主要内容已经涉及过了，它只是一种综合性的评价形式，这里只是为了让大家阅读有关文献时有一个简略的认识，不与其他相关概念、术语相混淆。

第五节　直接测量误差的估算

一、单次测量误差的估算

任何测量都要使用仪器，测量误差的大小必然受到仪器自身误差的制约。通常以示值误差和级别误差反映仪器误差的大小。

1　以仪器误差作为单次测量的误差

(1)示值误差，指在规定的使用条件下，正确使用仪器时，仪器的示值和被测量的真值之间可能出现的最大误差。例如，读数显微镜的示值误差为 ± 0.015 mm，它的测量范围为 $0.000 \sim 50.000$ mm，也即从 $0.000 \sim 50.000$ mm范围内任一分度上的示值与其真值之差都不会超过 ± 0.015 mm。换言之，± 0.015 mm 是读数显微镜在测量范围内最大的示值误差。

(2)级别误差，以相对误差的形式来反映仪器误差的大小。其定义式为：

级别(%)=(量程中的最大示值误差／量程)×100%

例如,量程为 100 mA 电流表，在该量程各分度中最大的示值误差为 1.5 mA,则该电表的准确度等级为 1.5 级[(1.5 mA/100 mA)×100% =1.5%]。我国将电工类仪表分为七级，它们是 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0。

因此,若已知仪表的级别与量程,则 $\Delta_{仪}$ = 级别 × 量程/100。

必须指出：仪器误差是反映了量程内可能产生的最大误差，因此量程内任何分度的误差都小于等于该数值。若粗略地估算也就把它看作量程内各示值的误差。

2. 以量具或仪表的最小分度的一半或最小分度视为单次测量的误差

当我们不知道量具或仪表的精度等级，又没有说明书的情况下，可以这样估算。因为在一般情况下，仪表或量具的最小分度即是它可以读出的最小准确数。

*3 以可估计误差的大小作为单次测量的误差

有些情况仪器误差并不能反映测量值误差的大小。如用 0.1 分度的秒表计时,由于人的感官灵敏度的限制与技术上的不熟练，常常造成“启动”和“停止”秒表所使用的时间已超过 0.1 s，这必然使测量误差大于秒表的仪器误差。这时可依实际情况用 $\Delta_{估计}$来估算误差，如 Δ估计可等于 0.2 s。又如以钢卷尺测量较长的距离，不可能保证尺子拉平拉直，则可依实际情况定 $\Delta_{估计}$ 为 ±5 mm,甚至可估为 ±10 mm 或更多。总之，估计误差的大小全凭实际情况，从测量人员的技术、测量条件及仪器误差几方面综合考虑而定出 $\Delta_{估}$计的大小。

4. 单次测量的标准误差

单次测量的标准误差可按下式计算：

$$\sigma = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{1-5-1}$$

当测量仪器级别较低时，应按下式进行计算：

$$\sigma = \frac{\Delta_{仪}}{2\sqrt{3}} \tag{1-5-2}$$

式(1-5-1)、(1-5-2) 的选择根据具体情况由实验室确定。

二、多次重复测量误差的估算

多次重复测量的结果可以减小测量误差中的偶然部分，使测量结果的算术平均值更接近于真值。其误差估算可分为下列两种情况：

(1) 若测量仪器已经过更高一级的仪器校准，或采取一定的测量方法，排除测量中的系统误差后，随机误差($\overline{\Delta x}$,或 $3\sigma_{\bar{x}}$) 的大小即反映了测量结果的误差。

(2) 普通物理实验中的仪器大部分未经过高一级仪器校准，故只需估算其最大误差即可，如分别求出仪器误差 $\Delta_{仪}$(或可估计的 $\Delta_{估}$计)和随机误差($\overline{\Delta x}$,$3\sigma_{\bar{x}}$),比较这二类误差,如随机误差大于或近等于 $\Delta_{仪}$ 等时，用随机误差表示该测量的最大误差，若随机误差比 $\Delta_{仪}$ 等小得多时(数量级之差),则 $\Delta_{仪}$ 就是该多次测量的最大误差。

第六节 间接测量误差的估算

直接测量有误差，间接测量结果是以直接测量得到的，因此，直接测量误差必然带进到间接测量中去，这种规律叫误差传递。由直接测量的误差计算间接误差的公式叫误差传递公式，间接测量误差的估算由误差传递公式来定。

需要全本请访问 www.ertongbook.com