高职高专精品课程规划教材

高等数学

（新编本）

李以渝　主编

北 京 邮 电 大 学 出 版 社
·北京·

内 容 简 介

本书包括一元微积分、微分方程、数学实验、数学建模等内容，在教学理念、教材结构、内容叙述、习题设计等方面都富有创新. 本书微积分起点较低，突出了主要结构和主要思想，语言叙述清晰，内容丰富. 本书包含了微积分的广泛应用实例并发掘编写了微积分发展史、科学思想、方法智慧等素质教育内容. 习题包括 A(基础题)、B(提高题)、C(应用题)、D(探究题)，适合分层教学。本书是研究国内外优秀高等数学教材和高职高专数学课程的实际，以及为走出当前高职高专数学课程的困境、改革创新、努力建设精品课程的结果.

本书可作为两年制或三年制高职高专各专业的高等数学教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：新编本/李以渝主编. —北京：北京邮电大学出版社，2006

ISBN 7-5635-1287-X

Ⅰ.高...　Ⅱ.李...　Ⅲ. 高等数学—高等学校—教材　Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 085790 号

书　　名：高等数学(新编本)
主　　编：李以渝
责任编辑：张珊珊
出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
北方营销中心：电话　010-62282185　传真　010-62283578
南方营销中心：电话　010-62282902　传真　010-62282735
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：
开　　本：787 mm×960 mm　1/16
印　　张：12.25
字　　数：239 千字
印　　数：1—6 000 册
版　　次：2006 年 8 月第 1 版　2006 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-5635-1287-X/O・109　　定价：18.00 元

序

对数学教育的新认识

1. 为什么我们要重视学习数学

为什么我们从小学开始直到大学要一直学习数学？主要的原因有：

（1）文化基础

数学与语文两大学科代表着人类两大文化：科学文化与人文文化。数学是一门特殊的科学，数学精神、数学思想、数学方法中充分显示着一般科学精神、科学思想、科学方法。

（2）大脑开发

数学、语文及科学文化、人文文化又大体对应着我们人脑的左右半脑：

人脑结构	知识特性	思维方式	学科	文化类型
左脑	分析性、逻辑性	逻辑思维	数学	科学文化
右脑	综合性、直观性	形象思维	语文	人文文化

数学学习对人的左右脑发展有直接和全面的作用。

（3）知识技术

数学知识已渗透于各种自然科学及许多社会科学之中，数学知识是我们学习各门科学的基础，语言、符号、图像、计算、估计、推理、建模等基本内容已渗透到我们日常的生活与工作之中，数学成了我们的基本技能。

（4）智慧开发

数学又是最富智慧的科学，数学学习最显著的价值是培养人的思维能力，数学知识的学习与解题训练都能培养我们的逻辑思维与抽象思维、形象思维与直觉思维、辨证思维与系统思维。数学知识是智慧的结晶，有一般智慧内蕴，会给我们以智慧的启迪。举个简单例子，请你思考“乘法的智慧”：同样两个数，如 7 与 9，$7+9=16$，$7\times9=63$，为什么作乘法比作加法大许多？数学方法实际上等同于我们做事情的一般方法：例如“记数法的智慧”、“坐标系的智慧”、“对数

方法的智慧”、“函数的智慧”等等。非智力因素方面的影响有：数学学习是困难的、富于竞争的，它可培养我们的主动性、责任感、自信心以及顽强的毅力、一丝不苟的精神和良好的学习习惯等。

2. 我们应该如何学习数学

（1）新的数学观

数学是一门特殊的科学，它充分显示着一般科学精神、思想和方法；数学是一种文化，它属于甚至代表科学文化；数学是最富创新性的科学，数学的研究被视为人类智力的前锋；数学是推动人类进步的最重要的思维学科之一。

（2）新的数学教育观

在现代社会，数学的技术作用日益突出，学校教育也随之强调数学的技术作用，数学教师也习惯于数学教育就是数学知识、数学方法的教育。但许多学生却认为学大量复杂的数学对以后没有用，因而学数学的兴趣不大、动力不足。对于大多数学生，现实情况确如日本著名数学教育家米山国藏所指出的：学生进入社会后，几乎没有机会应用他们在学校所学到的数学知识，因而这种作为知识的数学，通常在学生走出校门不到一两年就忘掉了。他认为学数学的意义在于：不管人们从事什么业务工作，那种铭刻于头脑中的数学精神和数学思想，却长期地在他们的生活和工作中发挥着重要作用。笔者则进一步认为，由新的数学观可以得到新的教育观：数学教育的意义、价值不仅在于数学知识和方法的教育，还在于通过数学知识、方法的教育促进了人脑的发育，培养了人的科学文化素质，发展了包括人的思维能力、创新能力在内的人的聪明智慧，正因为数学学习培养了人的这些素质，所以它能为人一生的可持续发展提供动力。

（3）新的数学素质教育观

新的数学素质教育观，即数学课程的素质教育应有“数学素质”与“一般素质”的双重涵义。数学素质即数学观念、数学思维、数学语言、数学技能及应用能力等数学学科素质；一般素质包括思想素质、文化素质、思维素质、创新素质、审美素质等人的综合素质的各个重要方面。新的数学素质观，是重视数学（学科）素质教育并努力使其扩展为人的一般素质、全面素质。我们在重视数学知识、方法学习的同时，应当重视探讨这些知识、方法背后的一般意义，在数学学习中主动感受其科学文化，进行思维开发和智慧发展，即：

数学知识⟶科学知识、一般知识
数学方法⟶科学方法、一般方法
数学思维⟶科学思维、一般思维
数学精神⟶科学精神、一般精神
数学创造⟶科学创造、一般创新
数学之美⟶科学之美、世界之美
……

(4) 高职高专高等数学教育观

高职高专培养的是生产、服务一线的技术工人,这些岗位对高等数学的要求不高,而能否胜任工作、能否有发展潜力,更在于人的素质。相应地,高职高专高等数学教材(以及教学法)不应是大学高等数学的“压缩版”,要有自己的特色。这就是:高等数学的学科性、理论性可以适当减弱,而突出数学思想方法的应用、探究式学习以及重点突出素质教育。

3. 关于本教材的编著

本教材是我们总结自己多年高等数学教学、研究的实践与经验,参考国内外多种优秀教材,并融入上述数学教育理念的结果,有以下尝试与特点:

(1) 新结构

在第1章——函数——的基础上,第2章、第3章是导数与积分,其优点一是突出微积分主干与关键概念,使学生容易有微积分的整体认识;优点二是弱化极限、连续等枝叶,减少学生学习难度;优点三是后面各章的求导及应用、求积分及应用,有循环学习、逐步深化的作用。

(2) 新理念

根据前述的新数学观、新数学教育观及新数学素质教育观,我们认为高等数学课程对于高职学生,除了在高中学习的基础上进一步加强数学计算、图形认识、逻辑分析等数学知识能力外,更主要的目的、意义在于科学思想教育、方法智慧启迪和全面素质教育。

(3) 新内容

根据高职学生的特点,本教材对导数、微分、积分等难点内容均采取由具体到一般的叙述方式展开,并适当弱化理论严密性,体现了“低起点”;对求导、求积分的方法技巧有明确的总结,这些都便于学生的学习;将数学基础知识与数学实验、数学建模尽量融合为一体(数学实验中除用计算机求极限、导数、积分作数学计算实验外,笔者提出“数学认识实验”,即通过计算机的计算、作图等功能,让学生在计算机上将所学过的数学知识再展现、再直观认识);将数学教学与素质教育有机结合起来;习题设计为4层:A(基础题)、B(提高题)、C(应用题)、D(探究题)。

(4) 重素质

根据数学教育新理念,我们在教材中注意总结微积分的发展史、科学思想、科学方法、科学家的故事、微积分的哲学、马克思对微积分的研究以及微积分的工程技术应用等密切结合微积分内容的素质教育材料,将其作为素质教育的基础。

(5) 重探究

对于基础较好的同学,为满足他们不局限于学习高等数学一般知识的较高要求,我们结合微积分各重点内容,编写了课堂讨论题和练习中的探究题,包括

适当的数学建模题。设计合适的问题是探究式学习的重要基础。

（6）重应用

高职高等数学教育的又一个特点是重视数学应用，培养学生有数学应用的思想和一定的经验。为此本教材搜集、设计了工程技术、经济管理、社会生活、自然现象等广泛领域的数学应用题，作为例题和习题C，并介绍数学建模基础知识、技巧，总结了高等数学在工程技术中的应用。

因而本教材具有以下特点：

- 因材施教分层教学、各有收获；
- 数学建模全面平移、探究式学习；
- 数学文化广泛渗透、素质教育。

本教材是编委会全体老师共同努力的结果。特别是请到了西南交通大学杨宁教授审阅了全书，在此一并表示感谢。

对于本书的创意及不当之处，敬请读者指正。

李以渝

四川工程职业技术学院　教授

教育部高等学校教学指导委员会　委员

2006 年 6 月 10 日

目　　录

第 5 章　导数的应用

第 6 章　求 定 积 分

第1章 函　数

微积分是现代数学和许多科学技术的基础和工具. 微积分的研究对象是函数,因为函数是数学中最基本的概念和模型——万事万物都可以用函数来刻画表示,然后用微积分研究其规律.

本章将复习函数知识,为微积分的学习打下基础.

1.1 基本初等函数

1.1.1 函数基础知识

[先行问题] 什么是函数? 如一平方米的价格确定后,一套房子总购置费与其面积就有确定的关系. 复杂一点的问题如:气温(t)随着时间(h)的变化而变化,一个城市每天与其最高气温之间的关系怎样?

这些问题的一般性是:事物总是相互联系、相互影响的,反映在数学上就是变量与变量之间的函数关系. 即函数是一种反映变量之间相依关系的数学模型. 如果变量 x 的每一个值都有变量 y 的唯一一个值与之对应,则称 y 是自变量 x 的函数,记为 $y=f(x)$,其中 f 为对应法则,也叫函数名. x 的变化范围为 f 的定义域(D),相应地,y 的变化范围为 f 的值域(R). 也可以说 x 是输入量,y 是输出量.

函数 $y=f(x)$的表示有表格法、图像法及公式法,这 3 种表示都同样适用. 如经济生活中的许多数量关系表格就是用函数的表格法表示,而如雷达散点图、人的心电图等为函数的图像表示法表示.

值得注意的是,函数表现事物相互关系的规律,也表达了这样一种思想:通过某一事实的信息去推知另一事实. 例如,我们知道了一个圆的半径则可推知它的面积;由一物体的运动性质和运动规律可得知它的运动路程. 又例如,历史上是伽利略意识到流体受热会膨胀,他首先把温度看成是流体体积的函数,制作了温度计.

函数有单调性、奇偶性、周期性和有界性等性质.

1.1.2 基本初等函数

我们已学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为

基本初等函数，现将其总结如下：

1. 幂函数

幂函数 $y=x^{\mu}$（μ 为常数）如图 1.1 所示.

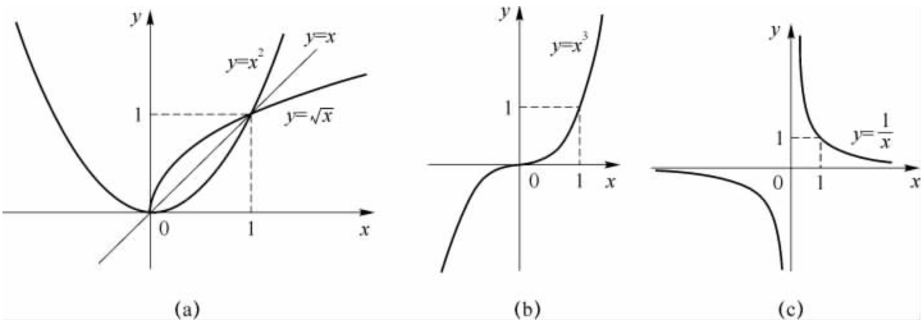

图 1.1

2. 指数函数

指数函数 $y=a^x$（a 为常数，$a>0$，$a\neq 1$），$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,+\infty)$，如图 1.2 所示.

3. 对数函数

对数函数 $y=\log_a x$（a 为常数，$a>0$，$a\neq 1$），$x\in(0,+\infty)$，$y\in(-\infty,+\infty)$，如图 1.3 所示.

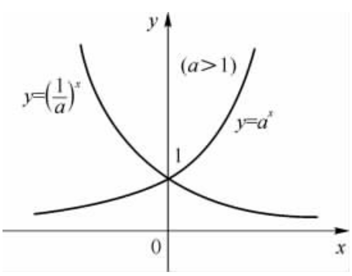

图 1.2

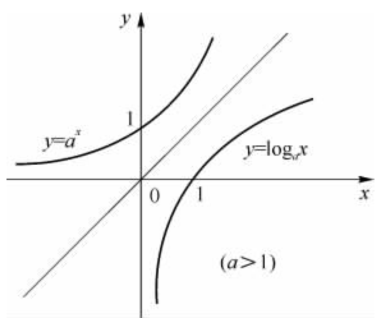

图 1.3

4. 三角函数

正弦函数 $y=\sin x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$；

余弦函数 $y=\cos x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$；

正切函数 $y=\tan x$，$x\in\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$，$k\in Z$，$y\in(-\infty,+\infty)$；

余切函数 $y=\cot x$，$x\in(k\pi,(k+1)\pi)$，$k\in Z$，$y\in(-\infty,+\infty)$.

三角函数如图 1.4 所示.

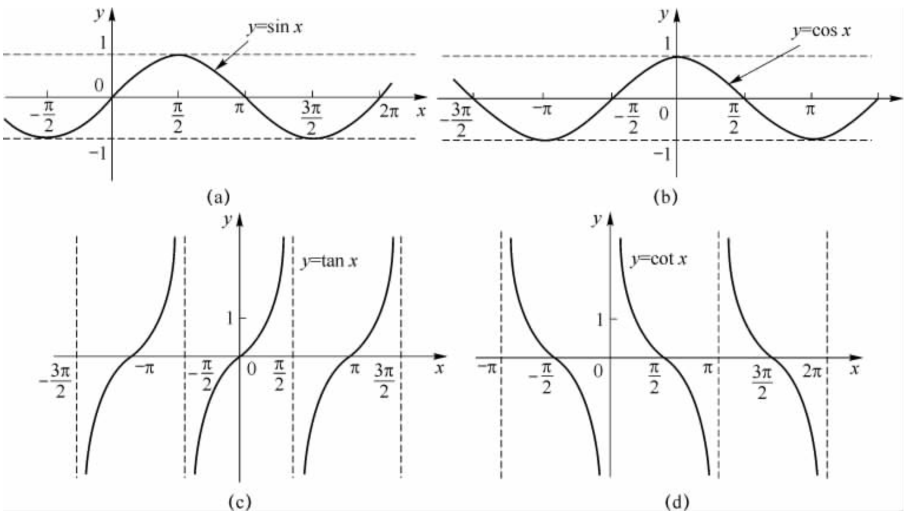

图 1.4

5. 反三角函数

反正弦函数 $y=\arcsin x, x\in[-1,1], y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$;

反余弦函数 $y=\arccos x, x\in[-1,1], y\in[0,\pi]$;

反正切函数 $y=\arctan x, x\in(-\infty,+\infty), y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$;

反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x, x\in(-\infty,+\infty), y\in(0,\pi)$.

反三角函数如图 1.5 所示.

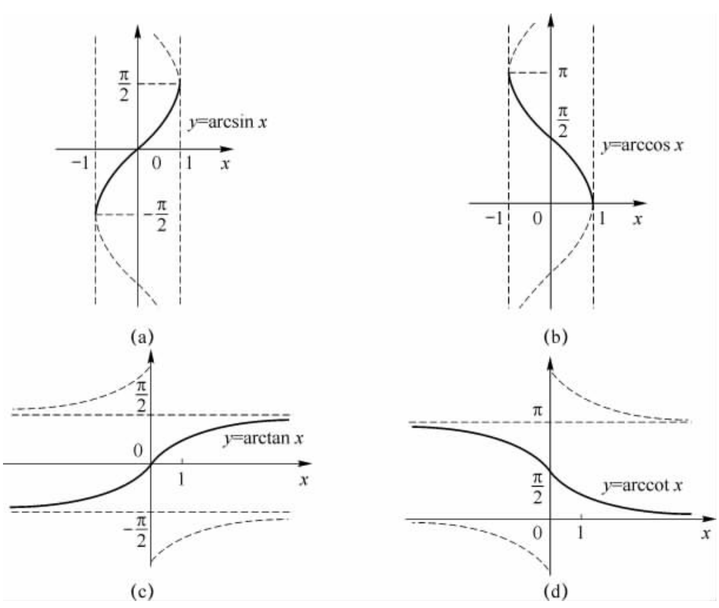

图 1.5

习题 1.1

A(基础题)

1. 已知 $f(x)=x^2-3x+2$，求函数值 $f(0)$，$f(1)$，$f(-x)$，$f(x+1)$，$f\left(\frac{1}{x}\right)$.

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (0\leqslant x<1) \\ 0 & (x=1) \\ 1-x & (1<x<2) \end{cases}$，求 $f(0)$，$f(1)$，$f\left(\frac{5}{4}\right)$.

3. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{2x+1}$；　(2) $y=\dfrac{2x}{x^2-1}$；　(3) $y=\lg(x-1)$.

4. 求下列函数的反函数.

(1) $y=2x-1$；　(2) $y=\dfrac{1}{x+1}$；　(3) $y=1-x^3$.

5. 求下列反三角函数的值.

(1) $\arcsin 1$；　(2) $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；　(3) $\arctan 1$.

B(提高题)

1. 下列 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否表示同一个函数，为什么？

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}$，$g(x)=1$；　(2) $f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg x$；

(3) $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x^2}$.

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{x^2-1}$；　(2) $y=\sqrt{2-x}+\lg x$；

(3) $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$；　(4) $y=\ln(\ln x)$.

3. 已知 $f(x+1)=x^2-3x+2$，求 $f(x)$.

4. 设 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，求下列函数的定义域.

(1) $f(x^2)$；　(2) $f\left(x+\dfrac{1}{4}\right)+f\left(x-\dfrac{1}{4}\right)$.

C、D(应用题、探究题)

1. (超重收费问题)乘客乘火车，可免费随身携带不超过 20 kg 的物品，超过 20 kg 的部分，按 5.00 元/千克收费，超过 30 kg 的部分再加收 50%. 试写出

物品重量与收费的函数关系式.

2. 图 1.6 中哪一个是需求曲线,哪一个是供应曲线,为什么?

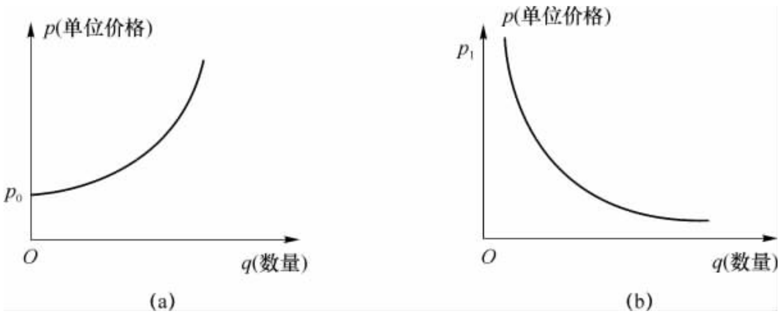

图 1.6

3. 一般地,施用的肥料越多,谷物的产量就越高.但如果肥料施用得太多,谷物也会受到毒害,从而使产量急剧下降.画出一个可能的图像以表明作为肥料施用量与谷物产量的函数.

4. 图 1.7 中哪几个图像与下述 3 件事分别吻合得最好?为剩下的那个图像写出一件事.

(1) 我离开旅馆不久,发现自己把公文夹忘在房间里,于是立刻返回旅馆取了公文夹再上路.

(2) 我驾车一路以常速行驶,只是在途中遇到一次交通堵塞,耽搁了一些时间.

(3) 我出发以后,心情轻松,边驾车边欣赏四周景色,后来为了赶路便开始加速.

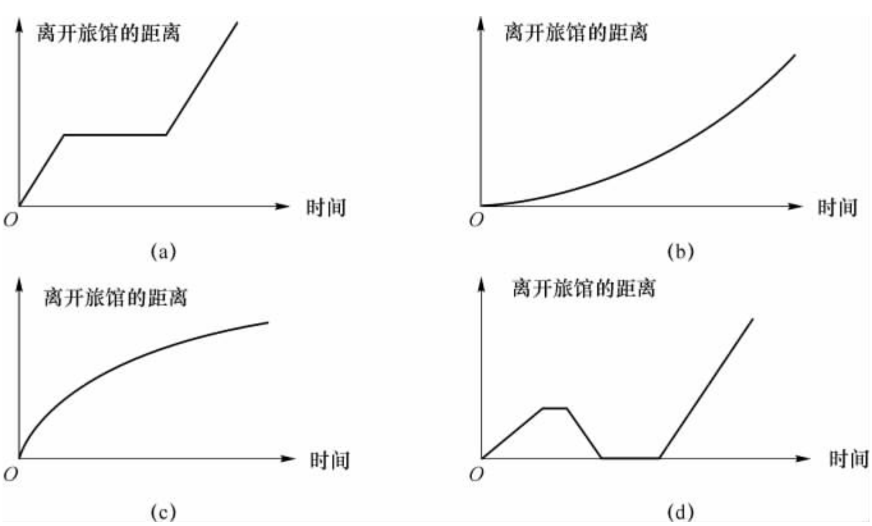

图 1.7

1.2 来自原来函数的新函数

由基本初等函数可以构造得到许多新函数.

1.2.1 平移与伸缩

通过平移图像可以产生新函数.例如 $y=x^2+4$ 是把 $y=x^2$ 的图像向上移动 4,而 $y=(x-2)^2$ 是把 $y=x^2$ 的图像向右移动 2,如图 1.8 所示.

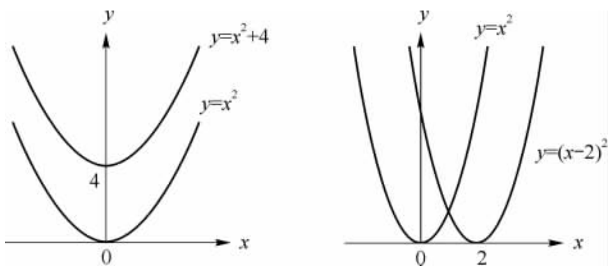

图 1.8

容易想像,$y=-f(x)$是将 $y=f(x)$关于 x 轴反射(翻折);$y=3f(x)$是每个 y 值都扩大 3 倍.

1.2.2 函数加减

例 1.1 对 $x>0$,画出函数 $2x^2+\dfrac{1}{x}$的图像.

解 我们可先画出 $y=2x^2$ 和 $y=\dfrac{1}{x}$的图像,再对应同一个 x 将 $2x^2$ 与$\dfrac{1}{x}$相叠加.如图 1.9 所示.

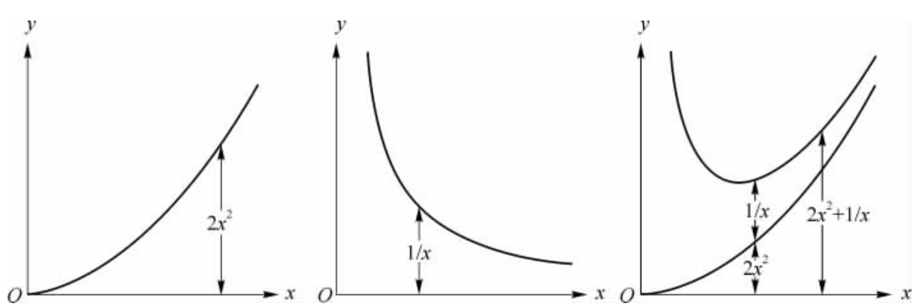

图 1.9

1.2.3 复合函数

函数与函数进行加减乘除可以得到新函数.此外,将一个 $u=u(t)$替换另一