

普通高等教育“十五”国家级规划教材
(高职高专教育)

高等数学练习册

侯风波 主编

高等教育出版社

内容提要

本书为普通高等教育“十五”国家级规划教材,是根据教育部高职高专高等数学教学基本要求,结合高职高专学校高等数学教学现状编写的,适合高职高专高等数学课程的课后练习册。全书内容包括:函数、极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、常微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、二重积分、级数共十一章练习题,分为41次课后作业。本书注重基本概念、基本方法、基本能力的培养。书中习题经过了挑选与实践检验,题型既有经典的是非题、填空题、计算题、选择题,又有专为规范学生解题过程的多步填空题。

本书可作为高职高专学校高等数学课程教学的同步练习册。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册 侯风波主编. —北京:高等教育出版社,2003.6

ISBN 7 - 04 - 012399 - 1

.高... .侯... .高等数学 - 高等学校:技术学校 - 习题 .013 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 025907 号

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100011

总 机 010 - 82028899

购书热线 010 - 64054588

免费咨询 800 - 810 - 0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

排 版 高等教育出版社照排中心

印 刷

开 本 787 × 1092 1/16

印 张 5.75

字 数 100 000

版 次 年 月第 版

印 次 年 月第 次印刷

定 价 6.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

责任编辑 李 陶
封面设计 杨立新
版式设计 王艳红
责任校对 刘 莉
责任印制

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 82028899 转 6897 (010) 82086060

传真：(010) 82086060

E-mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社法律事务部

邮编：100011

购书请拨打读者服务部电话：(010) 64054588

前 言

本书为普通高等教育“十五”国家级规划教材,为了贯彻落实教育部高职高专高等数学教学基本要求,切实提高高职高专教育高等数学课程教学质量,针对高职高专学生学习特点,编写了此书。本书不但有经典的是非题、填空题、计算题、选择题,还有专为规范学生解题过程的多步填空题。全书适用高职高专教育高等数学课后作业。

参与本书编写的有侯风波、刘欣、杨红梅、叶永刚、李仁芮。张学奇教授认真审阅了本书初稿,在此一并致以深切的谢意。

全书框架结构、统稿、定稿由侯风波教授完成。

书中如有不妥之处,请各位同仁批评、指正。

编 者

2003年2月

出版说明

为加强高职高专教育的教材建设工作,2000年教育部高等教育司颁发了《关于加强高职高专教育教材建设的若干意见》(教高司[2000]19号),提出了“力争经过5年的努力,编写、出版500本左右高职高专教育规划教材”的目标,并将高职高专教育规划教材的建设工作分为两步实施:先用2至3年时间,在继承原有教材建设成果的基础上,充分汲取近年来高职高专院校在探索培养高等技术应用性专门人才和教材建设方面取得的成功经验,解决好高职高专教育教材的有无问题;然后,再用2至3年的时间,在实施《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上,推出一批特色鲜明的高质量的高职高专教育教材。根据这一精神,有关院校和出版社从2000年秋季开始,积极组织编写和出版了一批“教育部高职高专规划教材”。这些高职高专规划教材是依据1999年教育部组织制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》(草案)和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》(草案)编写的,随着这些教材的陆续出版,基本上解决了高职高专教材的有无问题,完成了教育部高职高专规划教材建设工作的第一步。

2002年教育部确定了普通高等教育“十五”国家级教材规划选题,将高职高专教育规划教材纳入其中。“十五”国家级规划教材的建设将以“实施精品战略,抓好重点规划”为指导方针,重点抓好公共基础课、专业基础课和专业主干课教材的建设,特别要注意选择一部分原来基础较好的优秀教材进行修订使其逐步形成精品教材,同时还要扩大教材品种,实现教材系列配套,并处理好教材的统一性与多样化、基本教材与辅助教材、文字教材与软件教材的关系,在此基础上形成特色鲜明、一纲多本、优化配套的高职高专教育教材体系。

普通高等教育“十五”国家级规划教材(高职高专教育)适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

教育部高等教育司

2002年11月30日

目 录

第一章 函数	1	习题四 反常积分(广义积分)	43
习题一 函数	1	第七章 常微分方程	45
第二章 极限	3	习题一 常微分方程的概念与分离变 量法	45
习题一 极限的概念	3	习题二 一阶线性微分方程	47
习题二 极限的四则运算	5	习题三 二阶常系数齐次线性微分方程 ...	49
习题三 两个重要极限	7	习题四 二阶常系数非齐次线性微分 方程	51
习题四 无穷小与无穷大	9	第八章 向量与空间解析几何	53
习题五 函数的连续与间断	11	习题一 空间直角坐标系与向量的 概念	53
第三章 导数与微分	13	习题二 向量的点积与叉积	55
习题一 导数的定义	13	习题三 平面和直线	57
习题二 导数的四则运算	15	习题四 曲面与空间曲线	59
习题三 复合函数求导	17	第九章 多元函数微分学	61
习题四 隐函数、对数函数求导 高阶 导数	19	习题一 多元函数及其极限	61
习题五 微分	21	习题二 偏导数及高阶偏导数	63
第四章 导数的应用	23	习题三 全微分	65
习题一 洛必达法则	23	习题四 复合函数的偏导数	67
习题二 函数的单调性	25	习题五 偏导数的几何应用	69
习题三 函数的极值	27	习题六 多元函数的极值	71
习题四 曲线的凹凸性与拐点	29	第十章 多元函数积分学	73
第五章 不定积分	31	习题一 二重积分及其在直角坐标系下的 计算	73
习题一 不定积分的概念	31	习题二 极坐标下二重积分的计算及二重 积分的应用	75
习题二 不定积分的换元积分法	33	第十一章 级数	77
习题三 分部积分法 简单有理函数的 积分	35	习题一 数项级数	77
第六章 定积分	37	习题二 幂级数	79
习题一 定积分的概念 微积分基本 公式	37	习题三 函数的幂级数展开	81
习题二 定积分的换元积分法与分部 积分法	39		
习题三 定积分的应用	41		

第一章

函 数

习题一 函 数

一、填空题:

1. $y = x^3 - 8$ 的定义域是_____;

2. $y = \arcsin \frac{x-1}{3}$ 的定义域是_____;

3. $y = \frac{x+1}{x-4}$ 的定义域是_____.

二、设函数 $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, 求 $f(0)$, $f(1)$, $f(-x+1)$.

三、试作函数 $y = \begin{cases} 1+x, & -1 < x < 0; \\ 1-x, & 0 < x < 1 \end{cases}$ 的图像.

四、试作函数 $f(x) = \begin{cases} 3x, & |x| > 1; \\ x^2, & |x| < 1; \\ 2, & |x| = 1 \end{cases}$ 的图像, 并求 $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$ 的值.

五、下列各题中,函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同?为什么?

1. $f(x) = \ln x^4$, $g(x) = 4 \ln x$; 2. $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$, $g(x) = x^2 - 1$.

六、求由函数 $y = \log_a u$, $u = v^3$, $v = 2 + t$ 复合而成的复合函数.

七、下列函数可以看成哪些简单函数的复合?

1. $y = \log_a \sin 2^{x+1}$; 2. $y = \arcsin \lg(x - 1)$;

3. $y = \cos(e^x - 1)^2$;

4. $y = \cos^2 \ln(x^2 - 2x + 1)$.

第二章

极 限

习题一 极限的概念

一、判断题：

1. 因为 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 所以 $f(x)$ 在 x_0 点必须有定义; ()

2. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数在 x_0 的极限值不一定是 $f(x_0)$; ()

3. $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = \lim_{x \rightarrow 3} 3^2 = 9$; ()

4. $\lim_x \arctan x = \frac{\pi}{2}$. ()

二、试作函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 的图像, 并求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

三、从函数的定义域和函数值两方面比较下列各函数：

$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; $g(x) = x + 1$; $h(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1; \\ 3, & x = 1. \end{cases}$

四、已知函数

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0; \\ 2, & x = 0; \\ x^2 + 1, & x > 0. \end{cases}$$

求其在 $x = 0$ 处的左、右极限, 并讨论其极限是否存在.

五、讨论函数

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1; \\ x^2, & 1 < x < 2; \\ x^3, & 2 < x < 3 \end{cases}$$

在 $x = 1, \frac{3}{2}, 2$ 各点处的左、右极限及其极限是否存在.

习题二 极限的四则运算

一、由 $\lim_{x \rightarrow a} x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) 及极限的法则求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 5} 6x$;

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (6x + 5)$;

3. $\lim_{x \rightarrow 10} (x^2 - 6x)$;

4. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 3}{5x + 3}$.

二、在下面括号中填上适当的表达式.

求 $\lim_{x \rightarrow +} x(10 + x^2 - x)$.

解 $\lim_{x \rightarrow +} x(10 + x^2 - x) = \lim_{x \rightarrow +} \frac{x(10 + x^2 - x)(\quad)}{10 + x^2 + x}$

$$= \lim_{x \rightarrow +} \frac{x(10 + x^2 - x^2)}{10 + x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow +} \frac{10x}{10 + x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow +} \frac{10}{\frac{10}{x^2} + 1 + (\quad)} = 5.$$

三、求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$;

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + 4 - 2}$;

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 9 - 3}{x}$.

四、由 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ 及极限的四则运算法则求下列极限:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{3 + \frac{1}{x^2}};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2}{3x^3 + x}.$$

五、已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = \infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x} = 0$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$.

六、已知 $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{-x} = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$.

习题三 两个重要极限

一、求下列极限：

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x^2};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{3\sin^3 2x};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} x \tan \frac{1}{x};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} x \cot x;$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x + 1 - 1}.$$

二、求下列极限：

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{x+1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 9x)^{\frac{1}{x}};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}.$$

习题四 无穷小与无穷大

一、当自变量 x 在怎样的变化过程中, 下列函数为无穷小:

1. $y = \frac{1}{x+1};$

2. $y = e^{\frac{1}{x}}.$

二、当自变量 x 在怎样的变化过程中, 下列函数为无穷大:

1. $y = \ln(x+1);$

2. $y = \frac{6x^3 + 7}{3x^2 + 3}.$

三、讨论 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 在什么条件下是无穷大? 什么条件下是无穷小?

四、求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \sin \frac{1}{x}$.

五、当 $x \rightarrow 0$, $f(x) = \sin^3 x$ 和 $g(x) = 4x^2$ 哪个函数为高阶无穷小量?

六、证明 $x \rightarrow 0$, $\tan x \sim x$, $\sin 2x \sim 2x$.