成人高等教育系列教材

Chengrengaodengjiaoyuxiliejiaocai

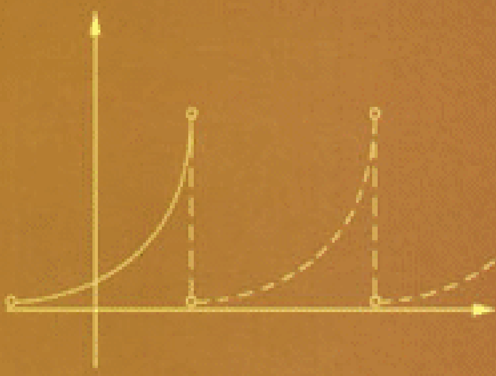
高等数学

GAODENGSHUXUE

GAODENGSHUXUE

（本科使用） 上册

主编 陈凤平　副主编 吴满 曾令武



华南理工大学出版社

成人高等教育系列教材

高 等 数 学

上 册

（本科使用）

主　编　陈凤平
副主编　吴 满　曾令武

華南理工大學出版社
·广州·

内 容 提 要

本书按教育部 员怨怨愿年颁布的全国成人高等教育工科各专业本科高等数学基本要求编写，分上、下两册出版。

全书以微分学、积分学为主线编写，突出微分和积分两大基本数学方法及其理论，使基本概念更具系统性，避免了阐述上的重复，可以相应减少教学时数，适用于专科起点的本科生。

本书概念叙述深入浅出、说理清晰，注重几何直观和应用意识；例题典型，富有启发性，对提高解题能力和解题技巧极有帮助。每节配有习题及答案。

图书在版编目（悦陨孕）数据

高等数学（上下册）／陈凤平主编．—广州：华南理工大学出版社，圆园园远

（成人高等教育系列教材）

陨杂月晕 苑－远圆猿－圆源园远－远

Ⅰ．高…　Ⅱ．陈…　Ⅲ．高等数学－成人教育：高等教育－教材　Ⅳ．韵员猿

中国版本图书馆 悦陨孕数据核字（圆园园远）第 园缘远缘远苑号

总 发 行：华南理工大学出版社

（广州五山华南理工大学 员苑号楼，邮编 缘员园远源园）

发行部电话：园圆园－愿苑员员猿源愿苑　愿苑员员园远愿源（传真）

耘－皂葬蚤造：泽糟怎贼猿岳泽糟怎贼援藻凿怎援糟灶

澡贼贼责：／／憎憎憎援泽糟怎贼责则藻泽泽援糟燥皂援糟灶

责任编辑：乔　丽

印 刷 者：中山市新华印刷厂有限公司

开　　本：愿苑员皂皂×员园怨圆皂皂　员／员远　印张：圆怨援缘　字数：远苑园千

版　　次：圆园园远年 愿月第 员版第 员次印刷

印　　数：员～源园园园册

定　　价：（上下册）：猿怨援园园元

前　　言

成人高等教育是我国高等教育事业的重要组成部分。针对成人教育的特点,改革教学内容,编写新教材,对于提高教学质量具有十分重要的意义。

成人本科,尤其是专科起点的本科教育正是当前成人高等教育的热点,但适用教材尚少。作者长期从事各类不同层次高等数学课程的教学,熟悉高等数学课程体系,尝试以微分学与积分学为主线编写这本新教材,力求突出微分与积分这一对高等数学重点,使知识结构更具条理性、系统性;理论阐述更为深刻、完整。

在内容选取上遵循‘以应用为目的,以必需、够用为度,少而精’的原则。如方向导数、二重积分、曲面积分、傅立叶级数等,我们把握适度,同时,通过对有代表性的典型例题进行分析和求解,以达到提高基本运算能力的目的。

本书对高等工科、经济、管理各类专业学生适用,也可作为成人高等教育本科毕业生申请学位、报考研究生的复习辅导参考书。

本书由陈凤平主编,吴满、曾令武任副主编。本书凝集了作者及众多常年在华南理工大学高等数学教学第一线老师们的教学经验。

本书的出版得到华南理工大学继续教育学院的大力支持,责任编辑乔丽为本书付出了辛勤劳动,在此向他们一并致谢。

由于本教材在教学内容、体系上有所创新,作为尝试,书中不完善之处,恳请同行专家不吝赐教,也希望得到读者的意见和建议。

编　者

[illegible]年远月于广州

目　　录

第一章　向量代数与空间解析几何

解析几何的基本知识对学习微积分是必不可少的,本章对空间解析几何的主要内容加以概括援首先建立空间直角坐标系并引进向量,然后以向量为工具讨论空间的平面和直线,最后介绍常见的空间曲面和曲线援

第一节　向量及其运算

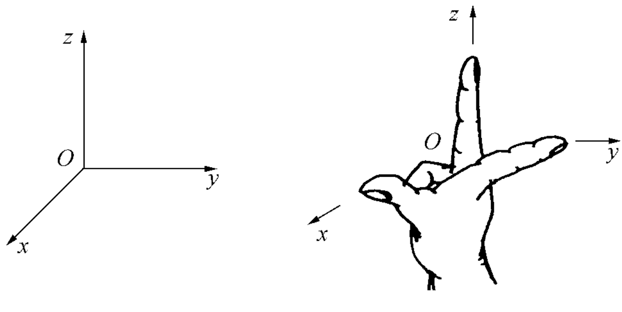
一、空间直角坐标系

在空间取定一点 韵,以点 韵为原点作三条两两互相垂直的数轴 韵曾 韵赠 韵扎(长度单位一般相同),这样便构成空间直角坐标系(图 员原员)援

三条数轴称为坐标轴,分别叫做 曾轴、赠轴、扎轴援通常按右手系规定坐标轴的指向,即用右手的拇指、食指、中指叉开后的指向为方向,如图 员原员(遭)所示援若拇指表示 曾轴的正向,食指表示 赠轴的正向,则中指就是 扎轴的正向了援

每两条坐标轴确定的一个平面,称为坐标面,由 曾轴、赠轴确

定的叫 曾韵赠坐标面;由 赠轴、扎轴确定的叫 赠韵扎坐标面;由 扎轴、曾轴确定的叫 扎韵曾坐标面,这三个坐标面把整个空间分成八个部分,每一个部分称为一个卦限,八个卦限的次序如图 员鄄圆所示援



(a) (b)

图 员鄄员

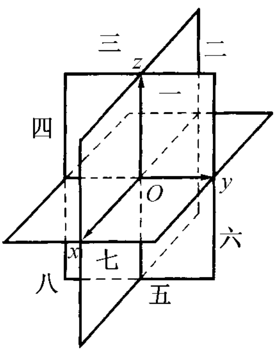


图 员鄄圆

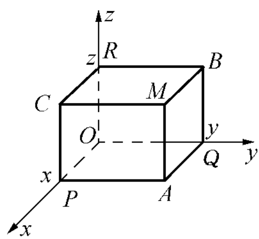


图 员鄄猿

在空间直角坐标系下,空间的点 酝 与有序数组 (曾,赠,扎) 之间一一对应,如图 员鄄猿所示援于是,我们便称有序数组 (曾,赠,扎) 为点 酝 的直角坐标,记为 酝(曾,赠,扎)援

显然,在空间直角坐标系中：

原点 韵的坐标为 (园,园,园)；

在 曾轴上点 孕的坐标为 (曾,园,园)；

在 赠轴上点 匝的坐标为 (园,赠,园)；

在 扎轴上点 砸的坐标为 (园,园,扎)；

在 曾韵赠坐标面上点 粤的坐标为 (曾,赠,园)；

在 赠韵扎坐标面上点 月的坐标为 (园,赠,扎)；

在 扎韵曾坐标面上点 悦的坐标为 (曾,园,扎)援

例员　设 酝员(曾员,赠员,扎员),酝圆(曾圆,赠圆,扎圆)为空间两点,求 酝员与 酝圆之间的距离 渣酝员酝圆渣援

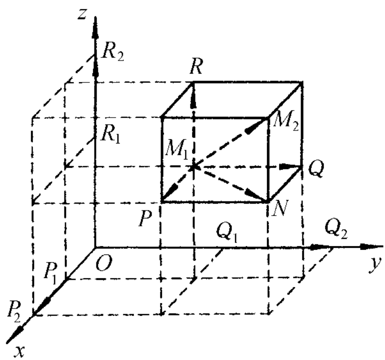


图 员原

解　过点 酝员,酝圆各作三个分别垂直于三条坐标轴的平面,这六个平面围成一个以 酝员酝圆为对角线的长方体,如图 员原所示援由勾股定理可得

|酝员酝圆|圆越|酝员晕|圆垣|晕酝圆|圆

越|酝员孕|圆垣|酝员匝|圆垣|酝员砸|圆

由于

|酝员孕|越|孕员孕圆|越|曾圆原曾员|

|酝员匝|越|匝员匝圆|越|赠圆原赠员|

|酝员砸|越|砸员砸圆|越|扎圆原扎员|

所以

|酝员酝圆| 越√(曾圆原曾员)圆垣(赠圆原赠员)圆垣(扎圆原扎员)圆

这就是空间两点间的距离公式援

特别地,空间点 酝(曾,赠,扎)到原点 韵(园,园,园)的距离为

|韵酝| 越√曾圆垣赠圆垣扎圆

例圆 在 曾韵扎平面上求一点,使之与点 粤(员,原猿,圆),月(原猿,园,原员)及 悦(远,猿,原员)等距离援

解　所求点 酝 在 曾韵扎平面上,故设其坐标为 (曾,园,扎),则由 渣酝粤渣越渣酝月渣得

√(曾原员)圆垣猿圆垣(扎原圆)圆 越√(曾垣猿)圆垣园圆垣(扎垣员)圆

由 渣酝月渣越渣酝悦渣得

√(曾垣猿)圆垣园圆垣(扎垣员)圆 越√(曾原远)圆垣猿圆垣(扎垣员)圆

整理以上两式得方程组

源曾垣猿扎越圆
曾越圆

解得 曾越圆,扎越原圆,故所求点为 酝(圆,园,原圆)援

二、向量及其线性运算

员援向量的概念

在实践中,我们常遇到两类性质不同的量:一类是只有大小的量,例如时间、温度、距离等,称之为数量援另一类量,不仅有大小而且还有方向,例如力、速度、加速度等,这种量称之为向量援

几何上,用带有箭头指向的线段来表示向量,线段的长度表示向量的数值大小,而线段的指向表示向量的方向,图员原猿表示以粤为起点、月为终点的向量,并记为 $\overrightarrow{粤月}$ 或小写黑体字 葬,手写时记为 $\vec{葬}$援

向量的数值大小叫做向量的模援向量 粤月 或 葬 的模记为 渣粤月渣或渣葬渣援

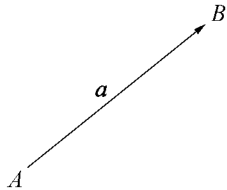


图 员原员

模等于 员的向量叫做单位向量援

模等于 园的向量叫零向量,记作园零向量没有确定的方向,或说它的方向是任意的援

如果两个向量 葬和 遭的模相等,且方向相同（指向相同）,则称这两个向量相等,记作 葬越遭援

根据这个规定,只要不改变向量模的大小和方向,向量是可以任意平行移动的援换句话说,向量与它的起点无关,这种向量称之为自由向量援本章所论述的向量均指自由向量援

与向量 葬模相等而方向相反的向量,称为 葬的负向量,记作原葬援

下面我们以力的合成法则为依据,定义向量的线性运算援

圆援向量的加减法

实验证实,两个力的合力符合平行四边形法则援以这一实践知识为依据,可定义两向量和的平行四边形法则：

设有 葬和 遭两向量,平移 葬或 遭使它们的起点重合,以 葬和 遭为邻边作平行四边形,则与 葬,遭同起点的对角线向量 糟称为 葬与 遭的和（图 员原圆）,记作

糟越葬垣遭

由于平行四边形对边相等且平行,所以,向量 粤悦越韵月援这样,在向量求和的作图上（图 员原猿）,可以简化为自 葬的终点 粤作 粤悦越遭连接 韵悦,则向量 韵悦就是 葬与 遭的和向量援这种方法又叫做向量加法的三角形法则援

根据求和运算法则,容易验证向量加法有下列运算律：

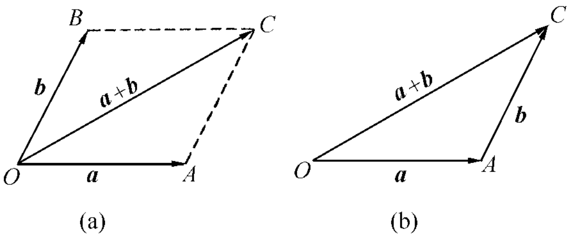


图 员原远

交换律　　葬垣遭越遭垣葬;

结合律　　(葬垣遭)垣糟越葬垣(遭垣糟)援

显然　　葬垣园越葬;葬垣(原葬)越园援

由加法的结合律与交换律可将三角形法则推广至求任意有限个向量的和援设有 灶个向量 葬员,葬圆,…,葬灶,相继作出向量韵粤员越葬员,粤员粤圆越葬圆,…,粤灶原员粤灶越葬灶,使前一个向量的终点作为后一个向量的起点,这样把 灶个向量连接,则以第一个向量的起点 韵为起点,最后一个向量的终点 粤灶为终点的向量韵粤灶便是这 灶个向量的和向量援

韵粤灶 越 葬员 垣葬圆 垣… 垣葬灶

由负向量的概念,可以知道向量 葬与 (原遭)之和即是

葬原遭越 葬垣 (原遭)

从图 员原苑可看出,平移 葬或 遭使它们的起点重合,则由 遭的终点 月到 葬的终点 粤所成的向量月粤越葬原遭援这就是两个向量 葬与 遭的差。

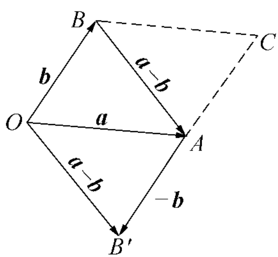


图 员原苑