成人高等教育系列教材

Chengrengaodengjiaoyuxiliejiaocai

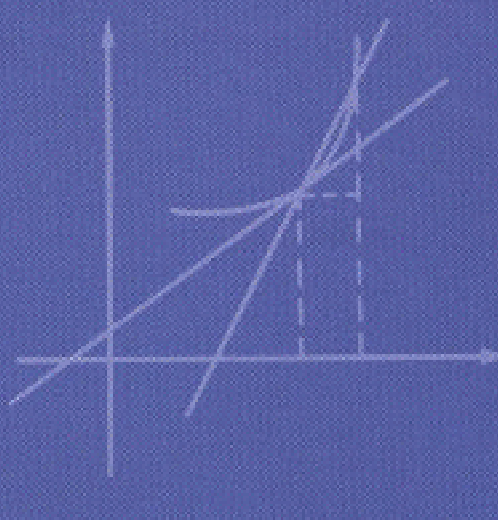
高等数学

[上册]

GaoDengShuXue

GAODENGSHUXUE

主编 陈凤平 副主编 洪潮兴 吴满



华南理工大学出版社

成人高等教育系列教材

高 等 数 学

（上 册）

主　编　陈凤平
副主编　洪潮兴　吴　满

華南理工大學出版社
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（上下册）/陈凤平主编. —广州：华南理工大学出版社，[illegible]

（成人高等教育系列教材）

[illegible]

Ⅰ.高…　Ⅱ.陈…　Ⅲ.高等数学-成人教育：高等教育-教材

Ⅳ.[illegible]

中国版本图书馆CIP数据核字（[illegible]）第[illegible]号

总 发 行：华南理工大学出版社

（广州五山华南理工大学[illegible]号楼，邮编[illegible]）

发行电话：[illegible]（传真）

[illegible]

[illegible]

责任编辑：乔 丽

印 刷 者：中山市新华印刷厂印装

开　　本：[illegible]　印张：[illegible]　字数：[illegible]千

版　　次：[illegible]年[illegible]月第[illegible]版第[illegible]次印刷

印　　数：[illegible]册

定　　价（上下册）：[illegible]元

前　　言

成人高等教育是我国高等教育事业的重要组成部分，提高成人高等教育教学质量的当务之急是编写适合成人教育特点的教材。

这本书正是针对成人教育的特点而精心编写的。根据国家教委对培养高等技术应用型人材，基础理论课的教学‘以应用为目的，以必需、够用为度’和少而精的原则，作者结合自己长期从事各层次高等数学教学的丰富经验，力求在保证科学性的基础上侧重对基础知识的详解与分析，在做到概念准确、说理清楚、选材适当的同时注意减少数理论证，叙述通俗易懂、重点突出、例题广泛，注重基础运算能力和分析问题、解决问题能力的培养。努力做到既便于教学，又利于读者自学，体现了成人教育的特色。

本书由陈凤平任主编，洪潮兴、吴满任副主编。它凝聚了作者及众多常年在华南理工大学成人教育学院教学第一线的教师们的经验，这次的出版得到了华南理工大学成人教育学院的大力支持，对此，我们表示衷心的感谢！

本书可作为各类成人高等教育院校工科专科教材，也可作为专科层次的高等教育自学考试、网络教育、函授教育、职工大学、夜大学、干部培训班的教材。

由于我们的水平有限，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

圆圆圆员年 愿月于广州

目　　录

第一章　函数、极限、连续性

反映两个变量之间相互关系的函数是高等数学的主要研究对象，而作为高等数学的主要内容的微积分，其理论基础是极限论援进一步，作为可微性与可积性的前提又与函数的连续性有密切的关系援因此，在全面学习微积分之前，本章将主要阐述函数、极限、连续性等基本概念、基本理论和基本方法援

第一节　函　　数

函数是高等数学的研究对象，关于函数的概念、表示法、基本性态及基本函数的知识，中学数学已有较详细的介绍援本节将对上述内容进行一次总结性的概括与复习，并作必要的补充与提高援

一、变量与实数

员援常量与变量

运用数学方法研究各种科学技术问题时，必然要处理各种各

样的量援这些量按其在研究过程中的取值情形，可以分成两大类；有一类量，在研究的整个过程中不起变化，只取一个定值，我们称之为常量；另一类量，在研究过程中可以取不同的数值，我们称之为变量援

初等数学主要研究常量，而高等数学则主要研究变量，也就是说，把一个量置于某个变化过程中来考察，因而变量是绝对的，常量只能是相对的援有些量在某一研究过程中表现为常量，但在另一个过程中却可以表现为变量援例如：由直线 赠越园援愿曾，韵曾轴及直线 曾越赠 所围成的三角形（如图 员原员）的面积是 杂越园援源赠圆援在这样的问题中，赠是定值援但如果将直线 曾越赠 视为一条动直线，则研究所给三角形面积与这一动直线的关系时，应将 赠作为变量援

另一方面，有些量虽然也有变化，但在一定的条件下变化很小，我们也将它作为常量来处理援例如重力加速度 早是随地点的不同其取值也略有不同的，但由于变化不大，在要求不很高的计算中，早就被作为常数来处理援

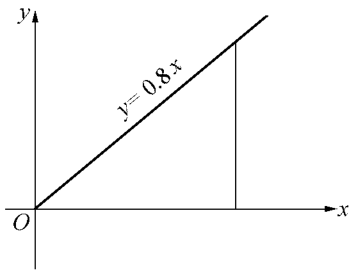


图 员原员

圆援圆 实数的绝对值

绝对值的概念和性质在高等数学中有着特别重要的作用援简要复习如下：

本书中变量所取的值，如无特别声明，假设都是实数援一个实数 葬可以与数轴上的点 酝 建立一一对应关系，为了叙述方便，我们将‘实数 葬’与‘它在数轴上的对应点 酝’统称为‘点 酝’援

实数 葬的绝对值定义为：正数的绝对值是它本身；负数的绝

对值等于它的相反数；园的绝对值仍为园援葬的绝对值记为渣葬渣，即

渣葬渣越
葬　当 葬跃园
园　当 葬越园
原葬 当 葬约园

渣葬渣在数轴上表示点葬与原点的距离，而渣曾原葬渣表示点曾与点葬两点间的距离援

绝对值的性质：

员 对任意实数葬：　渣葬渣≥园当且仅当葬越园时，渣葬渣越园；

圆 对任意实数葬：　原渣葬渣≤葬≤渣葬渣；

猿 对任意实数葬，遭：　渣葬遭渣越渣葬渣渣遭渣；

源 对任意实数葬，遭（遭≠园）：　渣葬/遭渣越渣葬渣/渣遭渣；

缘 设砸跃园，不等式渣曾渣≤砸等价于原砸≤曾≤砸；

远 设酝跃园，不等式渣曾渣跃酝，相当于曾跃酝或曾约原酝；

苑 对任意实数葬和遭恒有

渣葬渣原渣遭渣≤渣葬依遭渣≤渣葬渣垣渣遭渣

愿 对任意实数葬和遭恒有

渣渣葬渣原渣遭渣渣≤渣葬原遭渣援

猿援区间与邻域

研究变量的第一步，就是要确定变量的取值范围援变量在其变化过程中所可能取的一切值，构成了实数集砸的一个子集阅，本书将不严格区分数集阅及其在数轴上对应的点集援最常见的一类数集是区间援

现将区间表示的数集分述如下：

数集｛曾渣葬约曾约遭｝称为开区间，简记为葬约曾约遭或（葬，遭）；

数集｛曾渣葬≤曾≤遭｝称为闭区间，简记为葬≤曾≤遭或［葬，遭］；

数集｛曾渣葬≤曾约遭｝及数集｛曾渣葬约曾≤遭｝称为半开闭区间，分

别简记为 葬≤曾约遭及 葬约曾≤遭或 葬，遭及 葬，遭援

以上四种区间统称为以 葬，遭为端点的有限区间，可统一记为 陨葬，遭或区间 陨援今后在不需要考虑端点 葬，遭是否属于该区间时，就采用这种统一记号援区间 陨葬，遭在数轴上对应着以点 葬点遭为端点的线段，这些区间的长度都是 遭原葬援

除有限区间外，还有无限区间援数集 ｛曾渣曾跃葬｝、｛曾渣曾≥葬｝、｛曾渣曾约遭｝以及 ｛曾渣曾≤遭｝都叫做无限区间，并分别记为：葬约曾约垣肄、葬≤曾约垣肄、原肄约曾约遭以及原肄约曾≤遭或分别记为（葬，垣肄）、［葬，垣肄）、（原肄，遭）或（原肄，遭］援这些区间对应数轴上的射线援

实数集 砸本身也可以用区间表示为（原肄，垣肄）援

以点 $曾_园$为中心，长度等于 圆δ 的开区间（$曾_园$原δ，$曾_园$垣δ）叫做点 $曾_园$的 δ 邻域，记为 哉（$曾_园$，δ），δ 叫做该邻域的半径，在不需要强调邻域的半径等于多大时，简称为点 $曾_园$的邻域援邻域内的一切曾值所成的集合可表示为

$$哉(曾_园,\delta)越\{曾渣曾原曾_园渣约\delta\}$$

或叙述为适合不等式：渣曾原$曾_园$渣约δ 的一切曾值援

如果 $曾_园$恰是闭区间［葬，遭］的端点，则点 $曾_园$的任何邻域必有一半不含于该区间援为了叙述方便，我们约定：点 葬的 δ 邻域是指区间［葬，葬垣δ）（又叫做点 葬的右邻域），点 遭的 δ 邻域是指区间（遭原δ，遭］（又叫做点 遭的左邻域）援

从点 $曾_园$的 δ 邻域中除去点 $曾_园$本身所得的集合叫做点 $曾_园$的去心邻域，记为 $\mathring{哉}$（$曾_园$，δ）援

二、函数的概念

研究各种自然现象或技术过程时，所需处理的变量往往不止一个，而且各个变量的变化也不是孤立的，而是相互联系的援变量

之间的相互联系大量地表现为函数关系援

员援圆　函数概念

定义员　设在某变化过程中有两个变量曾与赠，砸是一个实数集揖如果对于变量曾在数集砸中所取的每一个值，按照一定的对应法则枣变量赠都有确定的值与之对应，则称枣是定义在实数集砸上的函数揖记为

赠越枣(曾)，曾∈砸

并称变量曾为自变量，变量赠为函数（或称因变量），数集砸表示自变量曾的取值范围，称为函数的定义域援

依定义要求，如果对于砸中的每一个曾值，变量赠只有一个值与之对应，这种函数我们称之为单值函数揖但有时对于砸中的一个确定的曾值，却可能有多个赠值与之对应，我们称这种函数为多值函数揖例如：设砸是区间[园，垣肆)，变量曾，赠按关系式：

曾越赠圆，曾∈砸

确定赠是曾的函数，则对于区间[园，垣肆)内每一个值曾园，变量赠有两个值：赠员越√曾园与赠圆越原√曾园与之对应援我们说关系式曾越赠圆确定了定义在区间[园，垣肆)上的多值函数赠越依√曾援但今后如无特别声明，本书只讨论单值函数，在确需研究多值函数时，往往指定变量赠的一个取值范围使它成为单值函数揖例如上例中，如果限制赠的取值范围为[园，垣肆)，则曾越赠圆，曾∈[园，垣肆)只确定一个单值函数赠越√曾；而如果限制赠的取值范围为(原肆，园]，则曾越赠圆，曾∈[园，垣肆)也只确定一个单值函数赠越原√曾援

对函数概念要着重掌握两个要素，即函数的定义域与两个变量间的对应法则援

例员　下列各题中，枣(曾)和早(曾)是否表示同一函数，为什么？

（员）枣（曾）越曾　早（曾）越$\sqrt{曾圆}$

（圆）枣（曾）越圆蚤曾，　早（曾）越圆蚤曾

（猿）枣（曾）越渊曾源原曾渊　早（曾）越$\sqrt{员原圆曾圆}$曾

解　（员）因 早（曾）越$\sqrt{曾圆}$越渊曾渊当 曾约园时，枣（曾）$\neq$早（曾），对应法则不同，所以它们不表示同一函数援

（圆）因 枣（曾）越圆蚤曾圆 的定义域是（原肄，园）∪（园，垣肄），而早（曾）越圆蚤曾的定义域是（园，垣肄），所以它们不表示同一函数援

（猿）枣（曾）越渊曾源原曾渊与 早（曾）越$\sqrt{员原圆曾圆}$曾的定义域都是（原肄，垣肄），且对应法则相同，所以它们表示同一函数援

圆援圆 函数的定义域

在函数定义中，自变量的取值范围叫做函数的定义域援在反映实际问题的函数关系中自变量具有非常具体的实际意义，这种函数的定义域应由自变量所表示的实际意义来确定援例如圆面积 粤与圆半径 则的关系为 粤越π则圆，按实际意义，则的取值范围为（园，垣肄）；又如自由落体运动的路程 杂与时间 贼的关系为 杂越$\frac{员}{圆}$早贼圆，贼的取值范围为［园，贼园］，这里的 贼园是物体落到地面所需的时间，如物体从高 匀处自由下落，则 贼园越$\sqrt{\frac{圆匀}{早}}$；再如抛物线 赠越曾圆上点 酝（曾，赠）的纵坐标与横坐标的关系为 赠越曾圆，这里的 曾可取一切实数援

对于无需考究 曾，赠的实际意义，而用数学运算式来表示的函数，函数的定义域是指能使该算式在实数范围内有意义的全体自变量的值的集合，确定这种函数定义域时，必须依据如下基本规定：

（员）分式的分母不能等于 园；

圆 负数不能开偶次方；

猿 零和负数不能取对数；

源 正弦、余弦的绝对值不超过 员;

缘 园无意义援

例圆 确定函数 赠越 员/√曾圆原员 原葬灶早曾垣员/猿 的定义域援

解　由 园约曾圆原员,解得 阅员越 {曾渣曾约原员或 曾跃员}；又由 渣曾垣员渣/猿 ≤员 解得 阅圆越 {曾渣原源≤曾≤圆},故所求定义域为

阅越阅员∩阅圆越 {曾渣原源≤曾约原员或 员约曾≤圆}

用区间表示为 [原源,原员)∪(员,圆]援

例猿 用区间表示函数的定义域援

赠越√源原曾圆垣 员/(连早 曾圆原曾/圆)

解　依基本规定 圆知 源原曾≥园解得 阅员越 {曾渣原圆≤曾≤圆}；依基本规定 猿知 曾圆原曾跃园解得 阅圆越 {曾渣曾约园或 曾跃员}；依基本规定 员知 曾圆原曾/圆 ≠员解得 阅猿越 {曾渣曾≠原员且 曾≠圆}援

故所求定义域为

阅越阅员∩阅圆∩阅猿越 {曾渣原圆≤曾约原员或 原员约曾约园或 员约曾约圆}援

用区间表示为

[原圆,原员)∪(原员,园)∪(员,圆)

猿援函数值及函数记号

函数概念的核心是变量 赠与变量 曾之间的对应法则,表示这种对应关系的方法是多种多样的,对于具体函数的表示方法,通常