21 世纪高职高专教育系列规划教材· 公共基础课

高 等 数 学

（二年制）

主　编　岳忠玉　沈康顿

副主编　张春玲　张　博

崔永红　胡红亮

西北大学出版社

中国· 西安

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 二年制/岳忠玉等编. —西安:西北大学出版社, 2004.8
ISBN 7-5604-1963-1

Ⅰ. 高... Ⅱ. 岳... Ⅲ. 高等数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 084676 号

高等数学(二年制)

出版发行	西北大学出版社	社　址	西安市太白北路 229 号
电　话	029-88302590	经　销	新华书店经销
印　刷	陕西丰源印务有限公司	版　次	2004 年 8 月第 1 版
开　本	787×1092　1/16	印　次	2004 年 8 月第 1 次印刷
字　数	318 千字	印　张	13.75
书　号	ISBN 7-5604-1963-1/O· 120	定　价	26.50 元(含练习册)

前　　言

为适应国家教育部关于高职高专教育的学制从三年逐步调整为两年的发展趋势,陕西省教育厅决定从2004年秋季学期开始在我省部分院校的新设专业启动两年制改革的试点工作。

对高职高专教育进行两年制学制改革是一项系统工程,它必然牵涉到多方面的改革,其中教材建设工作是十分重要的一个方面。《高等数学》是工科、经济管理和财经等各专业的公共基础课,为探索两年制《高等数学》教材的建设,2004年5月在陕西省教育厅的统一安排下,在西北大学出版社的精心组织下,参与两年制改革试点工作的部分院校的教学教师代表,集中对两年制《高等数学》教材的编写作了深入和详细的讨论,最终形成以下共识。

一、两年制《高等数学》教材应按照“以应用为目的,以必需够用”的原则,使学生通过学习能够初步了解、掌握数学的思想和方法,逐步培养学生基本的运算能力、自学能力、综合运用数学知识分析解决简单实际问题的能力以及初步的抽象、归纳能力和逻辑推理能力,以满足培养高等技能型人才的需要。

二、在编写内容的确定上,我们以“宽编窄用,文理兼用”为指导思想,涵盖文、理科所涉及的数学知识、具体内容为:第一章极限与连续,第二章一元函数微分学,第三章一元函数积分学,第四章线性代数初步及第五章概率论与数理统计初步。在具体教学过程中,可根据各校或各专业的实际不讲或选讲某些内容。另外,为便于查找和使用,我们在书后还附有:初等数学常用公式、基本初等函数表及常用的平面曲线、常用积分表、概率统计表及习题答案。

三、在编写过程上遵循以下要求:

1. 不拘泥于数学自身的系统性、逻辑性;
2. 通过工程或经济中的实例,通俗、直观地引入概念;
3. 对基础理论不追求严格的论证和推导,只做简要的说明;
4. 不追求过分复杂的计算和变换;
5. 加强与实际应用联系较多的基础知识和基本方法。

四、讲完本书全部内容约需82课时,其中第一章约10课时,第二章约20课时,第三章约18课时,第四章约12课时,第五章约22课时,前三章为必讲内容。如果只讲前三章内容,只需48课时,如果讲完前三章内容,再选讲第四章或第五章的概率部分,约需60课

时,我们建议,一周安排4课时是比较合适的,若要讲完全部内容,应安排一周6课时。

参加本书编写工作的有西安航空技术高等专科学校(岳忠玉、胡红亮、赵芳玲),陕西国防职业技术学院(沈康顿、成均孝),陕西财经职业技术学院(张拓),陕西工业职业技术学院(郝军),陕西交通职业技术学院(张博、王子燕),陕西职业技术学院(崔永红)和西安航空职业技术学院(张春玲、李陆军),全书编写大纲及框架结构安排由岳忠玉承担,最后的统稿、定稿工作由岳忠玉、沈康顿完成。

由于编者水平有限,加之时间仓促,两年制改革的一切又都在摸索当中,因此本教材的不足之处在所难免,恳请使用者不吝赐教,以便这本教材逐步完善,为我国的高职教育改革贡献一份力量。

编 者

2004年夏

目　录

第一章　极限与连续

，；

，；

，.

，

，.

§1.1　函数

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义 1　x　y　，D　，　$x \in D$，　y

f　，　y　x　，　$y = f(x)$.

D　$f(x)$　，x　，y　.

x　$x_0 \in D$　，　x_0　y　$y = f(x)$　x_0　，

$f(x_0)$.　x　D　，　，　.

，　，

，　.

例如　$y = 2x + 3$　，　$x^2 + y^2 = a^2$　$y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$

.

，　.

，　，　.

，　，　，

，　.

例如　$y = \sqrt{x}$　$S = \sqrt{t}$　.　，$y = x - 1$　$y = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$

，　，　$(-\infty, +\infty)$，

$(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$.

，　（　）、　.

，　，

.

，　，　.

， ，

， .

例 1 $y = \sqrt{3+2x-x^2} + \ln(x-2)$.

解 ，

$$\begin{cases} 3+2x-x^2 \geqslant 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$$

$$x < x \leqslant 3$$

， $(2,3]$.

2. **分段函数**

， ， .

.

， ， ， ，

， .

例 2

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geqslant 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

， $f(4)$ $f(-4)$.

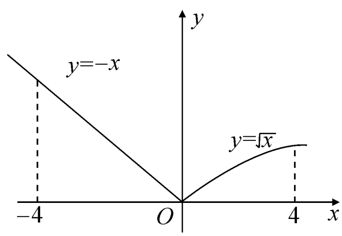
解 1.1 .

$x \geqslant 0$ ，$f(x) = \sqrt{x}$

$x < 0$ ，$f(x) = -x$

$f(4) = \sqrt{4} = 2$

$f(-4) = -(-4) = 4$



1.1

3. **反函数**

定义 2 y x $y = f(x)$， y ，x ， $y = f(x)$ $x = \varphi(y)$， $y = f(x)$ ， $y = f(x)$.

x ， y ， $x = \varphi(y)$ $y = \varphi(x)$， $y = \varphi(x)$ $y = f(x)$. $y = x$.

二、函数的几种特性

1. **有界性**

$y = f(x)$ Ⅰ （Ⅰ $f(x)$ ， ）， M， $x \in I$， $f(x)$

$$|f(x)| \leqslant M$$

$f(x)$ Ⅰ . M ， $f(x)$ Ⅰ .

例如 $f(x) = \sin x$ $(-\infty, \infty)$.

例如　$g(x)=\frac{1}{x}$　$(0,1)$　，　$[\frac{1}{2},+\infty)$　.

2. **单调性**

$y=f(x)$　D，　$\mathrm{I}\subset D$　x_1,x_2，　$x_1<x_2$　，

$$f(x_1)<f(x_2)$$

$f(x)$　I　，　I　；

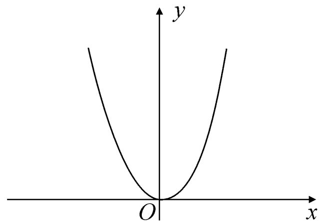
$$f(x_1)>f(x_2)$$

$f(x)$　I　，　I　.

例如　$y=x^2$，　1.2　.

$(0,+\infty)$　，　$(-\infty,$
$0)$　，　$(-\infty,+\infty)$

.



1.2

3. **奇偶性**

$y=f(x)$　D　，
$x\in D$，　$f(-x)=f(x)$，　$f(x)$　；
$f(-x)=-f(x)$，　$f(x)$　.

y　，

.

例如　$y=x^n(n$　$),y=\sin x$　$,y=x^n(n$　$),y=\cos x$

.　$y=\sin x+\cos x$　.

4. **周期性**

$y=f(x)$，　T，　$x\in D$，　$(x+T)\in D$

$$f(x+T)=f(x)$$

，　$f(x)$　.T　$f(x)$　.

.

例如　$y=\sin x,y=\cos x$　2π　；　$y=\tan x,y=\cot x$
π　；　$y=A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$　$\frac{2\pi}{\omega}$　.

三、初等函数

1. 基本初等函数

、　、　、　、

.　、　、　.

2. 复合函数

定义 3　y　u　$y=f(u),u$　x　$u=\varphi(x)$，　$\varphi(x)$

$f(u)$ ， $y=f[\varphi(x)]$ x ， u .

，.

例 3 .

(1) $y=(3x+5)^{10}$ (2) $y=\sqrt{\lg(1+x^4)}$

(3) $y=\sin 2^{x-1}$ (4) $y=e^{\arctan\frac{1}{\sqrt{x}}}$

解 (1) $y=(3x+5)^{10}$ $y=u^{10}, u=3x+5$.

(2) $y=\sqrt{\lg(1+x^4)}$ $y=\sqrt{u}, u=\lg v, v=1+x^4$.

(3) $y=\sin 2^{x-1}$ $y=\sin u, u=2^v, v=x-1$.

(4) $y=e^{\arctan\frac{1}{\sqrt{x}}}$ $y=e^u, u=\arctan v, v=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

， . ，$y=\arcsin u$ $u=2+x^2$. $u=2+x^2$ $[2,+\infty)$， $y=\arcsin u$ $[-1,1]$， ， $u=2+x^2$ x ， $y=\arcsin(2+x^2)$.

3. **初等函数**

定义 4 ，

，.

例如 $y=\sqrt{\ln 5x-3^x+\sin^2 x}, y=\tan x^2+e^{\sqrt{x}}$.

四、几种常见的经济函数

1. **需求函数**

.

、 、 、 ，

. ， Q_d

P ，

$$Q_d=Q(P)$$

$Q_d=Q(P)$.

， ， .

：

$$Q_d=a-bP$$

$$Q_d=a-bP-cP^2$$

$$Q_d=kP^{-a}$$

$$Q_d=ae^{-bP}$$

a,b,c,k .

2. **供给函数**

， ， .

， .

P, Q_s,

$$Q_s = Q(P)$$

, ,

. :

$$Q_s = a + bP$$

$$Q_s = a + bP + cP^2$$

$$Q_s = kP^a$$

$$Q_s = ae^{bP}$$

a, b, c, k .

3. **成本函数**

, .

, 、 .

, 、 、 .

C , C_0 , C_1 ,

$$C = C_0 + C_1$$

C_0 , C_1 Q , C Q ,

$$C = C_0 + C_1(Q)$$

. , ,

. 、 .

4. **收入函数**

, R .

Q P,

$$R = QP$$

P Q , $P = P(Q)$, R

$$R = QP(Q)$$

.

5. **利润函数**

, L ,

$$L = R - C$$

.

五、列函数关系举例

例 4 : 20 , 20 50 0.30 , 50 0.50 , .

解 x , y , , :

: 20 , $x \in [0, 20]$, $y = 0$;

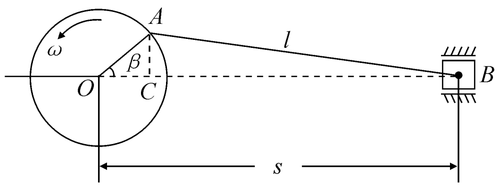
: 20 , 50 , $x \in (20, 50]$, $y = (x - 20)$

$\times 0.3$;

: 50 , $x \in (50, +\infty)$, $y = (50-20) \times 0.3 + (x-50)$ $\times 0.5$. ,

$$y = \begin{cases} 0 & 0 \leqslant x \leqslant 20 \\ 0.3(x-20) & 20 < x \leqslant 50 \\ 9 + 0.5(x-50) & 50 < x < +\infty \end{cases}$$

例 5 1.3 . r ω , l AB B , $\varphi = 0$, B .



1.3

解 , t , B O s. B s t .

$\varphi = 0$, t φ ,

$$\varphi = \omega t$$

$$s = OC + CB$$

$$OC = r\cos\varphi = r\cos\omega t$$

$$CB = \sqrt{AB^2 - CA^2} = \sqrt{l^2 - (r\sin\omega t)^2}$$

$$s = r\cos\omega t + \sqrt{l^2 - r^2\sin^2\omega t}$$

B . $[0, +\infty)$.

例 6

$$Q = 200 - 5P$$

20 .

解

$$5P = 200 - Q$$

$$P = 40 - \frac{Q}{5}$$

$$R = QP = Q\left(40 - \frac{Q}{5}\right) = 40Q - \frac{1}{5}Q^2$$

$Q = 20$ ，

$$R = 40 \times 20 - \frac{20^2}{5} = 720$$

习题 1.1

1. ：

(1) $y = \frac{1}{\lg(1-x)}$　　(2) $y = \sqrt{x^2 - x - 6} - \arcsin\frac{2x-1}{7}$

2. $f(x) = x^3 - 2x + 3$, $f(1), f(-\frac{1}{a}), f(t^2), [f(b)]^2, \frac{1}{f(c)}$.

3. $f(x) = \begin{cases} 2^x & -1 < x < 0 \\ 2 & 0 \leqslant x < 1 \\ x - 1 & 1 \leqslant x \leqslant 3 \end{cases}$

(1) ， .

(2) $f(-\frac{1}{2}), f(0), f(0.7), f(2)$.

4. ：

(1) $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$　　(2) $f(x) = \arccos x$

(3) $f(x) = x \cdot \tan x$　　(4) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

5. ：

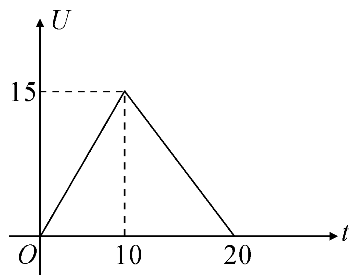
(1) $y = e^{2x}$　　(2) $y = [\arcsin(ax + b)]^2$

(3) $y = \tan\sqrt{3x + 1}$　　(4) $y = \lg\sin^2 2x$

6. r ，
V h ， .

7. ， 1.4 ，
U( ) t( ) .

8.
$$C = 500 + 2Q$$
Q ， 6 ，
.



1.4

§1.2　极　　限

一、数列的极限

：

(1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{n} \cdots$

(2) $2,\frac{1}{2},\frac{4}{3},\frac{3}{4},\cdots,\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}\cdots$

(3) $1,-1,1,-1,\cdots,(-1)^{n-1}\cdots$

(4) $2,4,8,\cdots,2^n\cdots$

, n , x_n :

(1) $x_n=\frac{1}{n}$, , ;

(2) $x_n=\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}$, 1 1 1;

(3) $x_n=(-1)^{n-1}$, 1 -1 , ;

(4) $x_n=2^n$, x_n , .

(1) (2) , .

定义 1 n , x_n A, A $\{x_n\}$.

$$\lim_{n\to\infty}x_n=A \quad n\to\infty \quad ,x_n\to A$$

$\{x_n\}$ A , $\{x_n\}$ A, $\{x_n\}$; $\{x_n\}$, $\{x_n\}$, $\{x_n\}$.

1 , , (1) , $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$; (2) 1, $\lim_{n\to\infty}\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}=1$, . (3) (4) .

例 1 , $n\to\infty$, .

(1) $\{x_n\}=\{2-\frac{1}{n^2}\}$ (2) $\{x_n\}=\{-3\}$

(3) $\{x_n\}=\{n(n-1)\}$ (4) $\{x_n\}=\{\sin\frac{n\pi}{2}\}$

解 (1) $\{x_n\}=\{2-\frac{1}{n^2}\}$

$$2-1,2-\frac{1}{4},2-\frac{1}{9},2-\frac{1}{16},2-\frac{1}{15}\cdots$$

, n $,x_n$ 2, 1

$$\lim_{n\to\infty}\left(2-\frac{1}{n^2}\right)=2$$

(2) , n , -3,

$$\lim_{n\to\infty}(-3)=-3$$

(3) $\{x_n\}=\{n(n-1)\}$

$$1\times0,2\times1,3\times2,4\times3\cdots$$

, n $,x_n$, .