

21 世纪高职高专教育系列规划教材·公共基础课

高等数学

(二年制)

主 编 岳忠玉 沈康顿

副主编 张春玲 张 博

崔永红 胡红亮

西北大学出版社

中国·西安

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 二年制/岳忠玉等编. —西安:西北大学出版社, 2004. 8

ISBN 7-5604-1963-1

I. 高... II. 岳... III. 高等数学—高等学校:技术学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 084676 号

高等数学(二年制)

出版发行	西北大学出版社	社 址	西安市太白北路 229 号
电 话	029-88302590	经 销	新华书店经销
印 刷	陕西丰源印务有限公司	版 次	2004 年 8 月第 1 版
开 本	787 × 1092 1/16	印 次	2004 年 8 月第 1 次印刷
字 数	318 千字	印 张	13.75
书 号	ISBN 7-5604-1963-1/O·120	定 价	26.50 元(含练习册)

前 言

为适应国家教育部关于高职高专教育的学制从三年逐步调整为两年的发展趋势,陕西省教育厅决定从2004年秋季学期开始在我省部分院校的新设专业启动两年制改革的试点工作。

对高职高专教育进行两年制学制改革是一项系统工程,它必然牵涉到多方面的改革,其中教材建设工作是十分重要的一个方面。《高等数学》是工科、经济管理和财经等各专业的公共基础课,为探索两年制《高等数学》教材的建设,2004年5月在陕西省教育厅的统一安排下,在西北大学出版社的精心组织下,参与两年制改革试点工作的部分院校的教学教师代表,集中对两年制《高等数学》教材的编写作了深入和详细的讨论,最终形成以下共识。

一、两年制《高等数学》教材应按照“以应用为目的,以必需够用”的原则,使学生通过学习能够初步了解、掌握数学的思想和方法,逐步培养学生基本的运算能力、自学能力、综合运用数学知识分析解决简单实际问题的能力以及初步的抽象、归纳能力和逻辑推理能力,以满足培养高等技能型人才的需要。

二、在编写内容的确定上,我们以“宽编窄用,文理兼用”为指导思想,涵盖文、理科所涉及的数学知识、具体内容为:第一章极限与连续,第二章一元函数微分学,第三章一元函数积分学,第四章线性代数初步及第五章概率论与数理统计初步。在具体教学过程中,可根据各校或各专业的实际不讲或选讲某些内容。另外,为便于查找和使用,我们在书后还附有:初等数学常用公式、基本初等函数表及常用的平面曲线、常用积分表、概率统计表及习题答案。

三、在编写过程上遵循以下要求:

1. 不拘泥于数学自身的系统性、逻辑性;
2. 通过工程或经济中的实例,通俗、直观地引入概念;
3. 对基础理论不追求严格的论证和推导,只做简要的说明;
4. 不追求过分复杂的计算和变换;
5. 加强与实际应用联系较多的基础知识和基本方法。

四、讲完本书全部内容约需82课时,其中第一章约10课时,第二章约20课时,第三章约18课时,第四章约12课时,第五章约22课时,前三章为必讲内容。如果只讲前三章内容,只需48课时,如果讲完前三章内容,再选讲第四章或第五章的概率部分,约需60课

时,我们建议,一周安排4课时是比较合适的,若要讲完全部内容,应安排一周6课时。

参加本书编写工作的有西安航空技术高等专科学校(岳忠玉、胡红亮、赵芳玲),陕西国防职业技术学院(沈康顿、成均孝),陕西财经职业技术学院(张拓),陕西工业职业技术学院(郝军),陕西交通职业技术学院(张博、王子燕),陕西职业技术学院(崔永红)和西安航空职业技术学院(张春玲、李陆军),全书编写大纲及框架结构安排由岳忠玉承担,最后的统稿、定稿工作由岳忠玉、沈康顿完成。

由于编者水平有限,加之时间仓促,两年制改革的一切又都在摸索当中,因此本教材的不足之处在所难免,恳请使用者不吝赐教,以便这本教材逐步完善,为我国的高职教育改革贡献一份力量。

编者
2004年夏

目 录

第一章 极限与连续	(1)
§ 1.1 函数	(1)
一、函数的概念	(1)
二、函数的几种特征	(2)
三、初等函数	(3)
四、几种常见的经济函数	(4)
五、列函数关系举例	(5)
习题 1.1	(7)
§ 1.2 极限	(7)
一、数列的极限	(7)
二、函数的极限	(9)
三、无穷小与无穷大	(12)
习题 1.2	(13)
§ 1.3 极限的运算	(14)
一、极限的四则运算法则	(14)
二、两个重要的极限公式	(15)
三、无穷小的比较	(16)
习题 1.3	(17)
§ 1.4 函数的连续性	(18)
一、函数的连续性及其间断点	(18)
二、闭区间上连续函数的性质	(19)
习题 1.4	(19)
复习题一	(20)
第二章 一元函数的微分学	(21)
§ 2.1 导数的概念	(21)
一、两个实例	(21)
二、导数的定义	(23)
三、用定义求导数举例	(24)
四、导数的几何意义	(26)
五、可导与连续的关系	(27)
习题 2.1	(27)
§ 2.2 导数的运算	(28)
一、导数的四则运算法则	(28)

二、复合函数的求导法则	(30)
三、隐函数的导数	(31)
四、由参数方程所确定的函数的导数	(34)
五、高阶导数	(35)
习题 2.2	(38)
§ 2.3 导数在经济学中的应用	(40)
一、边际概念	(40)
二、弹性概念	(42)
习题 2.3	(44)
§ 2.4 函数的微分	(45)
一、函数的微分	(45)
二、微分的基本公式与运算法则	(47)
三、微分在近似计算中的应用	(49)
习题 2.4	(51)
§ 2.5 中值定理与罗必达法则	(52)
一、拉格朗日中值定理	(52)
二、罗必达法则	(54)
习题 2.5	(55)
§ 2.6 函数的单调性及其极值	(56)
一、函数单调性的判定	(56)
二、函数的极值	(57)
习题 2.6	(59)
§ 2.7 函数的最值及其在实际中的应用	(60)
习题 2.7	(63)
§ 2.8 曲率	(64)
一、曲率的概念	(64)
二、曲率的计算	(65)
三、曲率圆、曲率半径	(65)
习题 2.8	(66)
复习题二	(66)
第三章 一元函数积分学	(69)
§ 3.1 不定积分的概念和性质	(69)
一、原函数与不定积分	(69)
二、不定积分的几何意义	(70)
三、不定积分的性质	(70)
四、基本积分公式	(71)
五、直接积分法	(71)
习题 3.1	(72)

§ 3.2 不定积分的换元积分法和分部积分法	(72)
一、换元积分法	(72)
二、分部积分法	(74)
习题 3.2	(75)
§ 3.3 简单的微分方程	(76)
一、微分方程的概念	(76)
二、可分离变量的一阶微分方程	(76)
三、一阶线性微分方程	(77)
习题 3.3	(78)
§ 3.4 定积分的概念、性质和运算	(79)
一、定积分的概念	(79)
二、定积分的性质	(83)
三、定积分的运算	(83)
习题 3.4	(85)
§ 3.5 定积分的换元积分法和分部积分法	(85)
一、定积分的换元积分法	(86)
二、定积分的分部积分法	(88)
三、无穷区间上的广义积分	(89)
习题 3.5	(90)
§ 3.6 定积分的应用	(90)
一、定积分在几何上的应用	(90)
二、定积分在经济学上的应用	(94)
三、定积分在物理上的应用	(94)
习题 3.6	(96)
复习题三	(97)
第四章 线性代数初步	(100)
§ 4.1 行列式	(100)
一、行列式的概念	(100)
二、行列式的性质	(101)
三、克莱姆法则	(103)
习题 4.1	(105)
§ 4.2 矩阵及其运算	(106)
一、矩阵的定义	(106)
二、矩阵的运算	(107)
习题 4.2	(109)
§ 4.3 逆矩阵和矩阵的初等行变换	(109)
一、逆矩阵	(109)
二、矩阵的初等行变换	(111)

三、初等行变换求逆矩阵	(112)
习题 4.3	(113)
§ 4.4 矩阵的秩	(113)
一、矩阵的秩	(113)
二、阶梯形矩阵的秩	(114)
三、用初等行变换求矩阵的秩	(114)
习题 4.4	(115)
§ 4.5 一般线性方程组	(115)
一、一般线性方程组的概念	(115)
二、非齐次线性方程组	(116)
三、齐次线性方程组	(118)
习题 4.5	(119)
复习题四	(120)
第五章 概率论与数理统计初步	(122)
§ 5.1 随机事件和概率	(122)
一、随机现象	(122)
二、随机试验和随机事件	(122)
三、概率的定义和古典概型	(126)
习题 5.1	(129)
§ 5.2 条件概率和事件的独立性	(131)
一、条件概率	(131)
二、概率的乘法公式	(132)
三、事件的独立性	(132)
四、 n 重独立试验概型 (Bernoullin 概型)	(135)
习题 5.2	(136)
§ 5.3 随机变量和离散型随机变量的概率分布	(137)
一、随机变量的概念	(137)
二、离散型随机变量的概率分布	(138)
习题 5.3	(140)
§ 5.4 连续性随机变量的概率密度和分布函数	(141)
一、概率密度的定义及性质	(141)
二、分布函数	(145)
习题 5.4	(147)
§ 5.5 随机变量的数字特征	(147)
一、随机变量的数学期望	(148)
二、随机变量的方差	(150)
习题 5.5	(153)
§ 5.6 样本及其分布	(153)

一、总体与样本	(153)
二、几个常用统计量的分布	(154)
习题 5.6	(157)
§ 5.7 参数估计	(157)
一、点估计	(157)
二、区间估计	(160)
习题 5.7	(163)
§ 5.8 假设检验	(164)
一、假设检验的概念	(164)
二、一个正态总体的假设检验	(166)
习题 5.8	(169)
§ 5.9 一元线性回归分析	(169)
一、回归分析的概念和思想	(169)
二、一元线性回归方程的建立	(170)
三、线性相关的显著检验	(172)
习题 5.9	(173)
复习题五	(174)
附录一 初等数学常用公式	(178)
附录二 基本初等函数表及常用平面曲线	(182)
附录三 常用积分表	(187)
附录四 概率统计表	(195)
习题答案	(200)

第一章 极限与连续

§ 1.1 函数

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义 1 设 x, y 是实数, D 是实数集, 若对 $x \in D$, y 有唯一的实数 $f(x)$ 与之对应, 记作 $y = f(x)$. 称 f 为 D 上的函数, $f(x)$ 为 x 的函数值. 记 $x_0 \in D$, x_0 的函数值为 $y = f(x_0)$. $x \in D$, $f(x)$ 的全体称为函数的值域.

例如 $y = 2x + 3$, $x^2 + y^2 = a^2$, $y = \pm \sqrt{a^2 - x^2}$

例如 $y = \sqrt{x}$, $S = \sqrt{t}$, $y = x - 1$, $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

$(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$,

()、

例1 $y = \sqrt{3 + 2x - x^2} + \ln(x - 2)$

解

$$\begin{cases} 3 + 2x - x^2 \geq 0 \\ x - 2 > 0 \\ x < x \leq 3 \end{cases}$$

(2,3].

2. 分段函数

例2

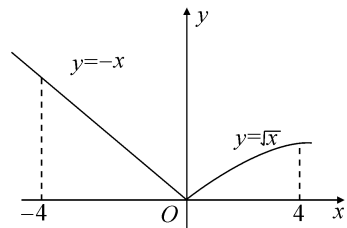
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$f(4) = f(-4)$.

解

1.1

$$\begin{aligned} x \geq 0 & \quad f(x) = \sqrt{x} \\ x < 0 & \quad f(x) = -x \\ f(4) &= \sqrt{4} = 2 \\ f(-4) &= -(-4) = 4 \end{aligned}$$



1.1

3. 反函数

定义2

$y = f(x)$, $x = \varphi(y)$, $y = f(x)$, $x = \varphi(y)$

$x = \varphi(y)$, $y = \varphi(x)$, $y = f(x)$, $x = \varphi(y)$, $y = x$

二、函数的几种特性

1. 有界性

$y = f(x)$ I (I $f(x)$), M , $x \in I$, $f(x)$, $|f(x)| \leq M$

$f(x)$ I M , $f(x)$ I

例如 $f(x) = \sin x$ $(-\infty, \infty)$

例如 $g(x) = \frac{1}{x} \quad (0,1)$, $[\frac{1}{2}, +\infty)$.

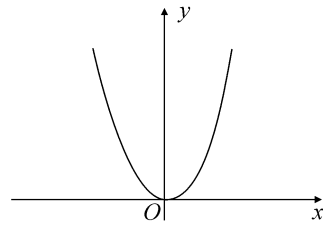
2. 单调性

$y = f(x)$ D , $I \subset D$ $x_1, x_2, x_1 < x_2$,

$f(x)$ I , I ;
 $f(x_1) < f(x_2)$

$f(x)$ I , I .
 $f(x_1) > f(x_2)$

例如 $y = x^2$, 1.2 .
 $(0, +\infty)$, $(-\infty,$
 0) $(-\infty, +\infty)$



1.2

3. 奇偶性

$y = f(x)$ D ,
 $x \in D, f(-x) = f(x), f(x)$;
 $f(-x) = -f(x), f(x)$.
 y ,

例如 $y = x^n (n \dots)$, $y = \sin x$, $y = x^n (n \dots)$, $y = \cos x$

$y = \sin x + \cos x$

4. 周期性

$y = f(x)$, T , $x \in D, (x + T) \in D$

$f(x + T) = f(x)$
 $f(x)$ T $f(x)$

例如 $y = \sin x, y = \cos x$ 2π ; $y = \tan x, y = \cot x$

π ; $y = A \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ $\frac{2\pi}{\omega}$

三、初等函数

1. 基本初等函数

2. 复合函数

定义3 $y = u$ $y = f(u), u = x$ $u = \varphi(x), \varphi(x)$

$$P, \quad Q_s, \\ Q_s = Q(P)$$

$$Q_s = a + bP \\ Q_s = a + bP + cP^2 \\ Q_s = kP^a \\ Q_s = ae^{bP}$$

a, b, c, k

3. 成本函数

$$C, \quad C_0, \quad C_1, \\ C = C_0 + C_1 \\ C_0, \quad C_1, \quad Q, \quad C, \quad Q, \\ C = C_0 + C_1(Q)$$

4. 收入函数

$$R, \\ Q, \quad P, \\ R = QP \\ P, \quad Q, \quad P = P(Q), \quad R \\ R = QP(Q)$$

5. 利润函数

$$L, \\ L = R - C$$

五、列函数关系举例

例 4 : 20 , 20
50 , 0.30 , 50 , 0.50

解 x , y , :
: 20 , $x \in [0, 20]$, $y = 0$;
: 20 , 50 , $x \in (20, 50]$, $y = (x - 20)$

$\times 0.3;$

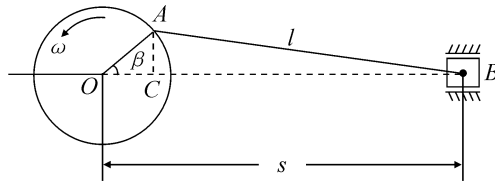
: 50 , $x \in (50, +\infty), y = (50 - 20) \times 0.3 + (x - 50)$

$\times 0.5.$

$$y = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 20 \\ 0.3(x - 20) & 20 < x \leq 50 \\ 9 + 0.5(x - 50) & 50 < x < +\infty \end{cases}$$

例5

ω , l AB B , $\varphi = 0$, B .



解

t , B O s . B $\varphi = 0$, t φ , $\varphi = \omega t$

$$s = OC + CB$$

$$OC = r \cos \varphi = r \cos \omega t$$

$$CB = \sqrt{AB^2 - CA^2} = \sqrt{l^2 - (r \sin \omega t)^2}$$

$$s = r \cos \omega t + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \omega t}$$

B . $[0, +\infty)$.

例6

$$Q = 200 - 5P$$

20

解

$$5P = 200 - Q$$

$$P = 40 - \frac{Q}{5}$$

$$R = QP = Q(40 - \frac{Q}{5}) = 40Q - \frac{1}{5}Q^2$$

$Q = 20$,

$$R = 40 \times 20 - \frac{20^2}{5} = 720$$

习题 1.1

1. :

(1) $y = \frac{1}{\lg(1-x)}$ (2) $y = \sqrt{x^2 - x - 6} - \arcsin \frac{2x-1}{7}$

2. $f(x) = x^3 - 2x + 3$, $f(1), f(-\frac{1}{a}), f(t^2), [f(b)]^2, \frac{1}{f(c)}$.

3. $f(x) = \begin{cases} 2^x & -1 < x < 0 \\ 2 & 0 \leq x < 1 \\ x-1 & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$

(1) : .

(2) $f(-\frac{1}{2}), f(0), f(0.7), f(2)$.

4. :

(1) $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

(2) $f(x) = \arccos x$

(3) $f(x) = x \cdot \tan x$

(4) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

5. :

(1) $y = e^{2x}$

(2) $y = [\arcsin(ax + b)]^2$

(3) $y = \tan \sqrt{3x+1}$

(4) $y = \lg \sin^2 2x$

6. r ,

V h ,

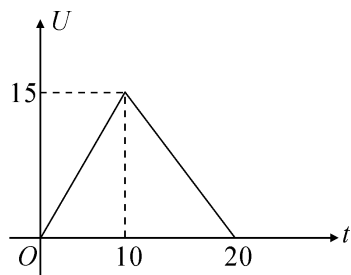
7. , 1.4 ,

$U(\quad)$ $t(\quad)$.

8. .

$$C = 500 + 2Q$$

Q , 6 ,



1.4

§ 1.2 极 限

一、数列的极限

: .

(1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n} \dots$

$$(2) 2, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n + (-1)^{n-1}}{n} \dots$$

$$(3) 1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n-1} \dots$$

$$(4) 2, 4, 8, \dots, 2^n \dots$$

, n , x_n :

$$(1) x_n = \frac{1}{n},$$

$$(2) x_n = \frac{n + (-1)^{n-1}}{n},$$

$$(3) x_n = (-1)^{n-1},$$

$$(4) x_n = 2^n, x_n$$

(1) (2)

定义 1 n , x_n , A , A

$\{x_n\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A, \quad n \rightarrow \infty, x_n \rightarrow A$$

$\{x_n\} A$, $\{x_n\} A$, $\{x_n\}$;

$$\{x_n\}, \{x_n\}, \{x_n\} .$$

$$1, \quad (1), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0; \quad (2)$$

$$1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^{n-1}}{n} = 1, \quad (3) \quad (4)$$

例 1, $n \rightarrow \infty$,

$$(1) \{x_n\} = \left\{2 - \frac{1}{2}\right\} \quad (2) \{x_n\} = \{-3\}$$

$$(3) \{x_n\} = \{n(n-1)\} \quad (4) \{x_n\} = \left\{\sin \frac{n\pi}{2}\right\}$$

解 (1) $\{x_n\} = \left\{2 - \frac{1}{2}\right\}$

$$2 - 1, 2 - \frac{1}{4}, 2 - \frac{1}{9}, 2 - \frac{1}{16}, 2 - \frac{1}{25} \dots$$

, n , x_n 2, 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 2$$

$$(2) , n, -3,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-3) = -3$$

$$(3) \{x_n\} = \{n(n-1)\}$$

$$1 \times 0, 2 \times 1, 3 \times 2, 4 \times 3 \dots$$

, n , x_n ,