全国高职、高专教育高等数学系列教材

概率统计学习辅导

主　编　刘书田
副主编　胡显佑　高旅端
编著者　高旅端　林洁梅

北京大学出版社
·北　　京·

图书在版编目(CIP)数据

概率统计学习辅导/高旅端,林洁梅编著. - 北京:北京大学出版社,2001.5

ISBN 7-301-04797-5

Ⅰ.概… Ⅱ.①高… ②林… Ⅲ.①概率论-高等学校:技术学校-教学参考资料 ②数理统计-高等学校:技术学校-教学参考资料 Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 77994 号

书　　　名:概率统计学习辅导
著作责任者:高旅端　林洁梅　编著
责 任 编 辑:刘　勇
标 准 书 号:ISBN 7-301-04797-5/O·499
出　版　者:北京大学出版社
地　　　址:北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　　址:http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm
电　　　话:出版部 62752015　发行部 62754140　理科编辑部 62752021
电 子 信 箱:zpup@pup.pku.edu.cn
印　刷　者:北京大学印刷厂
发　行　者:北京大学出版社
经　销　者:新华书店
850×1168　32 开本　6.125 印张　150 千字
2001 年 5 月第 1 版　2001 年 5 月第 1 次印刷
印　　　数:0001—8000 册
定　　　价:10.00 元

内 容 简 介

本书是全国高等职业、高等专科教育高等数学系列教材之一“概率统计”的学习辅导书.本书是根据主教材的九章内容即随机事件及其概率、随机变量、随机向量、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、抽样分布、参数估计、假设检验、回归分析而编写的学习辅导书,与教材相辅相成,同步使用.每章按照教学要求、内容提要与解题指导、自测题、自测题参考答案与解答四部分内容编写.教学要求指明学生应掌握和理解的知识点;内容提要是把重点内容和容易混淆的概念给出提示;解题指导是通过典型例题的解法教会学生数学思维方法,揭示出解题规律,并通过典型例题中的点评与说明,指出初学者易犯的错误,使学生加深对课堂上所讲内容的理解,以加强基础训练和提高学生的解题能力;自测题是为学生配置的适量的、难易程度适中的训练题,可供学生检测对基础知识理解程度和解题能力,每章后附有自测题的参考解答供读者参考.

本书可作为高等职业、高等专科学生学习“概率统计”课的辅导教材或学习参考书,对自考学生和数学爱好者本书也是一本较好的自学用书.

高职、高专教育高等数学系列
教材出版委员会

前　　言

为了适应我国高等职业教育、高等专科教育的迅速发展，满足当前高职教育高等数学课程教学上的需要，我们依照教育部颁布的高等职业教育高等数学教学大纲，为高职、高专经济类、管理类及工科类学生编写了本套高等数学系列教材. 本套书包括教材三个分册:《高等数学》、《线性代数》、《概率统计》，并编有配套辅导教材三个分册:《高等数学学习辅导》、《线性代数学习辅导》、《概率统计学习辅导》，总共 6 分册.

编写本套系列教材的宗旨是: 以提高高等职业教育教学质量为指导思想，以培养高素质应用型人材为总目标，力求教材内容"涵盖大纲、易学、实用". 因此，我们综合了高等院校高职、高专经济类、管理类及工科类高等数学教学大纲的要求，在三个分册的主教材中分别系统介绍了"微积分"、"线性代数"、"概率统计"的基本理论、基本方法及其应用. 本套系列教材具有以下特点:

1. 教材的编写紧扣教学大纲，慎重选择教材内容. 既考虑到高等数学本学科的科学性，又能针对高职班学生的接收能力和理解程度，适当选取教材内容的深度和广度; 既注重从实际问题引入基本概念，揭示概念的实质，又注重基本概念的几何解释、经济背景和物理意义，以使教学内容形象、直观，便于学生理解和掌握，并达到"学以致用"的目的.

2. 为使学生更好地掌握教材的内容，我们编写了配套的辅导教材，教材与辅导教材的章节内容同步，但侧重点不同. 辅导教材每章按照教学要求、内容提要与解题指导，自测题，自测题参考答案与解答四部分内容编写. 教学要求指明学生应掌握、理解或了解的知识点; 内容提要把重要的定义、定理、性质以及容易混淆的概

念给出提示;解题指导是通过典型例题的解法给出点评、分析与说明,指出初学者易犯的错误,教会学生数学思维的方法,总结出解题规律.教材与辅导教材相辅相成,同步使用,以达到培养学生的思维、逻辑推理能力,运算能力及运用所学知识分析问题和解决问题的能力.

3. 本套教材叙述通俗易懂、简明扼要、富有启发性,便于自学;注意用语确切,行文严谨.教材每节后配有适量习题,书后附有习题答案和解法提示.辅导教材按章配有自测题并给出较详细的参考解答,便于教师和学生使用.

本套系列教材的编写和出版,得到了北京大学出版社的大力支持和帮助,同行专家和教授提出了许多宝贵的建议,在此一并致谢!

限于编者水平,书中难免有不妥之处,恳请读者指正.

编　者

2001 年 1 月于北京

全国高职、高专教育高等数学系列教材

高等数学(上、下册)	刘书田等编著
高等数学学习辅导	刘书田等编著
线性代数	胡显佑等编著
线性代数学习辅导	胡显佑等编著
概率统计	高旅端等编著
概率统计学习辅导	高旅端等编著

目　　录

第一章　随机事件及其概率

一、教学要求

本章内容是概率论的基础知识,有许多基本概念和计算公式.

1. 随机事件的概念是最基本的概念.随机事件是随机试验样本空间中的部分基本事件所组成的集合,要会用基本事件表示随机事件.

2. 在事件间的关系和运算中,应着重掌握和事件、积事件及对立事件.对于用数学符号表示的事件,要知道它的具体意义是什么;另一方面,对一个具体事件,要会用数学符号表示.在此基础上,要学会使用事件间的关系与运算表示比较复杂的事件.

3. 事件的概率也是最基本的概念.要了解概率的统计定义和公理化定义.由概率的公理化定义和概率的性质记住以下公式:

$$P(\Omega) = 1, \quad P(\Phi) = 0,$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}),$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

当 A, B 互不相容时,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

4. 古典概型具有两个性质:试验的基本事件的数目有限,每个基本事件发生的可能性相同.此时,事件 A 的概率计算公式为

$$P(A) = \frac{A\text{ 包含的基本事件数}}{\Omega\text{中基本事件的总数}} = \frac{m}{n}.$$

要求掌握简单的古典概型的概率计算.

5. 条件概率是个基本的概念,因为乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式都与条件概率有关.条件概率的定义也就是计算公式:

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}\quad(P(A)>0).$$

6. **乘法公式**:

$$P(AB)=P(A)P(B|A)\quad(P(A)>0),$$
$$P(AB)=P(B)P(A|B)\quad(P(B)>0).$$

当条件概率容易求出时,可使用乘法公式计算积事件的概率.

7. **使用全概率公式**

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\cdots$$
$$+P(A|B_n)P(B_n)$$

时的关键问题是确定完备事件组 $B_1,B_2,\cdots,B_n$,**此外**,$P(A|B_i)$ **和** $P(B_i)(i=1,2,\cdots,n)$ **容易求得.为此,要弄清完备事件组的概念,并善于确定完备事件组.**

完备事件组 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ **是事件** A **发生的各种可能原因.如果在进行试验时事件** A **已经发生,要求在这条件下各种原因分别出现的概率时则使用贝叶斯公式**

$$P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A)}\quad(P(A)>0,P(B_i)>0)$$
$$(i=1,2,\cdots,n).$$

当 $n=2$ **时,完备事件组** B_1,B_2 **互为对立事件,可记为** $B,\overline{B}$. **这是一种常见的情况.**

8. **独立性是重要的基本概念.当事件相互独立时,许多概率的计算可以大大简化.**

若事件 A **与** B **相互独立,则有**

$$P(AB)=P(A)P(B);$$
$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B);$$
$$P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B});$$
$$P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B}).$$

9. **伯努利概型是对** n **次重复独立试验而言的,要求每次试验的可能结果只有两个:事件** A **发生或者不发生.设每次试验中事**

件 A 发生的概率为 p, 则在 n 次重复独立试验中, 事件 A 发生 k 次的概率为

$$P\{A\text{ 发生 }k\text{ 次}\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$(k = 0, 1, 2, \cdots, n).$$

伯努利概型有较多的应用.

本章的重点是:

(1) 事件间的关系与运算;

(2) 概率的主要性质与计算;

(3) 事件的独立性与概率的计算;

(4) 伯努利概型.

本章的难点是:

(1) 古典概型;

(2) 概率的主要性质与计算;

(3) 全概率公式和贝叶斯公式;

(4) 事件的独立性与概率的计算.

二、内容提要与解题指导

(一) 事件的关系与运算

事件间的关系与运算是本章的重点.

首先, 要弄清事件间的关系与运算的含义. 例如, 关于事件 A 及其对立事件 $\overline{A}$, 如果设 A= {两件产品都是正品}, 则 $\overline{A}$= {两件产品不都是正品}或 $\overline{A}$= {两件产品中至少有一件是次品}, 而不要误认为 $\overline{A}$= {两件产品都是次品}.

在使用事件间的关系与运算表示其他事件时, 经常使用以下三种方法: 第一种方法是根据事件间的关系与运算的定义; 第二种方法是画图; 第三种方法是先写出原事件的对立事件, 利用对立事件的对立事件就是原事件来表示原事件, 这常用于原事件的对立事件容易写出时.

注意，一个事件用其他事件表示时，表示方法可能不惟一.

例 1　设 A, B, C 表示 3 个事件，使用 A, B, C 表示事件 $D=$ “3 个事件中至少有一个发生”.

解　第一种方法：使用事件运算的定义知

$$D = A \cup B \cup C.$$

第二种方法：使用画图法，图 1 中共有 8 个部分，分别表示 8 个事件. 事件 D 应当包括 7 个部分，它们是：$A\bar{B}\bar{C}$, $\bar{A}B\bar{C}$, $\bar{A}\bar{B}C$, $AB\bar{C}$, $A\bar{B}C$, $\bar{A}BC$, ABC，因此

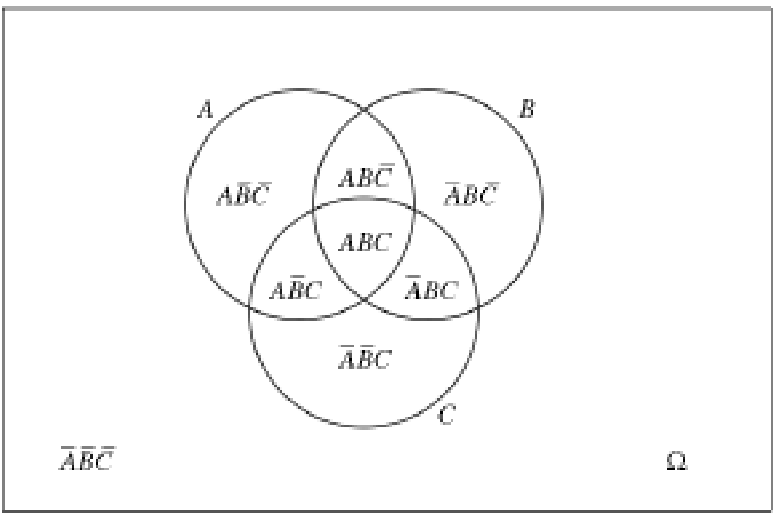

图　1

$$D= A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC.$$

第三种方法：先写出 D 的对立事件

$$\bar{D} = \text{“3 个事件都不发生”} = \bar{A}\bar{B}\bar{C},$$

而 $\bar{D}$ 的对立事件就是 D，因此

$$D = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}},$$

使用对偶公式易知

$$\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} = A \cup B \cup C.$$

例 2　袋中有红、白两种颜色的球，作无放回的抽样试验，连抽 3 次，每次抽一球. 设 $A_i=$ “第 i 次抽到红球”$(i=1, 2, 3)$，试用 A_i 表示下列事件：

(1) 前两次都抽到红球;

(2) 至少有一次抽到红球;

(3) 第二次抽到白球;

(4) 恰有两次抽到红球;

(5) 后两次中至多有一次抽到红球.

解 (1) 前两次都抽到红球为 A_1, A_2 同时发生, 即为 A_1A_2.

(2) 至少有一次抽到红球为 A_1, A_2, A_3 至少有一个发生, 即为 $A_1 \cup A_2 \cup A_3$.

(3) 第二次抽到白球为 $\overline{A}_2$.

(4) 恰有两次抽到红球为 A_1, A_2, A_3 中恰有两个发生, 因此为 $A_1A_2\overline{A}_3 \cup A_1\overline{A}_2A_3 \cup \overline{A}_1A_2A_3$.

(5) 后两次中至多有一次抽到红球为 A_2, A_3 或者一个发生, 或者从未发生, 即 $A_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_2A_3 \cup \overline{A}_2\overline{A}_3$. 或考虑其对立事件是后两次中均抽到红球, 可表示为 A_2A_3, 故后两次中至多有一次抽到红球为$\overline{A_2A_3}$.

(二) 利用古典概型计算事件的概率

古典概型是个难点, 对一个试验, 只有具备两个特点, 即试验的基本事件的数目有限和每个基本事件发生的可能性相同, 才是古典概型问题, 才能使用古典概型的计算公式计算事件 A 的概率

$$P(A) = \frac{A\text{ 包含的基本事件数}}{\Omega\text{中基本事件的总数}} = \frac{m}{n}.$$

使用上述公式的主要工作是计算 m 和 n.

通常, 古典概型所涉及的具体问题各式各样, 计算 m 和 n 的方法没有固定格式, 往往十分灵活, 而且容易把基本事件重复计算或者遗漏计算, 因此容易出差错, 这就是古典概型问题的难度所在. 但可以不把古典概型作为重点内容, 也就是说, 只要会对简单的古典概型问题进行有关概率的计算即可.

在确定一个试验的每个基本事件发生的可能性相同时, 经常根据问题的本身所具有的某种“对称性”, 即利用人们长期积累的