

对产生非欧几何的唯心主义 理论渊源初步探讨

十九世纪三十年代至八十年代，欧洲工人运动蓬勃发展，资本主义世界阶级斗争进一步尖锐。在这期间，马克思主义通过对资产阶级和各种机会主义斗争，得到了广泛的传播，思想战线中的两条路线斗争也日益激烈。当时欧洲的思想界也出现了许多哲学流派。杜林的反马克思主义理论就是一些反动思潮反映在德国社会民主党内的代表。在这些哲学流派中，最大最坏的是喊着“回到康德那里去”的新康德主义。非欧几何和新康德主义在两个领域里，沿着同一路线，几乎同时出世。他们都排除康德哲学中唯物主义因素，从右边接受康德的唯心主义部分，发展了他的先验论和不可知论。探讨一下非欧几何的理论来源，对认识非欧几何的反动本质是有帮助的。

为了便于说明问题 并使不熟悉非欧几何的同志，也能认识它是什么货色 先对非欧几何是怎样产生的作简要介绍。

什么是非欧几何

通常所谓的非欧几何包括罗巴切夫斯基几何和黎曼椭圆几何。

罗巴切夫斯基几何。

尽人皆知，几何学是劳动人民在生产斗争和科学实验中，亦即在改造自然的过程中产生和发展起来的。恩格斯在《反杜林论》里说：“数学是从人类的需要上产生出来的，即是从地段面积及器物容积的测量，从时间及机械学的计算等生产出来的。”在公元前 1700 年，埃及人已能计算某些图形的面积和体积。公元前三世纪至七世纪希腊人提供了大量的几何命题，并出现了《几何史》的著作，拟定定义、公设和公理系统地证明定理，这些著作以后失传了。到了公元前三世纪的时候，欧几里德搜集了当时大量的几何命题，进行研究和整理，编写了《几何原本》，把几千个几何命题，由易到难，由简单到复杂地组织在一个严密的逻辑系统里。他的《几何原本》把五个比较简单的命题，不加证明地作为公设。这五个公设是：从任意一点到另一点可作直线；有限直线可以无限地延长；以任意一点为中心，可用任意长的半径作圆；所有的直角都相等；如两条直线被第三条直线所截，在截线一侧的两个同侧内角的和小于两个直角，则这两条直线在这侧

延长之后，一定会相交。还有关于点、线、面等的23条定义和五条公理：与一个量相等的量，相互相等；等量加等量，其和仍等；等量减等量，其差仍等；相互合同的，就是相互相等；整体大于部分。《几何原本》从这些定义、公设和公理开始，利用逻辑推论，一个接一个地导出后面的所有命题。欧几里德《几何原本》的体系，可能存在着这样那样的问题，但是，它的一切命题，包括定义、公设、公理和一切定理都是从客观物质世界中得来的，都是客观存在的空间形式及其关系的描述，也就是说都是劳动人民在几千年的劳动实践中产生的，并为实践所检验，所证明了的。

历代数学家认为欧几里德《几何原本》里第五公设看起来比较复杂，根据公设应最少个数的要求，企图从其他四个公设和定义、公理推导出来，放在定理里。但因第五公设的独立性，不可能由其他四个公设及定义、公理导出，因而这些尝试都没有得到预期的效果。其中有些数学家如意大利萨开里，法人勒让得使用反证法证明第五公设。勒让得根据“三角形角和等于两个直角”这一第五公设的等价命题（可以相互推证的命题）可以导出第五公设，使用反证法驳斥三角形角和大于两直角和小于两个直角的假设，因为否定了这两个假设，“三角形内角和等于两个直角”的假设就可以成立，第五公设即可

以证出来，作为定理。在推导过程中，对三角形角和大于两直角的假设，在逻辑上引出了矛盾，但对三角形角和小于两个直角的假设，在逻辑上没有引出矛盾。萨开里根据“四边形的四角和等于四个直角”这一第五公设的等价命题，可以导出第五公设，也使用反证法把四边形角和大于四个直角的假设，在逻辑推导中引出矛盾，但对四角形角和小于四直角的假设，一直推导到 33 命题，还没有正确地引出矛盾。

“三角形内角和等于两个直角”这一命题是真实的，“三角形内角和大于两个直角”和“三角形内角和小于两个直角”这两个命题是虚假的。前面已经说过，因第五公设及其等价命题的独立性，不可能在其他四个公设及定义、公理的前提下，把这两个虚假命题引出矛盾。俄人罗巴切夫斯基这个唯心主义哲学思想的数学家，使用了“三角形内角和小于两个直角”的等价命题“过已知直线外的已知点，在这条线和点所决定的平面上，至少能作两直线与已知直线不相交”作为公设，并臆造了一些自圆其说的“平行角”、“界限直线”等概念，在勒让得萨开里等人推论的基础上，使用逻辑推理与客观现实相矛盾的方法，继续导出一系列脱离实际的命题，例如：“如果三角形被直线划分成一个三角形及一个四边形，那末原三角形的角和小于划分出来的三角

形角和”；“如果一个三角形的三角，对应的等于另一三角形的三角，那末这两个三角形是全等形（即相似形不存在）”等等。这样就构成了一个虚假的几何系统。他说：“我们看到，直边三角形的三角之和不能大于 π ，剩下来的假设只有等于 π 和小于 π ，我们采取前一个和后一个假设而得到没有矛盾的结果，因此产生了两种几何学，一种是通常的，另一种是空想的。”罗巴切夫斯基于 1835 年出版了《想像中几何》这一创造世界“奇绩”的著作。

法人高斯和匈牙利人约·波里埃几乎和罗巴切夫斯基同时干着同样荒诞不经的勾当，做着同样创造世界的梦想。高斯没有发表这方面的著作。约·波里埃于 1832 年出版了他的著作，宣称他“已经从乌有创造了整个世界”。因罗巴切夫斯基坚持这个几何理论最顽固，发表的著作较多，所以把这个几何叫做罗巴切夫斯基几何。

黎曼椭圆几何

罗巴切夫斯基所以采用“三角形内角和小于 π 的等价命题“过已给直线外的已给点，并在这个直线和点所决定的平面上，至少能有两直线与已知直线不相交”作为平行公理，乃是因为在用反证法试证第五公设时，三角形内角和大于 π 引出了矛盾。德国人黎曼（1792 - 1856）认为罗巴切夫斯基的思想是不彻底的。他认为平行公理可以自由创造，其

他公理也可以自由创造。他于 1854 年宣布了采取“三角形内角和大于 π ”的等价命题“过已给直线外的已给点，并在这个直线和点所决定的平面上，不能作与已给直线不相交的直线”作为平行公理的几何，即所谓黎曼椭圆几何。

黎曼怎样创造了一组没有矛盾的公理呢？他把欧几里德球面几何和平面几何里的一些概念进行调换，例如把球面和平面，大圆（封闭的、无际的）和直线，对径点（两点）和点，四点的分离关系和三点的介于关系等等，加以调换以后，提出以下所谓在逻辑上没有矛盾的命题：

1. 通过两点（两对对径点）可引唯一的直线（大圆）；

2. 每一条直线（大圆）上至少有两个点（两对对径点），可以找出不共直线（大圆）的三个点（三对对径点）；

3. 任意两条直线（大圆）必有一个唯一的交点（对径点）；

4. 平面上（球面上）的直线（大圆）三角形的角和大于 π ；

5. 过已给直线（大圆）外的已给点（对径点），并在这条直线（大圆）和点（对径点）所决定的面上（球面上），不能作与已知直线（大圆）不相交的直线（大圆）；

6. 由直线（大圆）上所作的垂线（垂直大圆）均相交于一点（对径点），而且其长相等；

.....

黎曼把欧几里德球面几何的概念和平面几何的概念调换以后，再把球面几何的命题翻译成平面几何的命题。他就这样使用偷梁换柱，移花接木的魔术师手法，又创造了一个新世界。

黎曼搞的这套小玩艺，玩弄这套花招，用心何在呢？他的目的是在说明不管是否与客观现实相背离，凡是前后一贯，没有矛盾的，都是真理。因为，欧几里德球面几何在逻辑论证上没有矛盾，调换以后，仍然是没有矛盾。

十九世纪初期法国人柯希（1789 - 1857）认为当时用直观法研究极限、积分和连续函数，不够严密有力，缺乏高度的抽象，必须改变这种方法。自柯希开始，函数论被重视起来，分析学有了很大发展。高斯是当时的世界数学权威。他把虚数和复数引入数学，扩大了数的范围。他认为数学是“百科之王”，而数论是数学中之王，“数论”在纯粹数学中是唯一正确的科学。他极重视数学的逻辑推理，从他开始把数学中的逻辑推理提高到空前未有的地位。

高斯首先提出复数，柯希把它应用于分析学中，引出复变数。数的概念，经他们的发展，推广到无

限。从现实世界抽象出来的规律，在一定发展阶段上就和现实世界相脱离，变成了高度抽象的东西。因此，他们不把数看成是客观事物的反映，而看作是不以实物为依据的纯粹抽象。高斯和柯希认为应用范围有限的正整数或自然数与自然界有关系，而应用范围极广的负数、虚数、变数是“人为数”是人为的符号，没有任何直观的实物为依据。布尔（1815-1864）等人根据高斯、柯希对数的性质的看法，主张“数的唯名论”，把数看作是纯粹人为的符号。他们提出人的头脑可以构造出数学的定义、公理，不管其是否与实践经验相符合，只要完整一贯，没有矛盾，按照一定的思维法则，进行推理就行了。

这是笼罩在当时数学界的一片乌云，虚构代替了实际，想像代替了现实，抽象脱离了具体，真理纯粹是主观的，客观真理是不存在的。非欧几何就是在这片乌云的笼罩下，在这种荒唐绝顶的理论基础上出生的。

十九世纪六十年代到七十年代，德国社会民主党内反马克思主义的主要代表杜林就以这种荒谬的论点，攻击马克思主义。杜林以为，他可以不加入任何经验的成分，从那些“按照纯粹逻辑观点既不可能也不需要论证”的数字公理导出全部纯粹数学，然后再把它应用于世界，数和形的概念是“对数学来说已经足够并且可以由数学本身创造的对象”。杜

林的谬论和高斯、布尔的观点神貌毕肖，一模一样，是一胎生下来的孪生兄弟。

革命导师恩格斯在《反杜林论》中，对杜林的荒谬论点进行了严厉的批判。恩格斯说：“和数的概念一样，形的概念也完全是从外部世界得来的，而不是在头脑中由纯粹的思维产生出来的。必须先具有一定形状的物体，把这些形状加以比较，然后才能构成形的概念。纯数学的对象是现实世界空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。这些材料以极度抽象的形式出现，这只能在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。但是为能够从纯粹状态中研究这些形式和关系，必须使它们完全脱离自己的内容，把内容作为无关重要的东西放在一边；这样，我们就得到没有长宽高的点、没有厚度和宽度的线、 a 和 b 与 x 和 y ，即常数和变数；只是在最后才得到悟性的自由创造物，即虚数。甚至数学上各种数量的明显的相互导出，也并不证明它们的先验的来源，而只证明它们的合理的相互关系。”恩格斯的这段话，阐明了哲学的基本问题，思维和存在的关系问题，物质是第一性的，精神是第二性的这一唯物主义反映论的基本原理，击中了杜林先验主义的要害，也摧垮了非欧几何的理论基础。他在《反杜林论》中又指出：“原则不是研究的出发点，而是它的最终结果；这些原则不是被应用于自然界和人类历史，

而是从它们中抽象出来的”；“如果我们的前提是正确的，如果我们正确运用思维规律于这些前提，那末结论就符合现实。”非常明显，非欧几何是从虚构公理、定义出发。这些公理、定义不是从自然界抽象出来的，而是从头脑中臆想出来的。从不符合现实的虚假的前提出发，运用逻辑推理，推导出不符合现实的虚假命题，这是不足为奇的。恩格斯这些光辉的科学论断，揭露了非欧几何的虚假实质，彻底批判了它的主观唯心主义的反动观点。

非欧几何和康德空间先天性学说

康德(1724—1804)的空间先天性学说是非欧几何的理论来源之一。弄清非欧几何和康德主义的关系，能更容易看出非欧几何的反动实质。

康德认为人们的一切知识都是从经验开始，但不是从经验产生，通过经验所认识的只是现象，物体的特性是不能通过经验认识的。康德的所谓经验，实质上也是主观的，脱离实际的。在他看来有两种知识，一种是后天的知识，这种知识得自经验；一种是先天的知识，这种知识是离经验而独立的。纯粹先天知识不掺杂任何经验要素，纯由先天发生。它是一种本源的概念及由这概念引申出来的判断。这类概念与经验无关，它能提供经验知识所不能提供的真实的普遍性和内在的必然性。他在《纯粹理

性批判》一书中《先验感性论》里说明他对空间概念的论点。他认为广延和形状属于先天的知识，它里面没有任何感性的东西，而是一般感性直观的纯形式，也叫纯直观，即使感官没有实际对象或没有感觉，纯直观也作为感性的单纯形式，先天的存在于意识里。他说空间和时间是感性直观的两种纯形式，它们是先天知识的原则。空间不是一个从外部经验得来的经验概念，正相反外部经验本身只是通过我们所设想的空间观念才有可能。它是一个必然的先天观念，先天的直观，是一切外部直观，外部现象必然的基础。空间不是自然界的特点而是人的认识能力。空间不表象事物自身的任何性质和事物的相互关系。它只是感性的主观条件，在这种感性主观条件下，外部直观对我们才成为可能的。这就是康德关于空间概念先天性的说明。这个学说是非欧几何理论的支柱，非欧几何也为它提供了典型范例。

迄今为止，几千年来，在人类所能观察到的现实世界中，根本不存在非欧几何这种事实。在最近使用射电望远镜所观察到的壹百亿光年的宏观世界中和使用比人的视力扩大几十万倍的电子显微镜所观察到微观世界中，从未听说过发现三角形角亏和角盈的事实。因此，非欧几何完全与经验无关，它不掺杂任何经验的东西，所谓“平行角”、“界限直

线”等概念和非欧几何平行公理都不是从外部经验得来的经验概念。非欧几何的产生过程说明它的定义和公理是一种康德所说的本原的东西，一切定理都是由这些本原的概念引申出来的。这些概念和命题是感官没有对象或没有任何感性的东西，先天地存在于非欧几何创造者的意识里。它不表象自然界的特点和事物本身的任何性质及其相互关系。所以，它是先天的观念，先天的直观，纯直观，纯形式。

康德认为几何学这门科学综合地而又先天地决定空间的性质。空间观念在其根源上必须是直观，这直观一定是先天的。它一定先于任何关于对象的知觉而呈现在我们的意识里面，因之一定是直观，而非经验的直观。几何命题全都是必然的。他说“空间只有三个向量”的命题，不会是经验的，不会是关于经验的判断。康德说空间观念在其根源上必须是先天的直观，几何命题全都是必然的。布尔等人说人心的理智可以构造出数学的定义、公理，只要按一定的思维法则进行，要求所造出的定义、公理本身一贯没有矛盾就行，不必问其是否与直接经验相符合。罗巴切夫斯基说“想像中几何”纵然与我们的观念习惯相背谬，可是在逻辑方面，那是完全无可责难的。在从唯心主义先天论出发，歪曲几何学本质和起源方面，他们是一脉相承，亦步亦趋，完全一致的。

毛主席指出：人的正确思想不是从天上掉下来的，也不是自己头脑里固有的。“人的正确思想，只能从社会实践中来，只能从社会的生产斗争、阶级斗争和科学实验这三项实践中来。”毛主席在实践论中反复地说明，认识和实践的辩证关系，只有人们的实践，才是人们对世界认识的真理性的标准，认识发生于实践，理性认识依赖于感性认识。毛主席的《实践论》和《人的正确思想是从哪里来的？》这两篇光辉的哲学著作，是对马克思主义唯物论反映论的重大发展，是批判这些唯心主义先天论的有力武器。

杜林的先验主义也是从康德这里摘取了一些东西。他认为全部纯数学也可以先验地，即不利用外部世界给我们提示的经验而从头脑中构思出来，在纯数学中，悟性所处理的是“它自己的自由创造物和想像物”，数学具有脱离世界内容而独立的意义，“数学的模式能够作脱离经验的、但仍然是充分的陈述。”恩格斯在《反杜林论》里辩证地论证物质和意识，实践和认识的相互关系，阐明数学是从客观世界中得来的，但它又有高度的抽象性，这种抽象性表面地掩盖了它来自现实世界的根源，它终于是人们在实际需要上产生的，数学计算能力是人们长期经验的积累。恩格斯说：“线、面、角、多角形、立方体、球体等等观念都是从现实中得来的，只有思

想极为幼稚的人、才会相信数学家的话：第一条线是点在空间中的运动产生的，如此等等。甚至语言也反对这种看法。一个具有三度的数学图形叫做体，就是说在拉丁文中这个词甚至是指可以触摸到的物体，所以这个名称绝不是从悟性的自由想像中得来的，而是从确凿的现实中得来的。”“矩形绕自己一边旋转而得到圆柱形，在产生这样的观念以前，一定先研究了一定数量的现实的矩形和圆柱形，即使它们在形式上是很不完全的。”恩格斯对杜林的这些批判，有力地打击了唯心主义先天论的要害，彻底暴露了非欧几何反马克思主义的真正面目。

一些非欧几何理论家，大肆叫嚷非欧几何是反康德主义的。他们说什么康德认为几何公理应该浅显明白，非几何采取了不明显的平行公理，这是对康德唯心论的致命打击；又说什么罗巴切夫斯基认为只有将来通过实验可以解决怎样的几何是成立于现实空间，这说明罗巴切夫斯基是以唯物主义的观点，反康德主义的。他们为了给非欧几何披上唯物主义的外衣，俾能鱼目混珠，招摇惑众，散布唯心主义，竟而绞尽脑汁，寻找借口，颠倒是非，达到了不择手段的地步。

康德主义是调和唯物主义和唯心主义，调和唯物论和经验论。他一方面承认在我们意识之外存在着“自在之物”，另一方面又认为这“自在之物”是

不可认识的。他认为主体中存在着先天感性形式（空间和时间）和悟性形式（范畴），在几何学问题上，就是空间先天性学说。认为几何公理应该浅显明白，这不是康德主义的实质，欧几里德平行公理也好，非欧几何平行公理也好，并不损害康德主义半根毫毛，更谈不到致命打击。况且，为了由简及繁，由浅入深地系统阐明各个命题的相互关系，采取不加证明的基本命题作为公理，就应该比较浅显些，明白些。所谓明显是比较而言，在阐述平行线性质的那些命题里，欧几里德几何第五题设及其有些等价命题，就是比较浅显明白的命题即非欧几何平行公理，正是康德空间先天性理论的好样板，好注脚。从这里可以看出卫道者的技穷艺拙，窘态毕露。那么非欧几何是否有可能被尔后的实践所证实，也就是说非欧几何是否是有待实践证明的科学假设呢？辩证唯物论认为科学假设是从感性认识过渡到理性认识的一种形式。假说的基础也是人们头脑中所反映的物质世界，即形成主观映象的客观世界。假说的创立是运用已经获得的和经过检验过的知识，研究一定的事实，综合一定的事实。它既要与客观事实相符合，又不应与在科学中已经确立的原理，即为实验所证明的原理相背离。数学假说也应以确凿的数学公理公式为根据而获得结论。勒未累根据观察到的天王星运行时的偏差和万有引力定律，预

言海王星的存在。门德列也夫在认识元素周期性的基础上，才作出科学预见的。非欧几何既与事实相矛盾，又与由实践证明了的几何公理定理相抵触，所以不可能为实践所证实。非欧几何是任意伪造的，它不是科学假说，而是宣扬唯心主义的伪科学、伪假说。至于说非欧几何存在于宏观世界和微观世界，空间是无限的，物体是可以无限分割的，非欧几何虽然不能被科学实验观察所发现，但也同样不能被推翻。果是这样，那么天堂地狱以及灵魂不灭同样不能被发现，也同样不能被推翻的呀！罗巴切夫斯基说他的几何能被实践所证实，这是骗人的鬼话。什么时间被证实呢？地球毁灭人类绝迹以后吗？神学家不是告诉人们死后见上帝吗？这是什么唯物主义，反康德主义？假若非欧几何一旦被证实，马列主义破产，康德主义万岁。

那么非欧几何对康德这个祖师是否有背经离道，有违师训的方面呢？这是有的。非欧几何接受了康德的唯心主义部分，抛弃他的唯物主义因素。非欧几何是比康德主义彻底得多的主观唯心主义的产物。

前面已经说过，康德认为几何学是一门先天综合知识的科学。他在《纯粹理性批判》绪论四、五节里说明什么是先天综合判断。他把一切判断，按主词和宾词在判断中的关系，分为两种：一种是“分析判断”，宾词乙属于主词甲，宾词的意义完全

包括在主词之中；一种是“综合判断”，宾词乙与概念甲有联系，可是宾词乙是概念甲以外的，宾词乙完全表示新的意义。康德认为建立在经验基础上的判断都是属于综合的，因而也是后天的。他说：“两点间直线是最短的”这个命题，既是先天的，又是综合的。因为直的概念是包含着质，不包含着量，最短的概念是在直的概念以外增加的，不能通过分析过程，把最短的概念从直的概念里分析出来，所以要找直观来帮助，必须与两点间的其他线比较，才能把最短的概念综合到直的概念里。“先天综合判断”既是经验的，又是先天的。这是康德调和折衷的必然混乱，既是先天的，就不应是经验的，既是建立在经验基础上，为什么又能是先天的呢？

根据以上说法，“直线三角形内角和小于 π ”和“直线三角形内角和大于 π ”这两个命题也是“先天综合判断”因为直线三角形是质，角和大于 π 或小于 π 是量，量是在三角形概念以外增加的。可是非欧几何完全与经验相脱离，不掺入任何经验在内，不靠任何经验直观的帮助，纯粹是先天的纯直观纯形式。这是因为康德所谓的知识和几何命题，从其本身来说是与客观现实相符合的，还是真实的，它的原型存在于客观现实中，不过，它的来源被康德歪曲了。而非欧几何是在物质世界中根本不存在的东西，完全背离人们的经验，从这些命题本身