

国家自然科学基金资助(编号 ~~41471180~~)

二次流原理

湛含辉 摇成 摇浩 摇编著
刘建文 摇湛雪辉

中南大学出版社

前摇言

流体力学是力学的一个分支，它主要研究流体本身的静止状态和运动状态，以及流体和固体界壁间有相对运动时的相互作用和流动的规律。而二次流是流体力学中的一个常见的现象和重要的规律。例如，在污水处理中，我们通过混凝沉降来实现水质澄清。我们通过对比实验，发现有二次流产生的搅拌容器的混凝效果比没有二次流的混凝效果要明显得多，其特点是，反应的时间短，效果明显，絮体多，且絮体的颗粒大，沉降速度快。

随着科学技术的发展和社会生产力的提高，人们越来越认识到二次流对生产、生活的作用巨大。但是，目前国内对二次流现象的研究几乎还是一片空白。湖南工业大学环保研究所多年来对二次流在混凝反应、沉降及膜处理等方面应用及理论研究做了大量的工作，特别是在国家自然科学基金(编号 49971001)的资助下，该研究工作取得了突破性的进展。

本书介绍了二次流现象和相关的规律。从流体力学的基础入手，介绍了流体力学的基本概念；然后列出了流体力学中的几个重要方程——连续方程、伯努利方程和 晕原杂方程；接着介绍了几种典型的二次流，如泰勒涡、迪恩涡等等，使读者能够对二次流的概念有大体上的认识；最后介绍了当前计算流体力学的发展和理论研究方法，以及计算流体力学的重要应用 流体力学问题中的现场观测、实验室模拟、理论分析和数值计算等。

本书在叙述方法上，力求由浅入深，注重讲清基本概念、原理和工程应用要点，并配合一定的实例，力求使读者能了解二次流的现象，并能知道其在实践中的重要作用。

限于编者的水平和经验有限，书中错误和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

圆缘年 圆月 圆日

目 录

第 1 章 流体力学基础	(1)
1.1 流体的基础知识	(1)
1.2 流体定义	(1)
1.3 流体的粘性	(1)
1.4 层流与湍流	(1)
1.5 雷诺数	(1)
1.6 流场描述	(1)
1.7 二次流定义	(1)
1.8 流体力学的重要方程和定律	(1)
1.9 连续方程	(1)
1.10 伯努利方程	(1)
1.11 纳维-斯托克斯方程(简称为 纳维-斯托克斯方程)	(1)
1.12	(1)
第 2 章 二次流基础知识	(2)
2.1 二次流现象及应用领域概况	(2)
2.2 国外二次流研究概况	(2)
2.3 国内二次流研究概况	(2)
2.4 几种典型的二次流	(2)
2.5 泰勒(Taylor)涡流	(2)
2.6 迪恩(Dean)涡流	(2)

摇摇摇摇圆圆猿猿猿猿	迪恩(Denard)二次流	(猿)
摇摇圆猿猿猿	二次流的研究方法	(猿)
摇摇摇摇圆猿猿猿	流体可视化法	(猿)
摇摇摇摇圆猿猿猿	摄像法	(猿)
摇摇摇摇圆猿猿猿	数值分析法	(猿)
摇摇摇摇圆猿猿猿	计算流体动力学研究	(猿)
第 猿章	迪恩二次流理论	(猿)
摇摇猿猿猿	不可压缩流体圆形压力直管速度分布	(猿)
摇摇猿猿圆	弯曲圆管中的速度与压力分布	(猿)
摇摇摇摇猿猿猿	弯曲圆管的 晕原杂方程	(猿)
摇摇摇摇猿猿圆	弯曲圆管中的速度分布	(猿)
摇摇摇摇猿猿圆	弯曲管道二次流离心压力分布	(猿)
摇摇猿猿猿	圆管中的湍流	(猿)
摇摇摇摇猿猿猿	圆管流动中由层流到湍流的转捩	(猿)
摇摇摇摇猿猿圆	圆管流动中湍流的流速分布	(猿)
摇摇猿猿圆	弯曲管道的 迪恩(Denard)理论	(猿)
摇摇猿猿猿	弯曲流道中的迪恩涡流计算流体力学(悦云)分析	(猿)
摇摇猿猿圆	弯曲管道中的迪恩涡：缘猿猿原圆猿猿猿和速度场的数值分析	(猿)
摇摇猿猿猿	理论的研究	(猿)
摇摇猿猿圆	数值分析方法	(猿)
摇摇猿猿猿	流体系统研究	(猿)
摇摇猿猿圆	迪恩涡流的分支和应用	(猿)
第 源章	泰勒二次流理论的计算流体力学	(源)
摇摇源猿猿	泰勒(栽)涡问题	(源)

摇摇摇摇	流体力学控制方程、参数和最简单的流动状态	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学主要不稳定性	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学泰勒涡、数值模拟和扰动理论结果	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学模式选择和边界层理论	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学相动力学	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学螺旋涡流和模式交互作用介绍	· · · · ·	(猿缘)
摇摇摇摇	流体力学线性稳定性	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学非线性理论：振幅方程	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学非线性理论：包迹方程	· · · · ·	(猿园)
摇摇	流体力学云流	· · · · ·	(猿源)
摇摇摇摇	流体力学单流体	· · · · ·	(猿源)
摇摇摇摇	流体力学双流体	· · · · ·	(猿园)
摇摇	流体力学云流	· · · · ·	(猿愿)
摇摇	流体力学边界层理论	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学线性速度分布	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学偏平速度分布(渗透理论)	· · · · ·	(猿缘)
第 缘章	流体力学中的泰勒涡二次流理论	· · · · ·	(猿园)
摇摇	流体力学单流体	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学单流体的简单历史	· · · · ·	(猿园)
摇摇摇摇	流体力学瑞利判据	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学单流体	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学单流体中的径向传质	· · · · ·	(猿愿)
摇摇摇摇	流体力学单流体中的轴向分散	· · · · ·	(猿缘)
摇摇摇摇	流体力学单流体的应用简介	· · · · ·	(猿愿)
摇摇	流体力学双流体	· · · · ·	(猿园)

摇摇缘摇摇栽理叶集流稳定性理论	(页)
摇摇摇摇缘德员摇初始速度	(页)
摇摇摇摇缘德圆摇线性稳定分析	(页)
附录摇摇矢量与场论的基本定义和公式	(页)
参考文献	(页)

第 1 章 流体力学基础

1.1 流体的基础知识

1.1.1 流体定义

液体和气体统称为流体。流体在剪切力作用下会发生连续变形，或者说流体在静止时不能承受任何剪切力，即流体具有流动性。一般把流体作为连续介质处理。

液体和气体又有各自的特性。液体的特性是容积一定，有自由表面。气体的特性是容积不固定，没有自由表面，易于压缩。从宏观来看，流体有流动性、压缩性、粘性、热传导性和液体的表面张力等性质。某种流体在某一具体流动情况下，其上述诸特性中往往只有几项起主要作用。例如，在研究绝大多数液体的流动性质和低速流动的气体时，压缩性不起主要作用，因而假设流体为不可压缩的流体，引起的误差甚小，这是合理的。在实际情况下，当流体作变形运动时，相互接触的流体质点之间都有剪切力作用，这是流体粘性的表现。当流体与固体表面接触时，由于流体质点的分子力作用，使流体附着于固体表面的现象，也是流体粘性的表现。另一方面，当流体的温度分布不均匀时，在流体中会发生热的传递，这就是流体的热传导性。有一些流体的粘性和热传导性都不显著，在某些流动情况下，粘性力比惯性力小得多，传导换热比对流换热小得多，流体的粘性和热传导性不起主要作用。因此假设这些流体是无粘性的和无热传导是合理的。将

这样的流体称为理想流体或完全流体，又称非粘性流体。必须考虑粘性和热传导性的流体称为真实流体或粘性流体。

§ 2.1 流体的粘性

著名科学家牛顿在 17 世纪论述了流体的粘性。他提出了流动内部的剪切应力与垂直于流体运动方向的速度梯度成正比的关系，即

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (2.1)$$

式中： τ ——流体的内摩擦(剪切)应力；

$\frac{dv}{dy}$ ——垂直于流体运动方向的速度梯度；

μ ——流体的动力粘性系数。

(2.1) 式称为牛顿内摩擦定律，凡遵从牛顿内摩擦定律的流体称为牛顿流体，否则为非牛顿流体。

§ 2.2 层流与湍流

粘性流体的运动有两种性质完全不同的流态，即层流与湍流，湍流也称紊流。早在 1840 年，英国物理学家雷诺使用类似图 2.1 的实验装置来研究过层流与湍流两种流态的基本特征，后人称之为雷诺实验。实验的基本过程如下：水箱 A 设有溢流水装置，以保持水位恒定。水从水箱 A 流入具有喇叭形进口的、水平放置的圆形玻璃管 B 中，由阀门 C 控制管内流速。容器 D 盛有色液体(通常是红色液体)，通过细管 E，也导入 B 管中。当阀门开度较小，而 B 管中的流速较低时，从 E 管中流出的有色液体在 B 管中不扩散，即不与周围的无色水流掺混，保持一股丝线状的、平行管轴的细直的流束。这说明玻璃管中的流体是一层一层地、彼此保持平行而流动的，没有流体微团的横向运动或横向的质量、

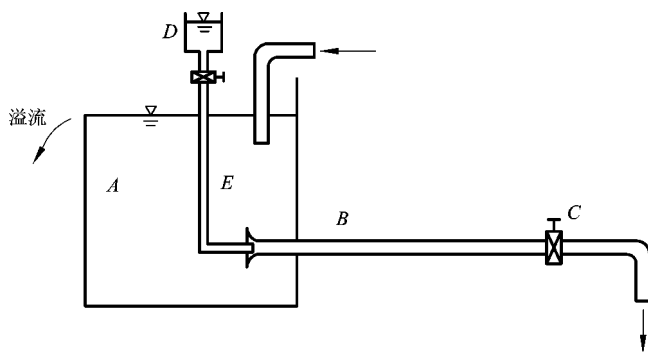


图 4-1 雷诺实验模拟图

动量交换。这样的流动称为层流。随着阀门的开度逐渐增大，管内流速也不断增加，染色流束开始发生脉动、振荡并逐渐加剧乃至断裂、扩散并向上游发展，而且染色流束迅速缩短；最后，当流速到达某一大小，染色流束就完全扩散于整个管流中。这表明在流动增速的过程中，流体微团运动的轨迹变得越来越不规则：不仅有轴向运动，而且有垂直管轴线方向的横向运动，当染色流束完全扩散时，则是流体微团在各个方向上都有充分的相互掺混的结果。这样的流动称为湍流。染色流束的完全扩散，即层流完全转变为湍流称为转捩。在一个具体的实验装置中，转捩所对应的管内平均流速称为临界速度；虽然尚有某些不确定因素存在，但临界速度的大小是可以大致确定的。当层流转换为湍流后，若减小平均流速，湍流仍可恢复为层流。从层流转换为湍流所对应的速度称为上临界速度，湍流恢复为层流所对应的速度称为下临界速度。上临界速度总大于下临界速度。

雷诺数

实际上，流体流动从层流转换为湍流，不仅与管内的流体平均流动速度有关，而且还与流体的性质如密度、粘性系数，以及圆管直径等有关。雷诺提出了一个无量纲组合量（决定相似准数），综合了上述各参数的影响，后人称之为雷诺数，以 Re 表示：

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (1.1)$$

式中： v ——管道中的平均流动速度；

ρ 、 μ 、 ν ——流体的密度、粘性系数和运动粘性系数；

d ——管道直径。

对于各种不同的流体，不同的流速，不同的圆管直径，对应层流转换为湍流或湍流恢复为层流的雷诺数都是相同的。前者称为上临界雷诺数，后者称为下临界雷诺数。仅根据管道中流动的雷诺数大小，就可以判断流动是层流还是湍流。这表明作为相似准数 Re 数具有很大的使用价值。

雷诺实验表明，上临界雷诺数在 $2300 \sim 10000$ 范围内。实际上，决定层流上限的这个值并不是完全确定的，它还取决于其他一些偶然因素，如流体在管内的宁静度、玻璃管的入口形状和管壁粗糙度，以及是否有外界扰动等。有人曾十分精细地在实验装置上做过实验，圆管流动中的上临界雷诺数可以高达 10^5 但很高的上临界雷诺数在工程实际问题很难实现，并没有实际意义，工程上一般将上临界雷诺数取为 2300 确定湍流下限的下临界雷诺数在工程上比较有实际意义，当雷诺数低于下临界雷诺数时，湍流中不论有多大的初始湍流度，也不论管壁粗糙度有多大，流动最终都将因为粘性的制约、阻尼而恢复为层流。许多实验指出，圆管流动中的下临界雷诺数为 2300 左右。

综上所述，工程上常以下列雷诺数界限判断圆管中的流动是

层流还是湍流：

圆管中，层流；

圆管中，湍流；

圆管中，层流与湍流间的过渡流态。

流场描述

流线：流线是指在给定瞬间把流场中一系列空间点连接起来的一条假想线，线上各点的切线方向都和该点处的速度方向相重合，见图 4-1 因此，流线表示了任给定瞬间沿流线各点处不同流体微团的运动方向。

流面和流管：在流场中取一条不封闭的、不是流线的曲线 ABC ，在同一瞬间通过曲线 ABC 上的所有点作流线，则由这些流线形成的曲面，称为流面，见图 4-2 显然，在这瞬间不会有流体穿越流面。

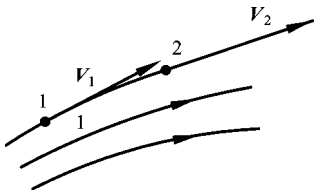
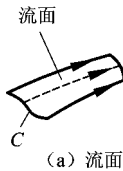
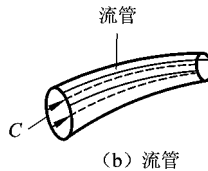


图 4-1 流线的切向速度



(a) 流面



(b) 流管

图 4-2

若曲线 ABC 是一条封闭的曲线，在同一瞬间通过该曲线上的所有点作流线，则这些流线将形成管状的流面，而这个管状流面就称之为流管。在该瞬间，除了在流管内的横截面上有流体流过外，流体不会穿越流管壁，见图 4-3，即流管内的流体不会穿过流管壁流出去，管外的流体也不会穿过流管壁流进来。

充满于微小流管中的流体称为微元流（或称为微小流束），当微元流的断面面积趋近于零时，元流将达到它的极限流线。

垂直于微元流流向的横断面称为微元流的过流断面，其面积用 dA 表示，因 dA 是微小面积，故其上各点的流速和压强都可以认为是均匀分布的。

由无数微元流组成的整股水流称为总流，通常见到的管流与河渠水流都是总流。

流量：单位时间内通过过流断面的流体体积为体积流量，简称流量，以符号 Q 表示。有时也用单位时间内通过过流断面的流体质量来表示流量，称为质量流量，以符号 Q_m 表示。

体积流量

$$Q = \int_A v \, dA \quad (\text{皂转})$$

质量流量

$$Q_m = \int_A \rho v \, dA \quad (\text{噪转})$$

涡线：流体的运动可分为无旋运动(无涡流)和有旋运动(有涡流)。在无旋运动中，流动中各流体微团的旋转角速度都为零，不存在旋转运动的流动称为无旋运动(无涡流)，无涡流时

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0 \quad (1.1.1)$$

即

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\ \omega_y &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \omega_z &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.1.2)$$

反之，流动中有流体微团作旋转运动，即三个旋转角速度分量中至少有一个不为零，这种流体运动称为有旋运动(有涡流)。

有涡流的流场中存在角转速向量 ω ，故可以用与描述流场相类似的方法描述角转速向量。首先，引进涡线概念。它是一条

在有涡运动中反映瞬时角速度方向的曲线，即在某一时刻，处于涡线上所有各点的流体质点的角转速方向都与该点的切线方向相重合，如图 1-10 所示。涡线的作法与流线相似，同样，与流线类比，可写出涡线微分方程为

$$\frac{dy}{\omega_x} = \frac{dz}{\omega_y} = \frac{dx}{\omega_z} \quad (1-10)$$

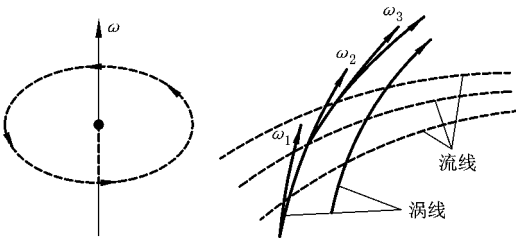


图 1-10

其次，引进旋度(也称为涡量)概念。它定义为角转速向量的圆倍，即 $\Omega = 2\omega$ 。这反映角转速大，则涡的旋转强度也大。旋度的计算还可以直接从流速向量出发，即

$$\Omega_x = 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \quad (1-11)$$

$$\Omega_y = 2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \quad (1-12)$$

$$\Omega_z = 2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

再次引进涡管概念。和流管类似，由同一时刻的无数条涡线所组成的管状封闭面称为涡管，涡管内的有旋流体叫微元涡。微元涡的横截面积(垂直于涡量)和涡量的乘积称为涡通量。涡量以

限表示, 则元涡的涡通量为

$$\text{涡通量} = \int_{\Omega} \omega \cdot d\Omega \quad (1.1.1)$$

最后, 引进速度环量(简称环量)概念。它定义为流场中流速沿任一封闭曲线 Γ 的线积分。速度环量以 Γ 表示, 根据定义, 有

$$\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Gamma} (v_x dx + v_y dy + v_z dz) \quad (1.1.2)$$

速度环量 Γ 与涡通量 Φ 之间存在以下关系:

$$\Gamma = \int_{\Sigma} \omega \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Sigma} \Omega \cdot d\mathbf{s} \quad (1.1.3)$$

式(1.1.3)表明沿周线 Γ 的速度环量等于通过该曲线所在的任意曲面 Σ 的涡通量。这一关系称为斯托克斯定理。

二次流定义

所谓二次流, 是指由一种流动(称为主流)引起的另一种伴随的流动。在粘性流体的管流中, 典型的二次流是管道在逐渐转弯时所形成的双旋流现象。如图 1.1.1 的圆管弯头, 对理想流动来

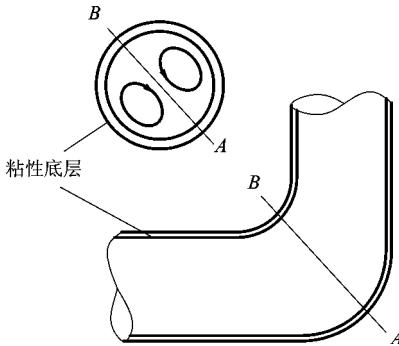


图 1.1.1 圆管弯头中的二次流

说,流体在转弯过程,即流线发生弯曲时,由于受离心力的作用,转弯外侧的流体将具有比较高的压力,形成向流线曲率中心方向,即 ρ 方向的顺压梯度。作用在流体微团上的压力增量产生向心力与微团上的离心力达到平衡。而在粘性流动中,速度是不均匀的,靠近壁面处速度比较小。如在转弯的外侧管壁附近,速度降低,将使离心力减小,因而使 ρ 点附近的管壁压力低于对理想流体的值。而在管流中心区的大部分范围,粘性流体的速度与对理想流体的速度差不多,因而压力也是接近的。外侧相对减小了的压力,将引起流体从管中心向外侧的附加流动。与此同时,还将引起流体沿管壁从外侧向内侧的流动,故形成一对双旋流,也就是二次流。旋流与主流叠加,构成螺旋状的流动。二次流的能量来自主流,最后也会因粘性作用而耗散转换为热量。因而粘性流体在转弯过程中,除了摩擦损失和分离损失外,还会有二次流引起的能量损失。

5.1 流体力学的重要方程和定律

5.1.1 连续方程

流体流动参量的变化必然也遵循物理学的普遍定律。这些普遍定律在流体运动上的表现形式写成数学表达式即成为支配流体运动的基本方程。第一个基本方程是连续方程。它是将流体作为连续介质的前提下,质量守恒定律在流体运动上的表现形式。图 5-1 为流动空间中的一个微小六面体,以其作为空间的一个控制体积,分析流入、流出这个控制体积的流体质量与控制体积内部流体质量变化之间的关系,在连续性前提下,按质量守恒定律可得出可压缩流体的欧拉型连续性微分方程为