

第一章 稳恒电流：神话与现实

在外加恒定电场的情况下，严格地没有任何电导的理想绝缘体是可能存在的吗？这个问题可以扼要地描述如下：一种除了原子核、内部电子层和共价键电子层的电荷之外，不含任何电荷的材料；或者在外电场的作用下其中的电荷保持不移动的材料就可以称为理想绝缘体。从统计力学的角度出发，对于大多数聚合物来说，前者可能是适合的，但由于宇宙射线的电离化过程，第一个条件是不可能实现的对于第二个条件，即零迁移率，当外电场不足以产生载流子时，则主要在非晶介质中得到满足。本章以电导观点来研究相当接近于理想绝缘体的、在简单工业条件下应用的实际绝缘体（例如在持续地输送能量的电缆中的绝缘体）；对于很好的工业用绝缘材料，研究在恒定电压下测量其电导率方法；并从实际测量方法的角度研究我们所定义的理想绝缘体。

§ 1.1 引言

当绝缘材料的试样置于强电场中时（例如 10^7V/m ，即在 $100\mu\text{m}$ 厚的试样上施加 1kV 的电压），在即使将在试样击穿的数量级上，总能观察到吸收得越来越缓慢的瞬态电流，这是在第四章中将要讨论的内容

这里所考虑的基本问题为瞬态电流衰减周期之后仍然存在的恒定电流。这个问题似乎显得过于平庸，但实际上它并不是想像的那么简单。在干燥环境中，将聚乙烯那样良好的绝缘材料置上面所说的场强下时，以对数时间为自变量，常常在数周之后通过它的电流仍不能达到一个固定的饱和值。有时，在能够检测的最小范围

内 10^{-13}A), 仍不能达到稳定的饱和电流值. 在这个电流数量级上, 电流的波动经常比测量电路所能达到的时间常数更短, 或者换句话说, 它具有更宽的频谱. 因此, 如果实际测量方法允许的话, 则可通过调节滤波器的带宽以适应电流涨落.

在测量绝缘体电导率^[2]的国家标准与国际标准中, 都注明需在极化一段时间后 (常取 $1\sim 10\text{min}$) 再测取电流值. 这些标准都经常作些调整, 使之更适用. 从使用观点来看, 感兴趣的也许是比较两种材料在同样的数分钟之后的电流. 材料的本征电导总是很小的, 尽管它或许是欧姆性的. 比较极化过程中的瞬态极化电流 (或称“吸收电流”) 与退极化过程中的瞬态极化电流 (或称“反吸收电流”) 可能更吸引人. 如果材料类似于线性系统 (这在实际中是罕见的), 则可以预言这两种瞬态电流仅有符号的差别. 同样, 吸收电流与反吸收电流之间的差别则可以归结于材料的电导机理.

§ 1.2 绝缘体与半导体的类比

利用固体物理的框架可讨论绝缘体的电导这一概念, 尤其可试用成熟的对于均匀晶体材料的能带理论^[3] 分析常用的绝缘体 (主要是聚合物) 的分子结构在电导中所起的作用.

2.1 本征电导与非本征电导

作为一种近似, 绝缘体可以认为是具有至少 5eV 的禁带宽度的半导体, 这一能量相当于光子能够直接或间接地将电子从禁带激励到导带的最大能量. 类似 NaCl , LiF 的结晶绝缘体或类似玻璃、PMMA 的玻璃体都是无色透明的. 由于它们所能吸收的光子能量超过了可见光谱的能量范围, 可见光的最短波长为 $0.3\mu\text{m}$, 相当于能量 $E = 4.13\text{eV}$. 某些绝缘体 (如聚乙烯、聚四氟乙烯) 却是显得不透明的, 这并不是存在真正能激励出电子的光吸收, 而是由于折射系数不均匀所引起的散射.

表 1.1 列出了以固体物理学的热力学方法比较了典型的半导体比如硅或锗与绝缘体在室温和 500K 的电导率数量级。在此表的上部，所考虑的材料均不含杂质；在此表的下部，列入了杂质的作用，并用玻尔氢原子模型计算其电离能，（介电系数的概念将在第五章中讨论）表中所列出的数据没有考虑陷阱和材料的分子结构的作用，在这些聚合物中，尤其在其分子链中含有共轭双键的聚合物中，能引起分子内电导的增加；但在同样情况下，其总电导与分子间电导则由于分子链之间难以有载流子转移而大大降低。

从表 1.1 中不难发现 在所用的材料之间 电导率存在着巨大的差异，且还未涉及超导体。为了估计此表的依据，自然会想到电流计可能显示的最小电导率这一问题，目前所能测量的最小电流数量级为 10^{-13}A 。因此，若材料是欧姆性的，所使用的试样面积为 $100\text{cm}^2 (10^{-2}\text{m}^2)$ 数量级 厚度为 $100\mu\text{m} (10^{-4}\text{m})$ 数量级 极化电场为 10^7V/m ，可测量的最小电导率约在 $10^{-18}(\Omega\text{m})^{-1}$ 或 10^{-18}Sm^{-1} 数量级。

由上表可注意到，即使加热到 500K 绝缘体的非本征电导率也仍然是不可能测量的。

出于以下三个原因，这个预计是过分严重的了：

(1) 在绝缘体中的自由载流子浓度显然要高于表中的预计值。实际上，即使在无外加电场的情况下，宇宙射线也能导致载流子的浓度增加，而且增加一个相当大的系数，这就是光电离过程。

(2) 在施加外电场的情况下，内势垒的下降能激发出载流子。

(3) 在此表中的载流子迁移率偏低，跳跃电导过程会导致迁移率大大增加。

表 1.1 半导体与绝缘体的比较

物理性质	公式	半导体(硅, 锗...)	绝缘体(氯化钠, 聚合物...)
光吸收阈值		1.5(不透明)	<0.25(透明)
禁带宽度	$E_G(\text{eV}) = \frac{hc}{e\lambda} = \frac{1.24}{\lambda(\mu\text{m})}$	0.8	>5
本征载流子密度 (m^{-3})	$n p = N_0^2 \exp(-E_G/kT)$ $N_0 = (2\pi m^* kT/h^2)^{3/2}$ $n = p = N_0 \exp(-E_G/2kT)$	2.8×10^{18}	$T=300\text{K}$ 10^{-18} $T=500\text{K}$ 1
有效质量比	m^*/m_0	0.1	1
载流子本征迁移率	$\mu(\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1})$	$10^{-4} \sim 1$	10^{-8}
本征电导率	$\sigma = ne\mu(\Omega\text{m})^{-1}$	$5 \times 10^{-5} \sim 0.5$	300K 10^{-45} 500K 10^{-27}
光学介电常数(高频)	$\epsilon/\epsilon_0 = n_0^2$	16	2.5
杂质电离能(玻尔氢原子模型)	$E_i = R(m^*/m_0)(\epsilon_0/\epsilon)^2$ $R = 13\text{eV}(1\text{Rydberg})$	5×10^{-3}	2
杂质浓度	$N(\text{m}^{-3})$	$10^{18} \sim 10^{24}$	10^{25}
杂质电离浓度	$N_i = N \exp(-E_i/kT)$ (m^{-3})	$10^{18} \sim 10^{24}$ (大部分杂质已在室温下电离)	
杂质电离的非本征电导率	$\sigma_e = N_e \mu(\Omega\text{m})^{-1}$	$10^{-5} \sim 10^5$	300K 10^{-35} 500K 10^{-22}

1.2.2 光电导与宇宙射线

在海平面上的宇宙射线基本上由能量为 1Mev 数量级的 γ 光

子流所构成,其强度约为 $\Phi = 10^{-5} \text{ rad/s}$ ($1 \text{ rad} = 10^{-2} \text{ Grey}$). 估计每个电离过程消耗约 35 到 40eV 的入射光子能量^[4]. 这样,每个这类 γ 光子在耗尽其自身的能量之前能释放出 10^4 个电子.

若更精确地来考虑,则可以利用如下关系式计算辐射所产生的载流子浓度:

$$N = 6.24 \times 10^7 \rho \Phi / W, \quad (1.1)$$

其中, $\rho(\text{kg/m}^3)$ 为材料密度, $\Phi(\text{rad/s})$ 为粒子流流量, $W(\text{eV})$ 为粒子能量.

例如,对于密度为 2000 kg/m^3 的材料,载流子生成率为 $10^{-10} / \text{m}^3 \text{ s}$ 数量级,即相当于在大气中宇宙射线的载流子生成率约为 1000 离子/ $\text{m}^3 \text{ s}$.

在良好绝缘体(如空气或凝聚态的饱和碳氢化合物)中,光电离过程对于产生自由载流子确实是举足轻重的这种容易被材料物理学忽视的边缘现象却可用来测量离子射线强度.已有若干论著专门讨论此问题,读者可以在参考文献^[5]中找到更精确的论述.

2.3 普尔-弗兰克尔效应

图 1.1 示出电离中心的势阱.将电离中心的库仑势的作用与外电场的作用组合起来,普尔-弗兰克尔效应使中心的电离能 I 降低了 ΔI .

为简单起见,仅考虑包含此电离中心的平面上的电位,电场加在此平面上,电离能的下降 ΔI 用电子伏 eV 表示则可以写成

$$\Delta I = (eE / \pi \epsilon)^{1/2}, \quad (1.2)$$

这个表达式与在第四章附录中将要提到的肖特基发射几乎是相同的.差别仅在于这个 ΔI 是肖特基势垒的两倍.例如在 10^7 V/m 的电场下, $\epsilon = 2\epsilon_0$ 则 ΔI 为 0.16 eV ;对于同样的材料,如欲降低电离能 1 eV 则电场需达 $3.9 \times 10^8 \text{ V/m}$ 这个电场已达到使介质击穿的数量级.

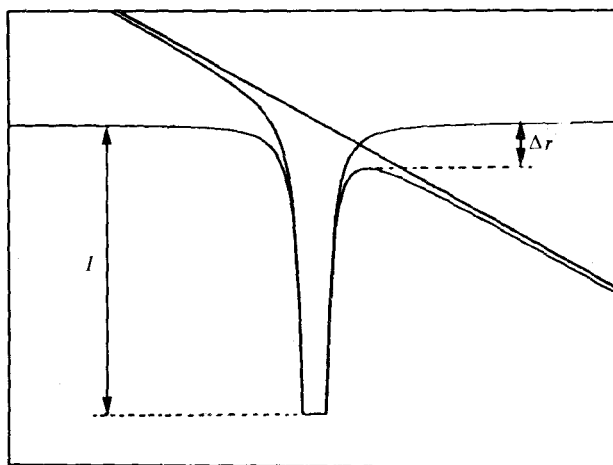


图 1.1 电离中心的势阱

在固体中，电离中心通常是固定的。因此，电导仅由那些能跳过已降低了的势垒 $I - \Delta I$ 的电子所构成，设 $n(0)$ 为无外场时的电子浓度，则电子浓度 $n(E)$ 为

$$n(E) = n(0) \exp\left[\frac{\Delta I}{kT}\right] = n(0) \exp\left[\frac{e}{kT} \left(\frac{eE}{\pi\epsilon}\right)\right]^{1/2}, \quad (1.3)$$

因而电流密度可以写成如下形式：

$$j(E) = j(0) \exp\left[\frac{e\beta_{PF}E^{1/2}}{kT}\right], \quad (1.4)$$

这里的 $\beta_{PF} = (e/\pi\epsilon)^{1/2}$ 称为普尔-弗兰克尔系数。

反之，在液体中的离子是可移动的，对电导有贡献。在这种情况下，物质守恒定律可以预言每种类型的载流子浓度（包括离子和电子）为

$$n_+(E) = n_-(E) \propto \exp(e\beta_{PF}E^{1/2}/2kT). \quad (1.5)$$

出于在后面将要提及的原因，我们定义， $\kappa = \beta_{PF}E^{1/2}/kT$ 。如果载流子的迁移率为 μ ，载流子速度正比于 μE ，则有

$$j_+(E) = j_-(E) \propto E e^{\kappa/2}$$

在这里可以找到与肖特基发射相同的指数项，正因为如此，使得在实验上难以辨别普尔-弗兰克尔过程与肖特基发射过程。

下面将要解释的模型还远不能令人满意。事实上，如果将 $\log(j)$ 对 $E^{1/2}$ 作函数，在通常所考虑的电场范围内，都能得到很好的线性度，但是由这一直线的斜率而得出的介电常数 ϵ 却明显地太大了。

为了与介电常数获得更好的一致，可以试着计入相邻电势的作用，或者使电离并不仅仅发生在图平面上而是在整个下半空间，因此势垒的平均下降值比所计算的最大下降值有所减少^[6]。因而，Adauec 和 Calderwood^[7] 建立了已考虑了在电场下迁移率的变化以下关系：

$$j(E) = j(0) \frac{2 + \text{ch}\kappa}{3} \text{sh} \frac{eE\delta}{2kT}, \quad (1.6)$$

这里的系数用双曲正弦函数表示，其中的 δ 为跳跃距离。此关系式对式 (1.4) 而言或许有所改进，但它却破坏了曲线验证的简单性。

另一种近似计算是，考虑了电离中心的电位或多或少受材料极化的影响，这可以归类为 Ker^{-n} ($n \neq 1$) 的形式，这里的 K 和 n 为可电离中心的浓度。Lewis 等人提出了一个电流表达式^[8] 即

$$j \propto \exp[\beta(n, K) E^{n/(n+1)} / kT]. \quad (1.7)$$

此式可以用于解释实验结果，并得出正确的 ϵ 值由此看来，这是有希望能解释可电离中心的特性的一个方法。

1.2.4 电致电离

比上面所讨论过的普尔-弗兰克尔效应更深一层的是电致电离。所谓电致电离即由于电场的作用而导致的分子离解。分子 $A-B$ 分解成离子 A^+ 和 B^- 的自发离解系数 K 由如下平衡式表示，它取决于环境的介电常数与离子的大小。



将足够强的电场加在弱电解质上时，昂萨格提出了 K 增量及其普适关系 $K(E)^{[9]}$ ，

$$K(E) = K(0) J_1[-\sqrt{8b}](2b)^{-1/2}, \quad (1.8)$$

这里 J_1 为一阶贝塞尔函数， $b = e^3 E / 8\pi k^2 T^2$ 。在强电场情况下 ($> 10^7 \text{V/m}$)， $J_1 - \sqrt{8b}$ 的渐近线为

$$J_1 - \sqrt{8b} \approx (2/\pi)^{1/2} (8b)^{-3/4} \exp \sqrt{8b}. \quad (1.9)$$

在这种极限情况下，昂萨格关系实际上退化成为以指数 $E^{-3/4}$ 为系数的普尔-弗兰克尔关系。

式 (1.9) 可用于解释绝缘液体在强场下的电导^[10,11]。但是与已经作过的在昂萨格公式和普尔-弗兰克尔公式之间的比较所相似地，此式也很难判断产生电流的载流子是由电离产生的，还是由电致离解产生的。

1.2.5 跳跃电导

回忆已复述过的固体物理学概念，可以知道，还存在着除本征电导和表 1.1 中列出的非本征电导之外的其它电导过程。实际上，电子的传输可以发生在禁带内局部态中所相邻的费米能级之间，这些费米能级在统计概念上分为空能级与满能级。莫特研究了这种过程^{5[12]}，它明显增大了对所测量的电流有贡献的载流子表现迁移率，尤其是当费米能级附近的态密度较高的时候。

如果没有在导带中电子传输的遮掩，这种机理或许可以被观察到。它首先是在大禁带半导体中被注意到，而大禁带半导体也可以说是绝缘体。

在施主与受主之间的跳跃概率正比于这两个位置之间的回复积分和对应于其能量差的玻尔兹曼系数。前者仅与两个位置之间的距离 R 有关，可以写成如下形式 $\exp(-2R/R_0)$ ， R_0 为衰减半径的临界距离。后者仅与两个位置之间的能量差 ΔE 有关，可写成

$\exp(-\Delta E/kT)$. 因此, 在所考虑的两个位置之间的跳跃电导具有如下形式:

$$\sigma = \sigma_0 \exp \left[- \left(\frac{2R}{R_0} + \frac{\Delta E}{kT} \right) \right]. \quad (1.10)$$

然而, R 和 ΔE 与态密度 N_i ($\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$) 有关, 设在费米能级附近的能量是均匀的, 则有:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 N_i \Delta E = 1, \quad (1.11)$$

或写成

$$R = \left(\frac{3}{4\pi N_i \Delta E} \right)^{1/3}. \quad (1.12)$$

将这个 R 的值代入式 (1.10) 则可得到仅 σ 与 ΔE 和 N_i 有关的关系式.

根据最小作用原理, 莫特建议依据尽可能大的电导组织这个系统, 即优化能量 $\Delta E_{\max}$, 以有助于跳跃. 这样, 计算系数 $d \ln \sigma / d(\Delta E)$ 或者 $d\sigma / \sigma d(\Delta E)$, 且令此导数为零, 就能获得 $\sigma(T)$ 为如下形式:

$$\sigma = \sigma_0 \exp \left[- (T_1 / T)^{1/4} \right]. \quad (1.13)$$

此公式称为跳跃电导的莫特定律, 尤其在低温情况下, 它非常好地解释了非晶体材料的实验结果.

此式不仅仅用于解释温度关系, 它也常常用于判断材料在外加电场下是否为欧姆性的. 然而, 在两个能级之间的能量差取决于导致能级倾斜的电场, 在电场下, 电流的非线性正与这种依赖性相符, 但这并不是导致电流非线性的唯一原因. 正由于还有其它原因, 所以说还存在着更普适的方程.

Jonscher 与 Hill^[13] 沿着莫特所开创的研究路线, 在电导理论中计入了跳跃所引起的外电场的变化, 但这种修正仅影响了莫特定律中的预指数项. 修正后的公式在某些特殊材料 (比如硒) 上已经得到非常令人满意的验证但对于较厚的聚合物常常没有明显

的作用，这主要是由于难以精确地和可重复地测量其恒定电流。

§ 1.3 离子电导

到目前为止，所讨论的电导都是关于电子电导的，但很明显，离子对于固体材料的电导同样有贡献，其机理却要比液体电导复杂些。例如在 5.6.4 节中将要描述的离子晶体具有可迁移的小空穴阳离子，它能在直流电压下产生电导，在交流电压下产生介电弛豫。对于某些聚合物，尤其是那些有氢键的聚合物家族（比如聚酰胺）情况是完全相同的。其中的质子，也可能是其它离子，能参与其电导过程。在 O'Dwyer 的著作的第二章中，对于离子晶体已作了讨论。在本书的 2.3.3 节也对这种现象作了简单扼要的描述。从原理上说，有一种简单的方法能判别所观察到的电导是离子性还是电子性的。将所研究的材料在较高的静压力下测量其电导。压力使原子或聚合物主键互相靠近，有助于原子轨道的重叠（亦即电子的解定位）因而电子电导增加。反之，压力增加减少了离子可位移的空间因而离子电导降低。Bui Ai 等人已讨论了与电导特性有关的压力效应^[4]。

§ 1.4 结 论

尽管近年来已经在绝缘体的表面电流与体电流测量方法上作了许多的努力^[5]，但至今实验结果的可靠性仍未能跟上理论研究的进展。

附录一 汤姆孙修正模型

本世纪初的一项卓越的工作是，汤姆孙在 1928 年出版的历史性的著作中所建立的气体在两个平板电极之间的伏安特性和平衡状态下的电场分布模型，尽管它没有太多地被引用，在这个模型中，考虑到了阴极发射和载流子的产生与复合。

如果对这个模型中的某些参数加以修正，它也可以用于半导体或绝缘体。事实上，汤姆孙时代的不可积方程在今天则可由计算机算出其数值解。在此，我们复述一遍这项工作的大致路线，并且对其提出扩展修正。

考虑在两个相间距离为 L 的无穷大平板电极之间的介质材料，带电量为 $\pm e$ 的正负载流子可以由热激励产生，也可以由局部场致发射产生（普尔-弗兰克尔效应）而且，设相反符号的载流子可以因碰撞而复合。

也就是说 载流子浓度 $n_+(x)$ 和 $n_-(x)$ 具有正电荷迁移率 μ_+ 和负电荷迁移率 μ_- ， $q_{\pm}(x) = en_{\pm}(x)$ 为相应的电荷密度

在两个电极之间的外加电压大大超过了热势能 $kT = (1/40)(\text{eV})$ 因此热作用引起的扩散电流在一阶近似中可以忽略不计。

平衡电流只能是

$$i = i_+(x) + i_-(x) \quad (\text{A1.1})$$

也就是说 可以略去位置 x 简化成

$$i = (\mu_+ q_+ + \mu_- q_-) E. \quad (\text{A1.2})$$

利用泊松方程

$$\epsilon dE/dx = q_+ - q_- \quad (\text{A1.3})$$

和式 (A1.2) 可得 q_+ 和 q_- 为

$$q_{\pm} = \frac{1}{\mu_+ + \mu_-} \left(\frac{i}{E} \pm \epsilon \mu_{\pm} \frac{dE}{dx} \right). \quad (\text{A1.4})$$

在平衡状态下 i 与 x 无关 即 $d(i_+ + i_-)/dx = 0$ 因而有

$$\frac{di_+}{dx} = -\frac{di_-}{dx} = \gamma - \alpha q_+ - q_-, \quad (\text{A1.5})$$

这里的 γ 为载流子生成率， α 为载流子复合率，其单位均为 m^3/Cs 。 γ 与电场有关 尤其当电场为普尔-弗兰克尔效应型时，它更对载流子生成率有影响。在汤姆孙所研究的气体中，载流子由宇宙射线引起的光电流所产生，因此 γ

可以认为是常数。

因此 方程 A1.5) 可以写成

$$\mu_+ \frac{d}{dx}(q_+ + E) = -\mu_- \frac{d}{dx}(q_- - E) = \gamma - \alpha q_+ + q_- . \quad (\text{A1.6})$$

在方程 A1.3) 的两边同乘上 E 有

$$\frac{\epsilon}{2} \frac{dE^2}{dx} = (q_+ - q_-)E . \quad (\text{A1.7})$$

考虑到此式 A1.6) 则得

$$\frac{d^2 E^2}{dx^2} = \frac{2}{\epsilon \bar{\mu}} (\gamma - \alpha q_+ + q_-) , \quad (\text{A1.8})$$

这里 $1/\bar{\mu} = 1/\mu_+ + 1/\mu_-$

最后 在式 A1.8) 中代入式 A1.4) 中的 q_+ 和 q_- 可得到式 A1.9)

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{2\gamma}{\epsilon \bar{\mu}} - \frac{2\alpha}{\epsilon \bar{\mu}(\mu_+ + \mu_-)^2} \left(\frac{i}{E} + \epsilon \mu_- \frac{dE}{dx} \right) \left(\frac{i}{E} - \epsilon \mu_+ \frac{dE}{dx} \right) , \quad (\text{A1.9})$$

此方程还可以写成如下形式：

$$\frac{d^2 E^2}{dx^2} = \frac{2\gamma}{\epsilon \bar{\mu}} + \frac{2\alpha\epsilon}{\mu_+ + \mu_-} \left(\frac{dE}{dx} \right)^2 - \frac{\alpha i}{(\mu_+ + \mu_-)^2 E^2} \left(\frac{2i}{\epsilon \bar{\mu}} + \frac{\Delta\mu}{\bar{\mu}} \frac{dE}{dx} \right) , \quad (\text{A1.10})$$

其中 $\Delta\mu = \mu_+ - \mu_-$.

方程 A1.10) 可写成如下简化形式：

$$y \cdot y'' - Ay'^2 + By' - Cy + D = 0 , \quad (\text{A1.11})$$

这里使用了 如下简化变量：

$$y(v) = (E/E_a)^2 ,$$

E_a 为外加电场 , $v = x/L$ 为归一化深度

$$A = \frac{\alpha\epsilon}{2(\mu_+ + \mu_-)} , \quad C = \frac{2\gamma L^2}{\epsilon \mu E_a^2} ,$$

$$B = \frac{\alpha i L}{(\mu_+ + \mu_-)^2 E_a^2 \bar{\mu}} , \quad D = \frac{2\alpha i^2 L^2}{\epsilon \bar{\mu}(\mu_+ + \mu_-)^2 E_a^4} .$$

方程 A1.11) 为平衡状态下的载流子普适方程，它无法得出解析解，但在下面所讨论的情况中可以作出重要的简化。

(1) 仅有一种可迁移载流子。在这种情况下 $\mu_+ \rightarrow 0$ 因而只能有 $\bar{\mu} = 0$ 而且 $\mu_- = \mu$ 这样，式 A1.11) 中的 B, C 和 D 就比其它二项要大得多，式 (A1.11) 就可以简化成

$$y' - cy + d = 0, \quad (\text{A1.12})$$

$$\text{其中, } c = C/B = \frac{2\gamma L\mu}{\epsilon a i}, d = D/B = \frac{2iL}{\epsilon \mu E_a^2}.$$

(A1.12) 的通解具有如下形式:

$$y = \alpha^2 (1 + \lambda e^{cv}) \quad (\text{A1.13})$$

$$\text{其中, } \alpha^2 = \frac{ai^2}{\gamma \mu^2 E_a^2}.$$

积分常数由边界条件 $\int_0^L E dx = E_a L$ 所决定 可写成

$$\int_0^1 \sqrt{y} dv = 1. \quad (\text{A1.14})$$

设 $1 + \lambda e^{cv} = u^2$ 则 $dv = 2u du / c(u^2 - 1)$ 对 A1.14 积分可得

$$\frac{2a}{c} \left| u + \frac{1}{2} \ln \frac{u-1}{u+1} \right| \frac{\sqrt{1+\lambda e^c}}{\sqrt{1+\lambda}} = 1,$$

可以写成

$$\sqrt{1+\lambda e^c} - \sqrt{1+\lambda} + \frac{1}{2} \ln \frac{(\sqrt{1+\lambda e^c} - 1)(\sqrt{1+\lambda} + 1)}{(\sqrt{1+\lambda e^c} + 1)(\sqrt{1+\lambda} - 1)} = \frac{c}{2a} \quad (\text{A1.15})$$

注意到 $c/2a = (\gamma/a)^{3/2} (L\mu^2 E_a / \epsilon i^2)$ (A1.15) 具有如下形式: $\lambda = \lambda(i, E_a)$.

以 λ 为变量解此方程, 则电场 $E(v)$ 具有如下形式:

$$E(v) = E_{a\lambda} \sqrt{1 + \lambda(i, a) e^{cv}}, \quad (\text{A1.16})$$

因此 有

$$E(v) = \frac{i}{\mu} \sqrt{\alpha [1 + \lambda(i, a) e^{cv}] / \gamma}.$$

在 $x = v = 0$ 的特殊情况下, 有

$$E(0) = \frac{i}{\mu} \sqrt{\alpha(1 + \lambda) / \gamma}. \quad (\text{A1.17})$$

因而, 肖特基或者 Fowler-Nordheim 类型的阴极发射为如下形式:

$$i = i[E(0)].$$

考虑到相应的关系如式 A1.17) 可得到电流-电压特性关系为

$$i = i(E_c, \lambda)$$

(2)两种载流子具有相同的迁移率. 在液体的情况下, 有 $\bar{\mu} = \mu/2$ 和 $\Delta\mu = 0$, 因而在方程 A1.11) 中消去了 B 项 成为

$$xy'' - Ay'^2 - Cy + D = 0. \quad (\text{A1.18})$$

现在 这里有

$$A = \frac{\alpha \epsilon}{4\mu}, C = \frac{4\gamma L^2}{\epsilon \mu E_a^2} \text{ 和 } D = \frac{\alpha i^2 L^2}{\epsilon \mu^3 E_a^4}.$$

设 $y'^2 = Y$ 方程 (A1.18) 就成为

$$\frac{dY}{dy} - 2A \frac{Y}{y} + \frac{2D}{y} - 2C = 0, \quad (\text{A1.19})$$

这是一个对 Y 的一阶线性非齐次微分方程。求解时，可以在其相应的齐次方程的通解 $Y = Ky^{2A}$ 上再加上此方程的特解 $Y = uv$ 。这样 对于 $A \neq 1/2$ 就可以有

$$Y = Ky^{2A} + \frac{2C}{1-2A}y + \frac{D}{A}. \quad (\text{A1.20})$$

$y(v)$ 的关系可以用一个积分来表示 即

$$y = \int_{v(0)}^y \left(Ky^{2A} + \frac{2C}{1-2A}y + \frac{D}{A} \right)^{1/2} dv, \quad (\text{A1.21})$$

这个积分除了 $A=0$ (这不令人感兴趣) 与 $A=1$ (此时 $\alpha = 4\mu/\epsilon$) 之外都没有解析解。

在 $A=1/2$ 时 对于 Y 的方程可写成

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{Y}{y} \right) + \frac{2D}{y^2} - \frac{2C}{y} = 0, \quad (\text{A1.22})$$

积分后可得

$$Y = Ky + 2C y \ln y + 2D. \quad (\text{A1.23})$$

再次积分就不可能得出解析解了。仅当电场 $E(v)$ 仍与其相邻的外加场相同时 (即电场扰动特别小) 才可忽略上式中的对数项 将其简化成

$$y'^2 = Ky + 2D, \quad (\text{A1.24})$$

此时可得

$$y(v) = \frac{1}{K} \left[\left(\frac{Kv}{2} + K' \right)^2 - 2D \right], \quad (\text{A1.25})$$

K' 为第二积分常数，由下式所决定。

$$\int_0^1 \sqrt{y} dv = 1.$$

模型的评价与现实化

正如上面所提到的，汤姆孙模型仅适用于某些载流子生成率与场强无关的特殊情况。这个假设对于气体是合适的，至少在内压力等于大气压时是合

适的，光电离是产生载流子的主要原因，它与外加电场无关。载流子为常数的假设所导致的结果为：当电场足以在载流子复合之前将其“扫出”电极的时候，电流将出现饱和。这种假设在凝聚态绝缘体中是不存在的，此时电场能达到产生普尔-弗兰克尔效应所需的值。在这种情况下，不仅电流不会饱和，而且它增加得比外加电场更快。这意味着存在有若干种与电场有关的载流子产生机理。气体的汤姆孙模型限制了我们将其用于其它介质。可是采用今天的计算手段即使系数 γ 与外加电场 E_0 有关，仍可以对这个模型的基本方程求出数值解，而且同样可以在计算中将电场的畸变考虑在系数 $\gamma[E(\nu)]$ 之内。

参 考 文 献

- [1] Keithley J. F. , Yaeger J. R. , Erdman R. J. , *Low Lever measurements* , Keithley Instruments Inc. (1984).
- [2] Bartnikas R. , *Engineering Dielectrics, IIB Electrical Properties of Solid Insulating Materials, Measurement Techniques* , ASTM STP 926, Ed. ASTM Philadelphia(1987).
- [3] Kittel C. , *Introduction à la physique de l'état solide* , édition française, Dunod(1958).
- [4] Matthieu J. , Blanc D. , Pateau J. C. , *Mesure de l'énergie moyenne nécessaire pour créer une paire d'ions...* , dans *Phénomènes de conduction dans les liquides isolants* , Colloques internationaux du CNRS n°179, 57(1970).
- [5] Adamczewski J. , *Les Phénomènes d'ionisation et de conduction dans les liquides diélectriques* , (adapt. Française de Faucher A. , Blanc D. , Matthieu J. ,) , Masson(1968).
- [6] Hill R. M. , Poole-Frankel conduction in amorphous solids, *Phil. Mag.* , **23** , 59~86, (1971).
- [7] Adamec V. , Calderwood J. H. , Electrical conduction, in dielectrics at high field, *J. Phys. D* , **8** , 551(1955).
- [8] Lewis T. J. , Charge transport in polymer, *Annual Report of CEIDP* (1976).
- [9] Onsager L. , Deviation from Ohm's law in weak electrolytes, *J. Chem. Phys.* , **2** , 599(1934).
- [10] Coelho R. , Bono M. , Space charge effects in liquid hydrocarbons, *J. of the Electrochemical Society* , **107**(2) , 94(1960).
- [11] Briere G. , Cauquois G. , Rose B. , Serve D. , Relation entre la conduction électrique des liquides polaires purs et leurs propriétés électrochimiques, *J Chim. Phys.* , **66** , 44(1969).
- [12] Mott N. F. , Davis E. A. , *Electronic processes in noncrystalline materials* , Oxford(1979).
- [13] Jonscher A. K. , Hill R. M. , Electrical conduction in disordered nonmetallic

films, *Physics of thin films*, **8**, 169~242(1975).

- [14] Bui Ai et al. , Pressure and temperature dependance of the dielectric properties of polyethylene used in submarine telephone cable, *J. Appl. Phys.* , **52**, 525(1981).
- [15] Hatfield L. L. , Linzy W. G. , Surface resistivity of polymer insulators, *Le vide, les couches minces*, supplément n°260, 97(1992).
- [16] Thomson J. J. , Thomson G. P. , Conduction of electricity through gases, Cambridge University Press(1928).

补充参考文献

- Fischer P. , Electrical conduction in polyolefins, *J. of Electrostatics* , **4**(1977/1978).
- Fuhrmann F. , Electrical properties of polymer solids in strong electric field, *Colloid and Polymer Science* , **254**(2), 129(1976).
- O'Dwyer J. J. , *The theory of electrical conduction and breakdown in solid dielectrics*, Clarendon Oxford(1973).
- Seanor D. A. , *Electrical properties of polymers* , Academic Press(1982).