高 等 学 校 教 材

电　波　传　播

(电磁理论基础 · 微波技术 · 天线基础)

高建平　张芝贤　编

西 北 工 业 大 学 出 版 社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

【内容简介】　本书主要介绍电磁波的产生、传输以及接收的有关理论、基本概念及其在工程实际中的某些应用。全书共分三篇。上篇为电磁理论基础，主要介绍矢量分析、电磁场的基本方程、定理及分析方法、正弦均匀平面电磁波的传播特性、反射及折射规律等内容。中篇为微波技术，主要介绍几种典型的微波传输线的导波特性、长线理论、阻抗匹配理论及方法、微波谐振腔、微波网络理论(简介)、微波定向耦合器、微波滤波器等内容。下篇为天线基础，主要介绍电磁辐射的基本理论、天线的主要参数、对称振子、缝隙天线、天线阵、喇叭天线、反射面天线、单脉冲雷达天线等内容。各章之后均附有一定量的具有启发性、针对性及工程性的习题。

本书是为大学本科电子信息工程专业高年级学生编写的教材。编者根据多年丰富的教学经验，把原电磁场与电磁波课程和微波技术与天线课程的内容经筛选、精炼成电波传播一门课程的内容，旨在减少重复，突出重点及专业特色，以期本书能成为电子信息工程专业大学本科学生学习电磁波系列课程的一本好教材或有用的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

电波传播/ 高建平，张芝贤编 . —西安：西北工业大学出版社，2002 .2
ISBN 7 - 5612 - 1436 - 7

Ⅰ. 电…　Ⅱ. ① 高…② 张…　Ⅲ. 电波传播—高等学校—教材　Ⅳ. TN011

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 000775 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路 127 号　邮编：710072　电话：(029)8493844
网　　址：http:/ / www .nwpup .com
印 刷 者：陕西天元印务有限责任公司
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/ 16
印　　张：26 .5
字　　数：646 千字
版　　次：2002 年 3 月第 1 版　　2002 年 3 月第 1 次印刷
插　　页：1
印　　数：1～3 300 册
定　　价：33:00 元

前　　言

根据高等学校课程体系改革的需要,我们把原来电子信息工程专业本科生的两门专业基础课“电磁场与电磁波”(80 学时)及“微波技术与天线”(80 学时)整合为一门课程《电波传播》(88 学时),作为该课程的教材。

本书是以高建平同志原来所用的讲义为基础改编而成的。考虑到“加厚基础”的新要求,本书以介绍基本概念和分析方法为主,理论推导为辅,力求使学生在较少的学时内掌握关于电磁波的产生、传输、接收的基本分析方法和基本概念,为以后从事电子信息工程专业的科研工作打牢必要的基础。

为使学生更多地接触工程实际及了解本学科的某些前沿动态,除以例题、讨论等方式介绍有关内容之外,还在下篇第二十二章中专门介绍了电磁理论的某些专题,如多普勒效应、电磁散射及几何绕射理论等内容。

全书共分三篇。上篇为电磁理论基础,主要介绍矢量分析、电磁场的基本方程及分析方法、正弦均匀平面电磁波的传播特性、反射及折射规律等内容;中篇为微波技术,主要介绍几种典型的微波传输线的导波特性、长线理论、阻抗匹配理论及方法、微波谐振腔、微波网络理论、微波定向耦合器、微波滤波器等内容;下篇为天线基础,主要介绍电磁辐射的基础理论、天线的主要参数、对称振子、缝隙天线、天线阵、喇叭天线、反射面天线、单脉冲雷达天线等内容。

编者把某些必要但显复杂的理论推导列于书后的附录中,意在使本书整体结构更为简洁流畅。读者可在学习过程中自由选学这部分内容。

目录中标有“　”号的章节为自学或选读内容。是否选学这些内容不会影响后面内容的学习。

本书由高建平主编,其中,中篇的第九、十、十一章由张芝贤执笔,其余均由高建平执笔,陈朝晖帮助描绘了大部分插图。

编　者

2001 年 8 月 1 日

目　　录

上篇　电磁理论基础

第一章　矢量分析 …… 1

§1－1　标量、矢量及场的概念 …… 1
§1－2　矢量的运算规则 …… 2
§1－3　正交坐标系 …… 4
§1－4　矢量的运算方法 …… 7
§1－5　空间微分元 …… 9
§1－6　标量函数(场)的梯度 …… 12
§1－7　矢量场的散度 …… 15
§1－8　矢量场的旋度 …… 18
§1－9　场论(初步) …… 21
习题 …… 22

第二章　电磁场的基本理论 …… 25

§2－1　电磁场中的基本物理量 …… 25
§2－2　麦克斯韦方程组 …… 27
§2－3　坡印亭定理 …… 31
§2－4　电磁场的边界条件 …… 32
§2－5　正弦电磁场的复域研究方法 …… 36
§2－6　时变电磁场的惟一性定理 …… 42
§2－7　电磁对偶原理 …… 43
§2－8　等效原理 …… 45
习题 …… 46

第三章　正弦均匀平面电磁波在自由空间的传播 …… 48

§3－1　波动方程 …… 48
§3－2　均匀平面电磁波 …… 50
§3－3　理想介质中的正弦均匀平面电磁波(SUPW) …… 52

§3－4　导电媒质中的正弦均匀平面电磁波 …… 59
§3－5　电磁波的色散、相速与群速 …… 65
§3－6　电磁波的极化 …… 67
习题 …… 72

第四章　SUPW 的反射和折射 …… 74

§4－1　SUPW 的反射、折射定律 …… 74
§4－2　SUPW 对平面边界的垂直入射 …… 76
§4－3　SUPW 对介质分界面的斜入射 …… 83
§4－4　SUPW 对理想导体表面的斜入射 …… 93
* §4－5　SUPW 对导体表面的斜入射 …… 97
习题 …… 101

中篇　微 波 技 术

引言 …… 105
第五章　微波传输线 …… 107

§5－1　概述 …… 107
§5－2　微波传输线的基本方程(导波方程) …… 108
§5－3　矩形波导 …… 111
* §5－4　圆波导 …… 122
* §5－5　同轴线 …… 129
习题 …… 132

第六章　长线理论 …… 134

§6－1　引言 …… 134
§6－2　传输线方程及其解 …… 135
§6－3　均匀无耗长线的传输参数 …… 139
§6－4　均匀无耗长线的工作状态 …… 143
§6－5　圆图 …… 152
习题 …… 162

第七章　长线的阻抗匹配 …… 166

§7－1　匹配的基本概念 …… 166
§7－2　电抗(电纳)元件 …… 167
§7－3　分支阻抗调配器 …… 169
§7－4　阶梯阻抗变换器 …… 174
* §7－5　渐变线阻抗变换器 …… 184

需要全本请访问 www.ertongbook.com

习题…… 188

第八章　微波谐振腔…… 191

§8－1　概述…… 191
§8－2　微波谐振腔的品质因数…… 192
* §8－3　微波谐振腔的激励与耦合 …… 194
§8－4　同轴谐振腔…… 196
§8－5　矩形谐振腔…… 200
* §8－6　圆柱谐振腔 …… 202
习题…… 206

第九章　微波网络理论(简介)…… 207

§9－1　概述…… 207
§9－2　二端口微波网络…… 208
§9－3　多端口微波网络…… 218
习题…… 224

第十章　定向耦合器…… 227

§10－1　概述 …… 227
§10－2　波导匹配双 T …… 230
§10－3　双分支定向耦合器 …… 234
* §10－4　混合环 …… 240
习题…… 244

* 第十一章　微波滤波器…… 246

§11－1　引言 …… 246
§11－2　网络的对偶电路 …… 249
§11－3　低通原型滤波器 …… 252
§11－4　频率变换 …… 255
§11－5　微波低通滤波器的工程实现 …… 260
习题…… 265

下篇　天 线 基 础

引言…… 267

第十二章　电磁辐射的基础理论…… 269

§12－1　正弦电磁场的位函数 …… 269
§12－2　电流元的辐射 …… 272

§12－3　磁流元的辐射 …… 276
§12－4　基本面元的辐射 …… 277
习题 …… 279

第十三章　天线的主要参数及互易定理 …… 280

§13－1　方向性函数及方向图 …… 280
§13－2　方向性系数 …… 282
§13－3　天线的效率与增益 …… 283
§13－4　天线的阻抗特性 …… 284
§13－5　天线的工作频带 …… 284
§13－6　互易定理 …… 284
* §13－7　天线的有效面积 …… 285
* §13－8　接收天线的噪声温度 …… 285
* §13－9　传输方程 …… 286
习题 …… 288

第十四章　对称振子 …… 289

§14－1　对称振子的模型及电流分布 …… 289
§14－2　对称振子的辐射场 …… 290
§14－3　对称振子的阻抗特性 …… 292
§14－4　对称振子的方向性系数 …… 295
§14－5　折合振子 …… 296
* §14－6　对称振子的馈电方法 …… 297
习题 …… 298

* 第十五章　缝隙天线 …… 299

§15－1　平板缝隙天线 …… 299
§15－2　波导缝隙天线 …… 301
习题 …… 302

* 第十六章　天线的互耦 …… 303

§16－1　引言 …… 303
§16－2　天线的互耦 …… 303
§16－3　大地对天线性能的影响 …… 304
§16－4　引向天线 …… 305
习题 …… 307

第十七章　天线阵 …… 308

§17－1　引言 …… 308

§17－2　增强方向性原理及方向性乘积定理 …… 308
§17－3　n元均匀直线阵 …… 309
§17－4　$m\times n$元均匀平面阵 …… 314
§17－5　均匀立体阵 …… 317
习题 …… 318

第十八章　面天线的基本理论 …… 319

§18－1　概述 …… 319
§18－2　平面口面辐射场的一般公式 …… 320
§18－3　同相平面口面天线的方向性系数及面积利用系数 …… 321
§18－4　同相矩形口面天线的辐射 …… 323
§18－5　口面场不同相位分布对辐射的影响 …… 329
习题 …… 334

第十九章　喇叭天线 …… 335

§19－1　概述 …… 335
§19－2　矩形喇叭的内场及口面场 …… 337
§19－3　矩形喇叭的辐射场 …… 341
§19－4　矩形喇叭的方向性 …… 343
§19－5　矩形喇叭的工程设计 …… 349
习题 …… 352

第二十章　反射面天线 …… 353

§20－1　概述 …… 353
§20－2　旋转抛物面天线的几何参数及几何光学特性 …… 354
§20－3　旋转抛物面天线的口面场 …… 357
§20－4　旋转抛物面天线的辐射特性 …… 359
§20－5　旋转抛物面天线的馈源 …… 363
* §20－6　卡塞格伦双反射面天线 …… 367
* §20－7　赋形波束天线 …… 371
习题 …… 374

第二十一章　单脉冲(雷达)天线 …… 375

§21－1　单脉冲天线的工作原理及参数 …… 375
§21－2　单脉冲天线的分析 …… 380
§21－3　解决和差矛盾的方法 …… 386
习题 …… 389

* 第二十二章　电磁波的其它专题 …… 391

§22－1　多普勒效应 …… 391
§22－2　电磁波的散射 …… 392
§22－3　几何绕射理论 …… 396

附　　录

附录 1　散度计算式的推导 …… 399
附录 2　旋度计算式的推导 …… 400
附录 3　矢量恒等式 …… 401
附录 4　无线电频段的划分 …… 402
附录 5　复波数的推导 …… 404
附录 6　国产矩形波导参数表 …… 406
附录 7　方向性乘积定理的证明 …… 407
附录 8　H 面喇叭 H 面辐射场中积分公式的推导 …… 407
附录 9　矩形喇叭的方向性系数(推导) …… 409
附录 10　卡塞格伦天线几何参数之间的关系(推导) …… 410

参考文献 …… 413

上篇　电磁理论基础

第一章　矢量分析

本章仅限于在实数域内介绍矢量的定义、性质及有关运算。掌握本章内容是学好本课程的必要条件。

§1-1　标量、矢量及场的概念

一、标量

数学上的标量就是只用数值即可表示的量(记为: A, T, a, t, $\cdots$)。

一个标量可以是时间和空间坐标的函数。

物理中的标量(如: 温度、电流、能量等) 还需带有相应的量纲。

二、矢量

1 .定义

矢量是既有大小又有方向且满足平行四边形法则的量(记为: A, B, a, b, $\cdots$)。

在图1 .1中描述了矢量满足平行四边形法则的含意: A与 B之和等于以 A与 B 为邻边所作的平行四边形的(夹于 A, B 之间的) 对角线。

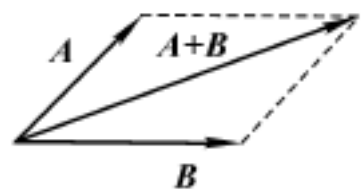

图 1 .1　平行四边形法则

A矢量的大小(或长度) 称为其模值(记为: $|A|$ 或 A), 它是一个正实数。

2 .矢量的相等

对矢量 A与 B, 若有 $|A| = |B|$ 且两矢量同方向, 则称 A与 B 相等(记为: $A = B$)。

3 .矢量的负值

矢量 A的负值(记为: $-A$) 是一个矢量, 它的模值与 A 相同但方向相反。

4 .单位矢量

若矢量 A的长度为 1(即 $|A| = 1$), 则称其为单位矢量(记为: $\overline{A}$)。一般有: $\overline{A} = \frac{A}{A}$。

5 .零矢量

若矢量 A的模值为零(即 $|A| = 0$), 则称其为零矢量。

三、场的概念

1 .场的定义

广义而言,所有具有分布特性(即为时、空坐标的函数) 的物理量,都可视为具有相应物理意义的场。

2 .标量场

如果所研究的量是标量,则对应于标量场。在标量场中,每一时刻、每一位置都对应一个标量值。如:地球周围大气的温度及含氧量即可视为标量场。

3 .矢量场

如果所研究的量是矢量,则对应于一个矢量场。在矢量场中,每一时刻、每一位置都对应一个矢量值。如:地球周围的风速及地球的引力均可视为矢量场。

在数学领域,为研究问题方便,常抽象出标量场和矢量场而不考虑其物理特性,这也是本章讨论问题的基点。

§1-2　矢量的运算规则

一、矢量和

1 .定义

$A + B = C$如图 1 2 所示:A与 B 的和等于 C, C是这样一个矢量,当把 A的终端与 B 的始端置于一处时, C由 A 的始端指到 B 的终端。

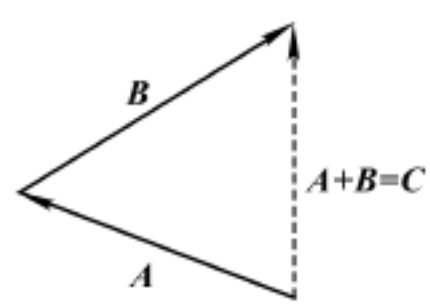

图 1 2　矢量和

2 .性质

(1) $A + B = B + A$　　(交换律)

(2) $A + (B + D) = (A + B) + D$　　(结合律)

二、矢量与标量相乘(数乘)

1 .定义

标量(f)(实数) 与矢量(A) 之积为矢量,其大小为 f 的绝对值与 $|A|$ 之积;其方向当 $f > 0$ 时同于 A方向,当 $f < 0$ 时与 A 方向相反。

2 .性质

(1) $fA = Af$　　(交换律)

(2) $g(fA) = (gf)A = f(gA)$　　(结合律)

(3) $(g + f)A = gA + fA$

$f(A + B) = fA + fB$　　(分配律)

三、矢量的标积(点积)

1 .定义

两矢量(A 与 B) 的标积为标量,它等于两矢量的模与两矢量正向夹角的余弦三者之积。记

需要全本请访问 www.ertongbook.com

为

$$A\cdot B=|A||B|\cos\alpha$$

角度 α如图 1 .3 所示。

2 .性质

(1) $A\cdot B=B\cdot A$ (交换律)

(2) $A\cdot(B+D)=A\cdot B+A\cdot D$ (分配律)

(3) $A\cdot B=0$ 等价于下面的结论:

A 与 B 垂直(条件: $|A|\neq 0$ 且 $|B|\neq 0$)。

(4) 若 $|A|=1$, 则 $A\cdot B$ 代表矢量 B 在 $\overline{A}$ 方向的投影。

四、矢量的矢积(叉积)

1 .定义

两矢量(A 与 B) 的矢积为一个矢量, 它表示为

$$A\times B=\overline{n}|A||B|\sin\alpha$$

其中: α为 A 与 B 正向夹角; $\overline{n}$ 为垂直于 A 和 B 的单位矢量且 $\overline{n}$ 与由 A(经 α角) 到 B 满足右手则(见图 1 .4)。



图 1 .3 矢量的点积

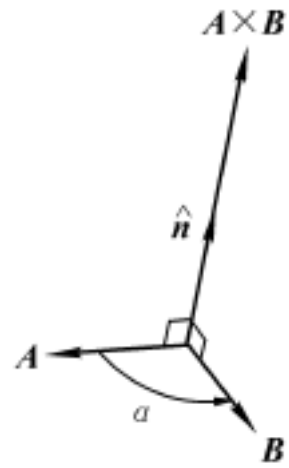

图 1 .4 矢量的叉积

2 .性质

(1) $A\times B=-B\times A\neq B\times A$ (不满足交换律)

(2) $A\times(B+D)=A\times B+A\times D$ (分配律)

(3) $A\times B=0$ 等价于下面的结论:

A 与 B 同(或反) 方向(条件 $|A|\neq 0$ 且 $|B|\neq 0$)。

(4) $|A\times B|$ 代表以 A 与 B 为邻边所作的平行四边形的面积。

以上定义了矢量的 4 种基本运算(规则), 关于矢量的其它(更复杂的) 运算都可以由上面的 4 种基本运算派生出来。

靠“运算规则”进行矢量运算很不方便, 还需进一步探讨矢量的运算方法, 这必须在一定的坐标系中方能实现。

§1－3　正交坐标系

一、直角坐标系(x, y, z)

1 .P 点的坐标

如图 1 .5 所示,空间任意一点 P 点在直角坐标系中的坐标为(x, y, z)。

2 .P 点的坐标单位矢量

如图 1 .6 所示,空间任意一点 P 点的坐标单位矢量为($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$),它们分别指向对应坐标增值方向且三者互相垂直满足如下关系

$$\bar{x} \times \bar{y} = \bar{z},\ \bar{y} \times \bar{z} = \bar{x},\ \bar{z} \times \bar{x} = \bar{y}$$

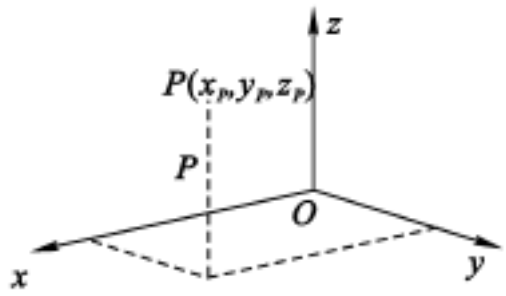

图 1 .5　直角坐标系

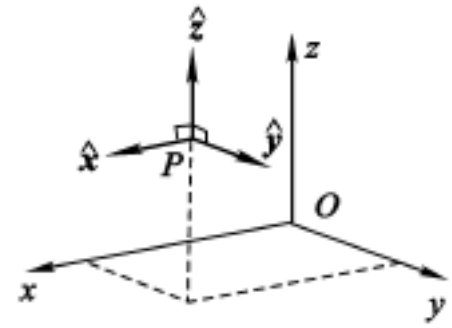

图 1 .6　直角坐标单位矢量

【注】x, y, z 皆为常矢量。

3 .P 点的位置矢径

如图 1 .7 所示,空间任意一点 P 点的位置矢径为

$$r_P = \bar{x}x + \bar{y}y + \bar{z}z = r_x + r_y + r_z$$

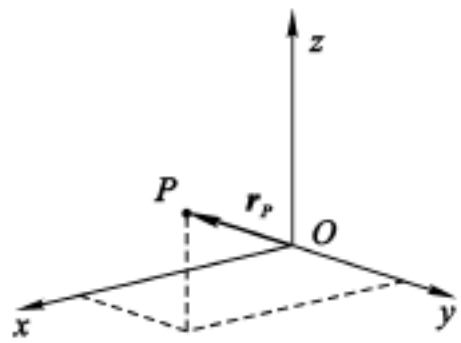

图 1 .7　P 点的矢径

4 .坐标的定义域

$|x| < \infty,\ |y| < \infty,\ |z| < \infty$

5 .几何解释

$x = x_0$ (常数)—— 代表平行于 yOz 坐标面的全平面。

$y = y_0$ (常数)—— 代表平行于 zOx 坐标面的全平面。

$z = z_0$ (常数)—— 代表平行于 xOy 坐标面的全平面。

二、圆柱坐标系

1 .*P* 点的坐标

如图 1 .8 所示,空间任意一点 *P* 点在圆柱坐标系中的坐标为(ρ, ϕ, z)。

2 .几何解释

$\rho = \rho_0$ (常数)—— 代表半径为 ρ_0 的圆柱面(以 *z* 轴为几何对称轴)。

$\phi = \phi_0$ (常数)—— 代表一个半平面(以 *z* 轴为边界)。

3 .*P* 点的坐标单位矢量

如图 1 .9 所示, *P* 点的坐标单位矢量为$(\bar{\rho}, \bar{\phi}, \bar{z})$,它们分别指向对应坐标增值方向且三者互相垂直并满足如下关系

$$\bar{\rho} \times \bar{\phi} = \bar{z}, \qquad \bar{\phi} \times \bar{z} = \bar{\rho}, \qquad \bar{z} \times \bar{\rho} = \bar{\phi}$$

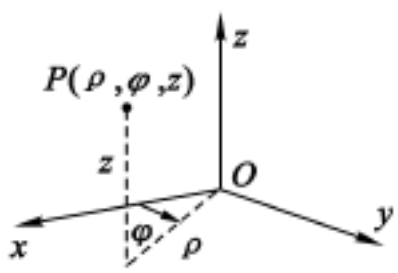

图 1 .8　圆柱坐标系

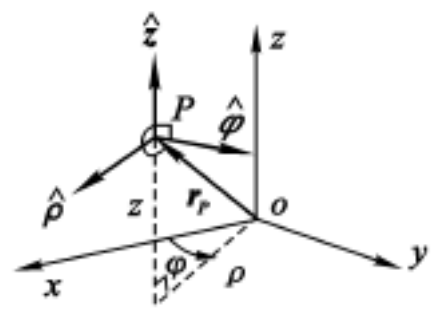

图 1 .9　坐标单位矢量及矢径

4 .*P* 点的位置矢径

如图 1 .9 所示, *P* 点的位置矢径在圆柱坐标系中可以表示为

$$r_P = \bar{\rho}\rho + \bar{z}z$$

5 .坐标的定义域

$$0 \le \rho < \infty, \quad 0 \le \phi \le 2\pi, \quad |z| < \infty$$

三、球坐标系

1 .*P* 点的坐标

如图 1 .10 所示,空间任意一点 *P* 点在球坐标系中的坐标为(r, θ, ϕ)。

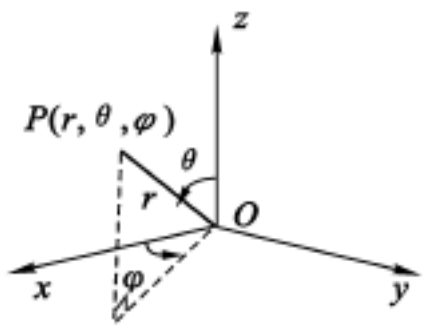

图 1 .10　球坐标系

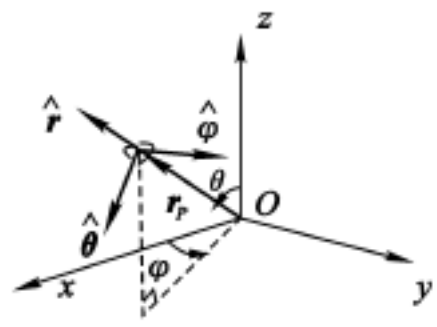

图 1 .11　坐标单位矢量及矢径

2 .几何解释

$r = r_0$ (常数)—— 代表以 r_0 为半径的球面(以球心为坐标原点)。

$\theta = \theta_0$ (常数)—— 代表以 $2\theta_0$ 为顶角的圆锥面(锥顶在坐标原点，z 轴为几何对称轴)。

3 .P 点的坐标单位矢量

如图 1 .11 所示，P 点的坐标单位矢量为$(\bar{r}, \bar{\theta}, \bar{\phi})$，它们分别指向对应坐标增值方向且三者互相垂直并满足如下关系

$$\bar{r} \times \bar{\theta} = \bar{\phi}, \quad \bar{\theta} \times \bar{\phi} = \bar{r}, \quad \bar{\phi} \times \bar{r} = \bar{\theta}$$

4 .P 点的位置矢径

如图 1 .11 所示，P 点的位置矢径为

$$r_P = \bar{r} r$$

5 .坐标的定义域

$$0 \leq r < \infty, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

四、广义正交坐标系(统一记法)

以上 3 种正交坐标系会经常用到，必须熟练掌握。为讨论问题方便，常统一用广义正交坐标系来描述上面的 3 种正交坐标系。

1 .P 点的坐标

P 点的坐标为(u_1, u_2, u_3)。

2 .P 点的坐标单位矢量

P 点的坐标单位矢量为$(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$，它们分别沿相应坐标增值方向且三者互相垂直并满足如下关系

$$\bar{u}_1 \times \bar{u}_2 = \bar{u}_3, \quad \bar{u}_2 \times \bar{u}_3 = \bar{u}_1, \quad \bar{u}_3 \times \bar{u}_1 = \bar{u}_2$$

五、三种常用坐标系之间的变换关系

1 .坐标变换关系

(1) 直角坐标与圆柱坐标的变换关系

$$x = \rho \cos\phi$$

$$y = \rho \sin\phi$$

$$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

(2) 直角坐标与球坐标的变换关系

$$x = r \sin\theta \cos\phi$$

$$y = r \sin\theta \sin\phi$$

$$z = r \cos\theta$$

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

$$\theta = \arctan\left[\frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{z}\right]$$

(3) 圆柱坐标与球坐标的变换关系

$$\rho = r\sin\theta$$

$$z = r\cos\theta$$

$$r = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$$

$$\theta = \arctan(\frac{\rho}{z})$$

2 .坐标单位矢量之间的变换关系

各种坐标系的坐标单位矢量之间的变换关系分别见表 1 .1,表 1 .2,表 1 .3。

表 1 .1　直角坐标系与圆柱坐标系的变换

	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
$\bar{\rho}$	$\cos\phi$	$\sin\phi$	0
$\bar{\phi}$	$-\sin\phi$	$\cos\phi$	0
$\bar{z}$	0	0	1

表 1 .2　直角坐标系与球坐标系的变换

	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
$\bar{r}$	$\sin\theta\cos\phi$	$\sin\theta\sin\phi$	$\cos\theta$
$\bar{\theta}$	$\cos\theta\cos\phi$	$\cos\theta\sin\phi$	$-\sin\theta$
$\bar{\phi}$	$-\sin\phi$	$\cos\phi$	0

表 1 .3　圆柱坐标系与球坐标系的变换

	$\bar{\rho}$	$\bar{\phi}$	$\bar{z}$
$\bar{r}$	$\sin\theta$	0	$\cos\theta$
$\bar{\theta}$	$\cos\theta$	0	$-\sin\theta$
$\bar{\phi}$	0	1	0

【例 1－1】　$\bar{x} = \bar{\rho}\cos\phi - \bar{\phi}\sin\phi$

$\bar{r} = \bar{x}\sin\theta\cos\phi + \bar{y}\sin\theta\sin\phi + \bar{z}\cos\theta$

【讨论】 $\bar{\rho}, \bar{\phi}, \bar{r}, \bar{\theta}$ 坐标单位矢量的方向随空间位置的变化而改变,一般来讲,它们均为变矢量。

§1－4　矢量的运算方法

一、矢量的分量表示法

1 .直角坐标系

$$A = \bar{x}A_x + \bar{y}A_y + \bar{z}A_z$$

$$|A| = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$$

2 .圆柱坐标系

$$A = \bar{\rho}A_\rho + \bar{\phi}A_\phi + \bar{z}A_z$$

$$|A| = (A_\rho^2 + A_\phi^2 + A_z^2)^{1/2}$$

3 .球坐标系

$$A = \bar{r}A_r + \bar{\theta}A_\theta + \bar{\phi}A_\phi$$

$$|A| = (A_r^2 + A_\theta^2 + A_\phi^2)^{1/2}$$

4 .广义正交坐标系

$$A = \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i$$

$$|A| = (\sum_{i=1}^{3} A_i^2)^{1/2}$$

【讨论】 同一矢量在不同坐标系中的分量表示式也不同,矢量的 3 个分量在 3 种常用正交坐标系之间的变换关系与坐标单位矢量的变换关系相同,可参考表 1 .1 至表 1 .3。

【例 1－2】 $A_x = A_\rho\cos\phi - A_\phi\sin\phi$

$$A_r = A_x\sin\theta\cos\phi + A_y\sin\theta\sin\phi + A_z\cos\theta$$

二、矢量的运算方法

在广义正交坐标系中有 $A = \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i$

1 .矢量和

$$A + B = \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i + \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i B_i = \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i (A_i + B_i) \qquad (1-1)$$

2 .矢量与标量相乘

$$fA = f\sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i = \sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i (fA_i) \qquad (1-2)$$

3 .矢量的标积(点积)

$$A \cdot B = (\sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i) \cdot (\sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i B_i)$$

利用关系式

$$\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

可得

$$A \cdot B = \sum_{i=1}^{3} A_i B_i \qquad (1-3)$$

4 .矢量的矢积(叉积)

$$A \times B = (\sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i A_i) \times (\sum_{i=1}^{3} \bar{u}_i B_i)$$

利用如下关系式

需要全本请访问 www.ertongbook.com