

高等学校教材

# 导波光学

范崇澄 彭吉虎 编著

北京理工大学出版社



# 导 波 光 学

范崇澄 彭吉虎 编著

北京理工大学出版社







## 出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲议中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室



## 前 言

本教材系按电子工业部制定的工科电子类专业教材1986~1990年编审出版规划,由《电子物理与器件》教材编审委员会、电子物理与器件教材编审小组组织征稿、评选、推荐出版的。

本教材由清华大学范崇澄、彭吉虎副教授编著,南京工学院杨祥林教授担任主审。

本课程的参考学时数为65学时,主要内容如下:

第一章阐述了光导波理论的一般问题。作为一种新的尝试,这种讲授方法试图使读者对于导波光学的基本物理现象、处理方法、特征参数及适用范围等有一个总体的概念,在以后各章的学习中会更加主动。第二~四章讨论了各种平面型光波导的解法和特性,其中耦合波理论并不限于平面型光波导,只不过此时更便于应用。光波调制则是一大类导波光学器件的物理基础。第五~六章以各种折射率分布的光导纤维为分析对象,其中特别增加了单模光纤的近似解法及特征参数方面的内容,以适应本学科的近期发展。第七~八章描述了光波导的两个最重要的信息传输特性——损耗及信号弥散,对于它们形成的原因、描述的方法以及改善的途径都进行了比较详细的讨论。最后,在第九章中讨论了单模光纤中的偏振态,着重分析了各种双折射形成的原因、参数和改进的办法。此外,还给出了两种描述偏振态沿光波导演化过程的基本方法。这一章的内容是光波导传感的基础。为了读者的方便,书末附有数学附录和中英人名对照表。此外,还给出了若干复习思考题,希望它们能有助于读者掌握有关内容。

使用本书时,应注意切实掌握基本的物理概念和思路,并在比较中(例如金属波导与介质波导、波动光学与几何光学、多模与单模、阶跃折射率与渐变折射率、弱导与非弱导、矢量解与标量解、导波模与泄漏模、子午光与旋进光等等)加深理解。再者,本书主要采用了波动光学的方法。在内容上,考虑到导波光学正在迅速发展的情况,酌情编入了某些相当重要而尚未反映在一般教科书中的章节;在讲授中如何取舍,取决于各校的具体情况。为了学好本教材,读者应具有大学普通物理中有关几何光学的基本知识,以及电磁场理论或电动力学的有关内容。

本教材由彭吉虎编写第二~四章,范崇澄编写其余各章及附录,并统编全稿。参加审阅的同志为本书提出了许多宝贵的意见,这里表示诚挚的感谢;并殷切希望广大读者对书中的缺点和错误提出批评指正。

编 者

1987年12月



# 目 录

## 第一章 光导波理论的一般问题

|                                |        |
|--------------------------------|--------|
| § 1-1 导波光学的基本问题及研究方法           | ( 1 )  |
| § 1-2 几何光学方法                   | ( 6 )  |
| § 1-3 波动光学方法及波动方程              | ( 15 ) |
| § 1-4 电磁波在介质界面上的反射及古斯-汉欣位移     | ( 21 ) |
| § 1-5 光波导中模式的基本性质              | ( 30 ) |
| § 1-6 弱导近似                     | ( 36 ) |
| § 1-7 传播常数(本征值)的积分表达式及变分定理     | ( 38 ) |
| § 1-8 相速、群速及色散特性               | ( 41 ) |
| § 1-9 本地平面波方法                  | ( 44 ) |
| § 1-10 光束的衍射·几何光学及本地平面波方法的应用范围 | ( 46 ) |
| § 1-11 介质波导与金属波导的若干比较          | ( 48 ) |
| 参考文献                           | ( 49 ) |

## 第二章 平面及条形光波导

|                   |        |
|-------------------|--------|
| § 2-1 平面光波导的本征值方程 | ( 50 ) |
| § 2-2 平面光波导中的场分布  | ( 52 ) |
| § 2-3 条形光波导       | ( 55 ) |
| 参考文献              | ( 59 ) |

## 第三章 耦合波理论

|                    |        |
|--------------------|--------|
| § 3-1 模式正交性及模式展开   | ( 60 ) |
| § 3-2 导波模式的激励      | ( 63 ) |
| § 3-3 耦合波方程及耦合系数   | ( 64 ) |
| § 3-4 用本地平面波处理耦合问题 | ( 70 ) |
| 参考文献               | ( 75 ) |

## 第四章 导波光束的调制

|                    |        |
|--------------------|--------|
| § 4-1 光波调制的一般概念    | ( 76 ) |
| § 4-2 晶体的电-光特性     | ( 78 ) |
| § 4-3 光波导的电-光调制    | ( 82 ) |
| § 4-4 定向耦合器型调制器/开关 | ( 83 ) |
| 参考文献               | ( 86 ) |

## 第五章 阶跃折射率光纤中的场解

|                          |         |
|--------------------------|---------|
| § 5-1 数学模型及波动方程的解        | ( 87 )  |
| § 5-2 模式分类准则及模式场图(本征函数)  | ( 92 )  |
| § 5-3 导波模的色散特性及U值的上、下限   | ( 98 )  |
| § 5-4 色散特性的进一步简化         | ( 105 ) |
| § 5-5 弱导光纤中场的标量近似解——线偏振模 | ( 107 ) |
| § 5-6 功率流                | ( 114 ) |
| § 5-7 模式场的本地平面波描述        | ( 118 ) |



|                                               |       |
|-----------------------------------------------|-------|
| 参考文献                                          | (121) |
| <b>第六章 渐变折射率弱导光纤中的场解</b>                      |       |
| § 6-1 无界抛物线折射率弱导光纤中场的解析解                      | (122) |
| § 6-2 WKB法求解导波模的本征函数及本征值                      | (128) |
| § 6-3 模式容积及主模式号·泄漏模                           | (134) |
| § 6-4 单模光纤的近似解法(一)——高斯近似                      | (139) |
| § 6-5 单模光纤的近似解法(二)——等效阶跃光纤近似(ESF)             | (145) |
| § 6-6 单模光纤的近似解法(三)——矩等效阶跃折射率近似(ESI)及其改进(EESI) | (151) |
| § 6-7 单模光纤的模场半径                               | (154) |
| § 6-8 单模光纤的截止波长                               | (159) |
| 参考文献                                          | (160) |
| <b>第七章 光波导中的损耗</b>                            |       |
| § 7-1 损耗起因及损耗谱                                | (161) |
| § 7-2 本征吸收及瑞利散射损耗                             | (162) |
| § 7-3 杂质吸收                                    | (163) |
| § 7-4 弯曲损耗                                    | (166) |
| § 7-5 弯曲过渡损耗                                  | (171) |
| § 7-6 连接损耗                                    | (174) |
| 参考文献                                          | (176) |
| <b>第八章 信号沿光波导传输时的畸变——脉冲展宽</b>                 |       |
| § 8-1 脉冲展宽的起因及描述方法                            | (178) |
| § 8-2 材料色散                                    | (184) |
| § 8-3 S型多模光纤的模间弥散                             | (188) |
| § 8-4 直接由折射率分布计算时域及频域特性                       | (194) |
| § 8-5 单模光纤的色散                                 | (198) |
| § 8-6 零色散移频光纤及超宽频带光纤                          | (208) |
| 参考文献                                          | (211) |
| <b>第九章 单模光纤中的双折射及偏振态的演化</b>                   |       |
| § 9-1 双折射现象及其意义                               | (212) |
| § 9-2 双折射光纤的参数及其分类                            | (212) |
| § 9-3 光纤中的线双折射                                | (214) |
| § 9-4 光纤中的圆双折射                                | (222) |
| § 9-5 偏振态沿光纤的演化(一)——琼斯矩阵法                     | (226) |
| § 9-6 偏振态沿光纤的演化(二)——邦加球法                      | (231) |
| 参考文献                                          | (236) |
| <b>结束语</b>                                    | (237) |
| <b>复习思考题</b>                                  | (238) |
| 附录A-1 矢量微分运算                                  | (244) |
| 附录A-2 贝塞尔函数                                   | (250) |
| 附录A-3 艾利函数                                    | (253) |
| 附录A-4 中英译名对照                                  | (256) |



# 第一章 光导波理论的一般问题

本章的主要内容<sup>[1-1]</sup>分为如下几部分：第一、二、三、六、九、十诸节主要介绍导波光学的发展史、基本问题、几种基本处理方法的特点及应用范围。第四节讨论了介质光波导中最重要的物理现象——波在介质界面处的反射和以古斯-汉欣位移为代表的非镜面现象。第五、七、八诸节阐述了光导波现象的主要特征参数及其物理性质。在第十一节中把金属波导和介质波导进行了对比，以加深读者的理解。对于尚不熟悉金属波导的读者，此节可以略去。

## § 1-1 导波光学的基本问题及研究方法

### 一、历史及现状

导波光学是研究波长范围大体为 $10^{-1} \sim 10^0 \mu\text{m}$ 的电磁波在各种波导结构中传播特性的科学。

利用光传递信息的历史至少可以追溯到我国古代的烽火台。从近代科技发展史来看，这方面的一个重要事件是1880年贝尔继发明电话之后又发明了“光话”：以日光为光源，大气为传输媒质，在200m内实现了语音信号的传递。虽然贝尔本人认为这是他一生中最重要发明，但由于可靠的高强度光源和稳定的低损耗传输媒质均未解决而一直未能实用。1960年，正当人们开始认识信息对于未来社会重要性的时候，发明了激光器，这更加激发了人们对低损导光媒质的研究热情。当然，利用玻璃中的全反射原理传光早已为人熟知，并已经用来在短距离(米级)内传光(如医用传光光纤束)，但直到60年代中期，最好的光学玻璃的传输损耗仍高达1000dB/km。这意味着如果要在—公里长的光纤末端检测到一个波长为 $1\mu\text{m}$ 的光子(其能量为 $h\nu = 6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{14} \approx 2 \times 10^{-19} \text{J}$ )，在其始端应输入的能量为 $2 \times 10^{81} \text{J}$ ，这将远远超过太阳系形成以来其全部辐射能量的总和<sup>①</sup>。在似乎毫无希望的局面下，高锟博士等在1966年发表了一篇被后来的历史证明为具有划时代意的论文<sup>[1-2]</sup>，提出利用带有包层材料的石英玻璃光学纤维，其损耗可能低于20dB/km，从而可以用作通信媒质。他还指出这类玻璃的理论最低损耗比这一数值还要低得多。这一推断使全世界的许多重要实验室进一步开展了有关研究。1968年，玻璃体块材料的损耗降到5dB/km；1970年美国康宁玻璃公司的一个小组果然拉制出了损耗为20dB/km的光导纤维(波长约 $0.8\mu\text{m}$ )。该研究组的两个基本思想，即(1)用纯石英为主体材料并掺杂氧化物等以形成所需的折射率分布，(2)采用气相沉积技术作为基本工艺，直到今天仍是各种制造光纤方法的核心。这是由于前者保证了优良

① 太阳每年辐射的总能量约为 $1.2 \times 10^{34} \text{J}$ ，即使假定其辐射波长都为 $1\mu\text{m}$ ，也需 $10^{47}$ 年！



的物理化学性能，而后者使工艺方法极为灵活并有助于材料的“自提纯”，保证了低损耗。目前石英光导纤维的损耗已降至 $0.2\text{ dB/km}$ （单模光纤，波长 $1.55\mu\text{m}$ ）以下。70年代初的另一重要事件，是实现了半导体激光器的室温连续运转。这就使光纤通信受到了空前的重视，短短的十几年已经从实验室研究变为具有巨大社会效益的产业，对未来的信息社会将发挥极为重要的作用，并产生深远的影响。这是基于光纤通信的另一个极为重要的优点——具有极宽的频带。理论计算表明，一根光导纤维就可能传输高达 $20000\text{ Gb/s}$ 以上的数据率<sup>①</sup>，相当于在一分钟左右把人类有史以来的全部文字知识传送全毕。

在光通信中，除信号传输外，另一个重要方面就是对信号的各种处理（开关/调制等等）。由于光波导的尺寸非常细小，在60年代末就提出了“集成光学”的概念：在很小的空间范围内，将具有各种功能的导波光学器件集成在一起，再进而和有源器件、电子电路集成，称为集成光电子学器件。值得注意的是，这里的“集成”主要是指各种功能的集成，而不是像集成电路那样强调集成度（单位面积内的元件数）。就有源器件方面来说，主要是Ⅲ-V族材料（如砷化镓、磷化铟等）的各种精细成膜技术及微加工技术（如金属氧化物化学气相沉积、分子束外延及化学束外延等）近年来得到了很大的发展。无源器件的材料以铌酸锂为代表，它具有优良的电光和声光调制特性。对于集成光电子学器件来说，使材料同时具有较好的光学及电子学性能是目前研究的重点课题之一。

导波光学器件不仅在光信号的传输及处理方面有很大作用，在信号获取方面的功能也日益受到人们的重视：环境因素的变化对光波导中光的传输特性（光强、相位、偏振方向及波长）产生影响，可用来对环境因素进行传感。由于它具有体积小、电绝缘、高灵敏、抗干扰以及能使传、感合一等优点，从70年代后即受到人们的重视。目前已制成对压力、应力、应变、位移、速度、加速度、转动、液位、流速、流量、温度、电压、电流、电场、磁场、伽玛射线以及化学成分等数十个物理量的光波导（主要是光纤）传感装置，其中有些已转入商品生产。由于信息的获取在现代社会中日益增长的重要性，这方面的研究开发工作也是导波光学应用的热点之一。

## 二、光 波 导

（1）在图1-1-1和图1-1-2中画出了光波导技术中常用的各种导波结构的横截面示意和某些典型参数。在与该截面垂直的纵向上，波导无限延伸；折射率分布只是横向坐标的函数。且除考虑光波导的激励问题外，一般可以忽略“源”的影响。在这些光波导中，如果光在横向受到充分的约束而没有辐射或泄漏，就可能沿纵向实现远距离传输。这种情况称为约束光或导波模（分别对应于几何光学和波动光学分析，见下）；反之，光在横向上如果有辐射，则称为折射光或辐射模（图1-1-3）。

（2）从光的折射定律出发很容易理解，在一个如图1-1-4所示的柱型光波导<sup>②</sup>结构中，光在横方向上总是趋于集中在折射率最大或波相速最慢的区域中，沿纵向传播，这一规律称为折射率定则。它虽不能用于具体计算，但对于理解许多光波导现象却十分重要。

① 波长 $1.45\mu\text{m}\sim 1.65\mu\text{m}$ 是石英光纤的低损耗区，其间带宽为 $2.5\times 10^{13}\text{ Hz}$ 。

② 柱型光波导是指光波导的横向尺寸不随传播方向而变，因此图中的平面光波导也可以看成是柱型光波导的一种。



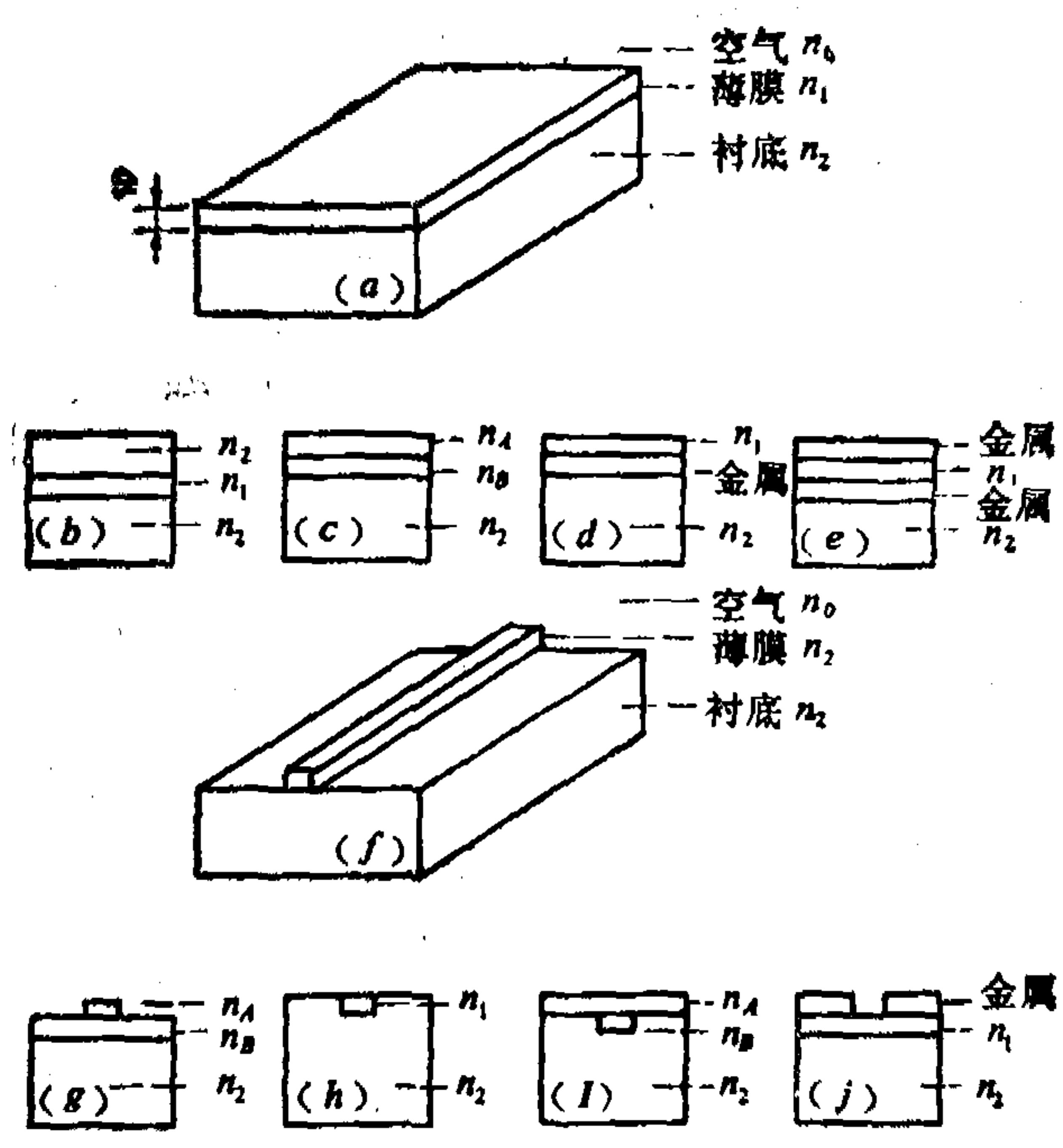


图1-1-1 各种光波导

(a)非对称薄膜波导 $n_1 > n_2 > n_0$ ; (b)对称薄膜波导 $n_1 > n_2$ ; (c)复合波导 $n_A \cdot n_B > n_C$ ; (d)金属包层波导 $n_1 > 1.0$ ; (e)双金属包层波导 $n_1 > 1.0$ ; (f)~(j)各种二维限制条形波导

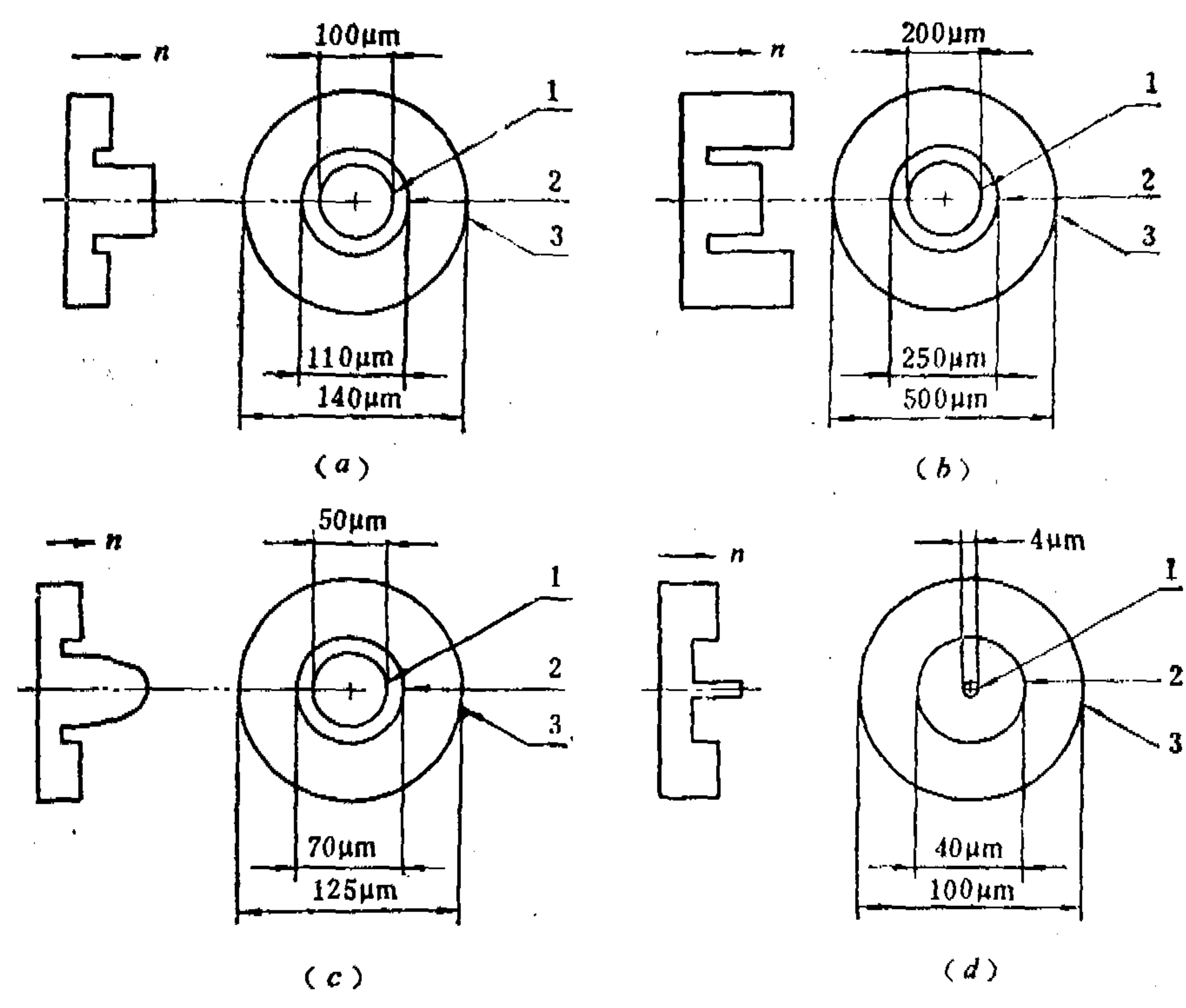


图1-1-2 某些光纤的典型尺寸和折射率分布(1-芯, 2-芯区与包层区间的过渡层, 可以没有, 3-包层)  
(a)多模阶跃折射率光纤; (b)塑料包层多模光纤; (c)多模渐变折射率光纤; (d)单模阶跃折射率光纤



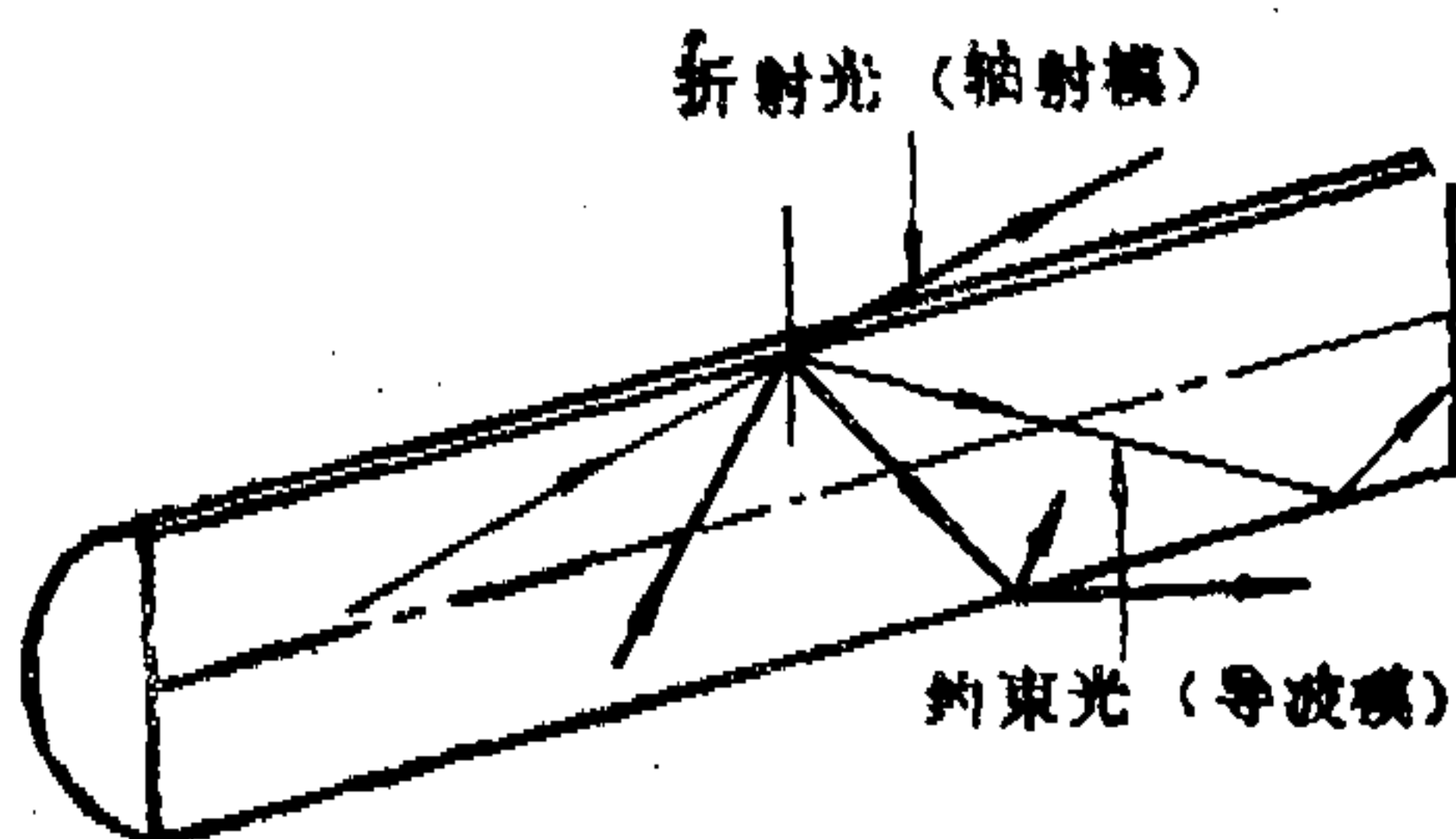


图1-1-3 约束光(导波模)和折射光(辐射模)

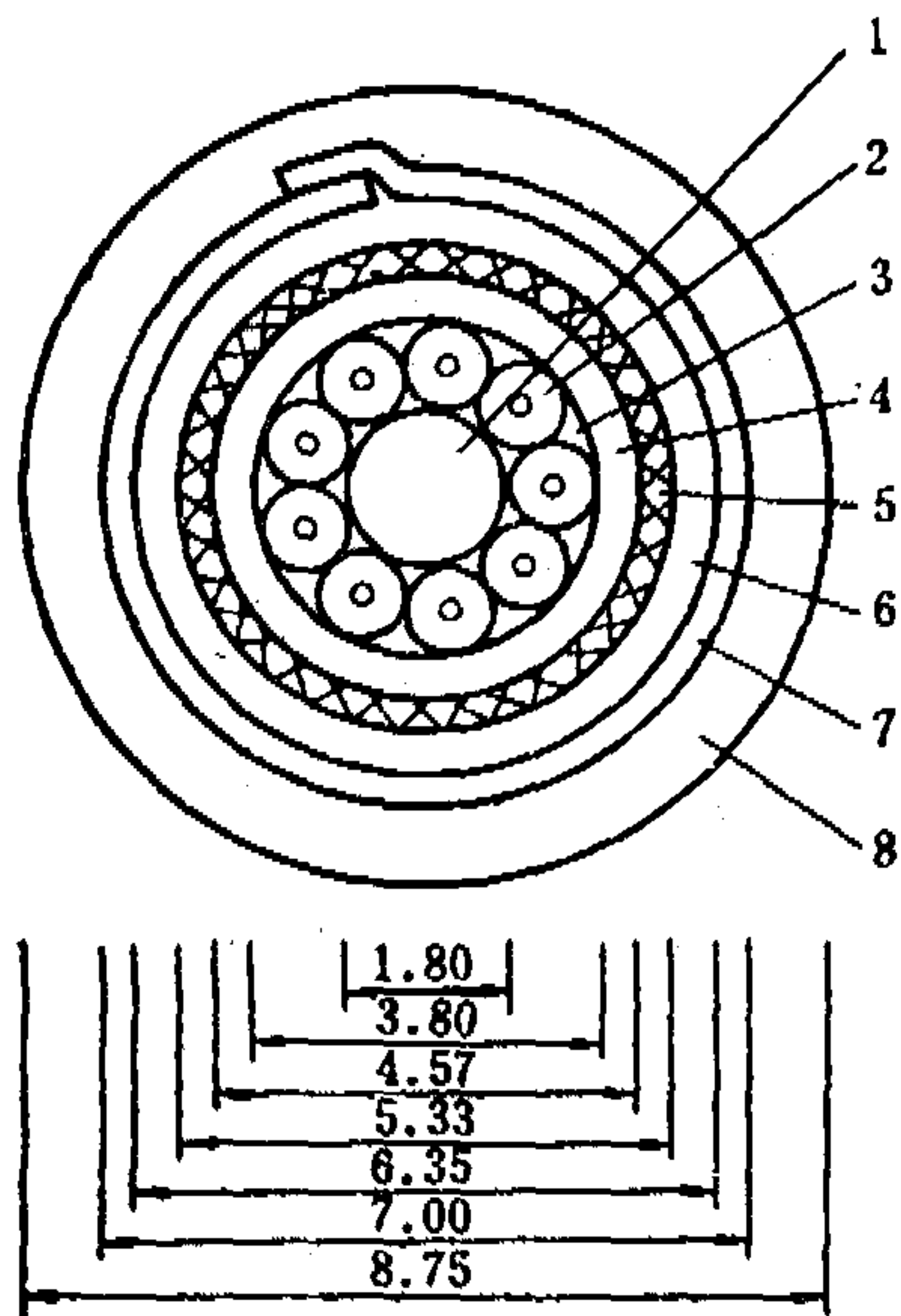


图1-5 九芯光缆结构及尺寸示意

1-芯杆(保证机械强度并避免光纤受过大拉力)，2-9根光纤(套管颜色不同，以利区分)，3-填充介质，4-聚氨酯护套，5-KELVAR强度件，6-聚氨酯护套，7-塑料/铝箔/塑料带，8-聚乙烯护套

包括下列基本问题：

- (1) 光场沿横截面的分布。
- (2) 光沿纵向传播的速度。
- (3) 信号沿光波导传播时的畸变。
- (4) 信号沿光波导传播时的衰减。
- (5) 光波导之间的能量耦合。
- (6) 光波导的激励。
- (7) 光场偏振态沿光波导的演化规律。

这些都是对给定光波导进行特性分析。在此基础上，我们还面临着综合问题：即如何设计光波导参数，使之满足给定的特性要求。这方面的一个典型例子是使光波导在给定的工作波长附近具有尽可能小的信号传输畸变。

关于光波导的制造工艺、强度特性、成缆技术等，均不在本书讨论范围之内。这丝毫不

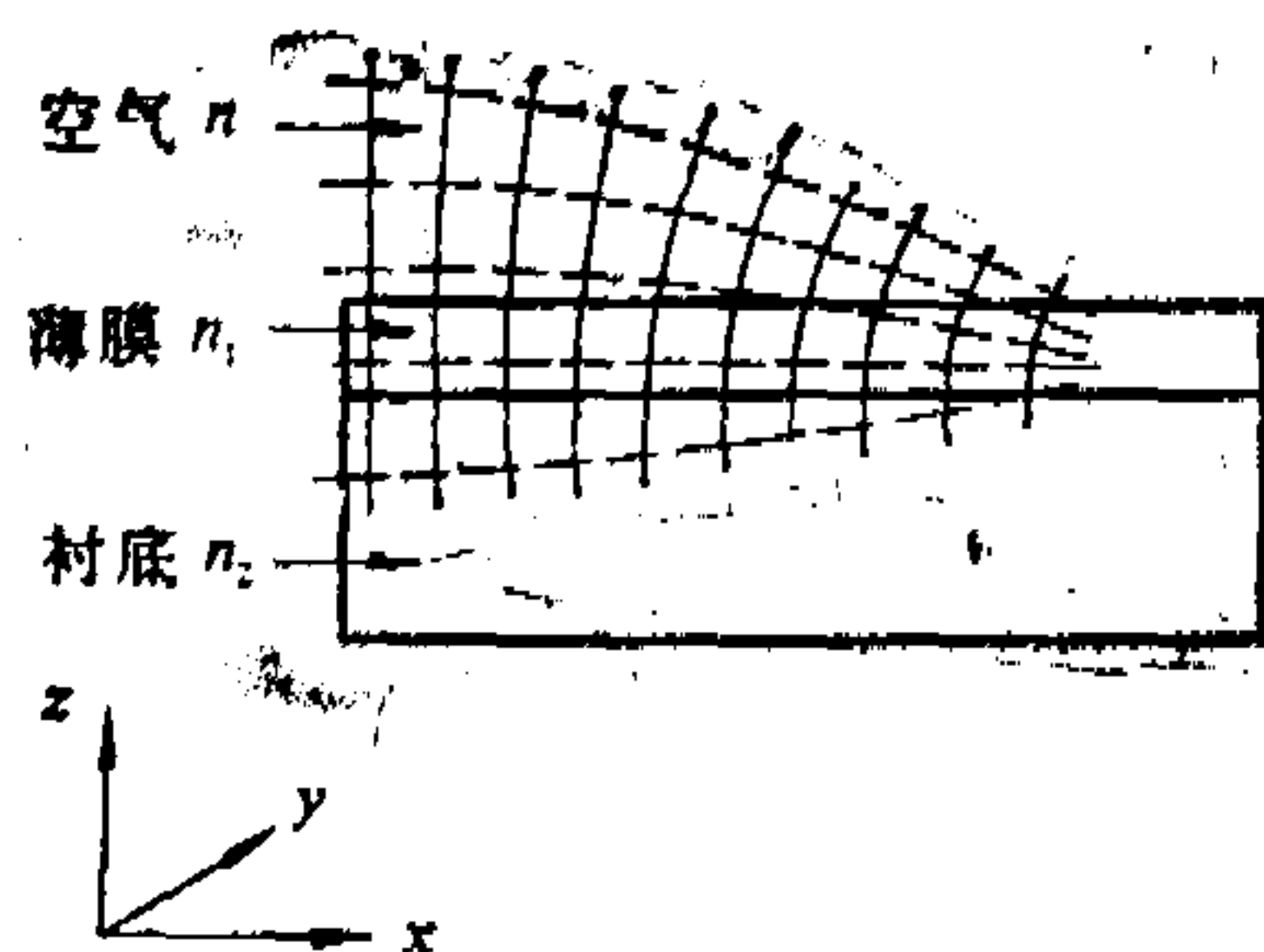


图1-4 折射率定则  
(实线-光波波前，虚线-能流线， $n_i$ -折射率)

(3) 最简单的光波导在横向上只有一维限制，称平面光波导或薄膜光波导。为了对光实现有效的导引，横向应有二维限制，对应于各种条形光波导和光纤。

(4) 光波导中的折射率横向分布，可以是阶跃型的(称阶跃光波导)，也可以是渐变型的(称渐变光波导)。本书中讨论的各种光波导，其折射率的差别一般都不大，在 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 量级。这一点对于简化分析十分有利 (§ 1-6)。

(5) 最大量使用的光波导是光纤。除“芯区”和“包层区”外，还有各种防护涂层和护套，用以保护表面，大大改善光纤的机械性能。最终使用前还要根据用户的要求“成缆”(图1-1-5)。

### 三、光波导理论的基本问题

象任何一种导波结构一样，研究光波导也



意味着它们是不重要的。由于篇幅所限，诸如模式噪声等专题亦请参阅其它专著。

#### 四、基本研究方法之一——几何光学方法

当光波波长  $\lambda$  远小于光波导的横向尺寸时，可以近似认为  $\lambda \rightarrow 0$ ，从而忽略表征光的波动性的衍射现象，获得发散角为零的光锥——光线。因此本方法亦称光线光学方法。光线可以表示光的传播方向和强度，但不能考虑波场的相位和振动方向(偏振态)。

为了确定光线在光波导中的传播路径，有程函方程和射线方程 (§ 1-2)。在图1-2-2及图1-2-3中分别画出了阶跃及渐变光波导中某一入射角(光线与光波导轴线夹角的余角)的约束光的传播路径。在阶跃光波导中，光线在“芯区”边界(折射率跃变界面)上发生全反射；在渐变光波导中，光线在距轴  $x_{tp}$  的A点(称为转折点)处与轴线平行，然后又折向波导轴。入射角相同的诸光线，其转折点的集合构成散焦面(这里是半径为  $x_{tp}$  的圆柱面)。在芯区边界上或散焦面上发生完全内反射，说明光线在横方向上受到了充分的约束。

几何光学方法的主要特点是：(1)光线的入射角只要能形成完全内反射，即可得到约束光，因而其入射角可以在一定范围内连续变化。(2)约束光在横向上完全限制在芯区或散焦面以内，其外的光场完全被忽略。这与  $\lambda \rightarrow 0$  的前提是一致的。

#### 五、基本研究方法之二——波动光学方法

严格说来，前述光波导的诸基本问题应该用电磁场方法求解。写出电磁场应满足的波动方程和横向边界条件，从而解出场的横向分布(本征函数)和纵向传播常数(本征值)。每组解对应于一个模式，因此本方法亦称为模式场方法。

这种方法的特点除了它的严格性以外，还在于：(1)模式场的纵向传播规律(本征值)与其横向分布规律(本征函数)完全对应。对于无横向辐射的导波模<sup>①</sup>，这意味着纵向传输与横向谐振完全对应，故其本征值只能在一定范围内取有限个分立值。本方法中的导波模与几何光学方法中的约束光相比，当波导中的导波模式数很多(通常有数十至数百个以上，称为多模光波导)时，各模式传播常数相差极小； $\lambda \rightarrow 0$  时导波模个数趋于无限多，本征值的分立谱趋于连续谱，说明后者是前者的零波长近似。换言之，在处理多模光波导时，两种方法所得结果相当一致。(2)即使对于没有横向辐射的导波模，在芯区或散焦面以外也存在电磁场。这与几何光学中约束光只存在于芯区或散焦面以内的结论不同。从物理上进一步考察，芯区或散焦面以内的电磁场分布必须满足横向谐振条件(完全内反射应使相位关系满足叠加条件)，故其沿横向变化必为振荡形(类似于某种驻波)；其外的电磁场分布由于受到无横向辐射及无穷远为零的限制，一定是某种类似于负指数型的衰减场(图1-1-6)。波长越短，其横向衰减率将越大；当  $\lambda \rightarrow 0$  时，芯区或散焦面以外的场可以忽略，再一次说明几何光学方法是波动光学方法的零波长近似。注意：由于某一确定的导波模式

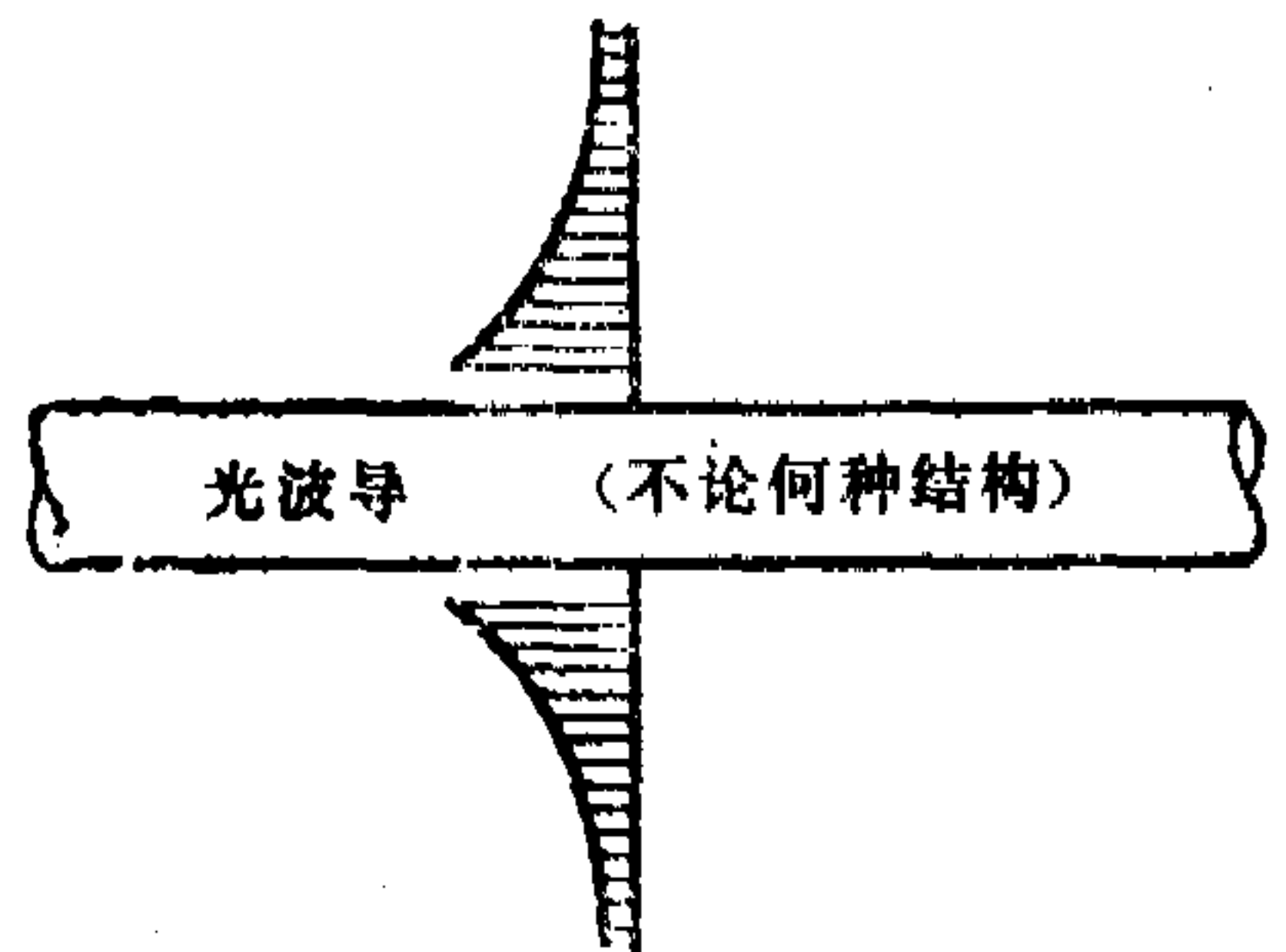


图1-1-6 包层区中的衰减场

① 亦称为“受导模”，“导模”，“导引模”等等。



的电磁场是一个统一整体，故在芯区(或散焦面)内、外的场具有相同的纵向传播规律。

上述两个特点对应于波动光学方法的两个独特领域，或应用几何光学方法的两个主要限制：(1)当光波导中只存在一个或少数几个导波模时，传播常数的分立特性表现得极为明显，用几何光学方法将导致极大误差。换言之，它不能用来处理单模光波导。这时必须用波动光学方法<sup>⊙</sup>。(2)由于几何光学方法完全忽略了约束光在芯区或散焦面以外的存在，因而不能用以直接处理诸如包层材料引起的损耗、光波导之间的能量耦合以及光纤中稳态分布的建立过程等各种与芯区或散焦面以外的电磁场有关的问题。这时必须应用波动光学方法，或(在多模光波导情况下)对几何光学方法加以修正。

电磁场处理方法虽然严格，但不幸的是除了很少几种折射率分布规律之外，波动方程常常不能得到严格的解析解。这时通常需用以下两类方法：(1)数值解 可以适用于各种实际的折射率分布。主要问题是在解的精度、方法的收敛性等方面不易做出确切的判断。某些方法(如非圆对称截面光波导中的有限元法)对于计算机的内存量及运算速度要求较高，不易满足。(2)近似解析解 最重要的近似是弱导近似，即认为折射率的总差别不大。差别的存在引起了完全内反射和光的受导传播，但由于差别不大，入射光必然基本上与轴线平行，场的轴向分量极弱，可近似看成TEM波。这使许多处理大为简化。在弱导前提下分析单模光波导时，还可以用已知解析解的波导去等效一个实际的光波导<sup>⊙</sup>，如高斯近似和等效阶跃光纤近似等(§6-4~§6-6)。

## 六、本地平面波方法

在均匀各向同性介质中，交变电磁场以平面波的形式存在，其波矢  $k$  的方向与能流方向一致。在非均匀介质中，波矢将向折射率高的区域弯曲，但在局部范围内仍可看成是平面波，称为本地平面波(或局部平面波)。

用本地平面波方法来研究光波导中光的传播，是认为光的传播方向由几何光学方法确定，而其相移(包括传播过程中的相位变化以及在反射处的相位突变)则由平面波的相位关系确定。

在此基础上，利用横向谐振概念就可以很容易地求出导波模的传播常数或本征值：波矢的横向分量在光线行进的一个横向空间周期内的积分值应为  $2\pi$  的整数倍。因此，波矢的纵向分量(本征值)必然是一系列的分立值。从这个意义上说，它在精度上比几何光学方法有所改进，在处理上又比波动光学方法简单。然而，由于它假定了可以由几何光学方法来决定光的传播方向，因而它的基本限制和几何光学方法是一致的：不能用来分析只存在一个或少数几个模式的光波导。

关于本地平面波方法的详细讨论见 §1-9。

## §1-2 几何光学方法

前已述及，在几何光学方法中不考虑光的波动效应，光的传播路径由光线表示。本节就

⊙ 应用几何光学方法的限制，在 §1-10 中有详细讨论。

⊙ 所谓等效，是指具有相同的纵向传播常数和传输特性。



是从光的射线方程出发，讨论一维及二维限制光波导中的各种光线分类以及约束光的各个射线传播参数。

几何光学方法的意义不仅在于这种方法的本身，而且它也是本地平面波近似方法的基础。关于这方面的进一步讨论见 § 1-9。

## 一、射线方程

在几何光学方法中，光以光线的形式存在，其轨迹（图1-2-1）由射线方程

$$\frac{d}{ds} \left\{ n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right\} = \nabla n(\mathbf{r}) \quad (1-2-1)$$

决定，其中  $s$  是沿光线轨迹的距离， $n(\mathbf{r})$  是折射率的空间分布， $\mathbf{r}$  是矢径，它可以由麦克斯韦场方程组在  $\lambda \rightarrow 0$  的近似下得到，也可以由费玛原理出发加以证明。我们还可以把  $n(\mathbf{r})$  看成是由许多等  $n$  的薄层组成，在每个界面上应用斯涅尔定律，当层的厚度趋于零时也可以得到式(1-2-1)。

由式(1-2-1)可知：(1) 当介质为均匀各向同性时， $\nabla n(\mathbf{r}) = 0$ ，有

$$n \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \text{const.} \quad (1-2-2)$$

说明光线（即  $\mathbf{r}$  的矢端轨迹）为直线。(2) 在非均匀介质空间，光线将发生弯曲，并指向折射率较高的区域，即折射率定则。现证明如下：

在式(1-2-1)中，考虑到（图1-2-1）： $\hat{\mathbf{s}} = d\mathbf{r}/ds$  为射线方向上的单位矢量，

$\hat{\mathbf{N}}/R = \frac{d\hat{\mathbf{s}}}{ds}$  为射线曲率矢量，其中  $R$  为所论点处射线的曲率半径， $\hat{\mathbf{N}}$  为所论点指向曲率中心的单位矢量，显然  $\hat{\mathbf{s}} \perp \hat{\mathbf{N}}$ 。故有

$$\nabla n(\mathbf{r}) - \frac{dn(\mathbf{r})}{ds} \hat{\mathbf{s}} = n(\mathbf{r}) \frac{\hat{\mathbf{N}}}{R}$$

将等式双方点乘以  $\hat{\mathbf{N}}$ ，即可得到 ( $\because \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{N}} = 0$ )

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n(\mathbf{r})} \nabla n(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{N}} \quad (1-2-3)$$

等式左方永为正，说明  $\nabla n(\mathbf{r})$  与  $\hat{\mathbf{N}}$  夹角小于  $90^\circ$ ，光线弯向  $\nabla n$  为正处。证毕。

以下举例说明各种典型光波导中光线的特性。

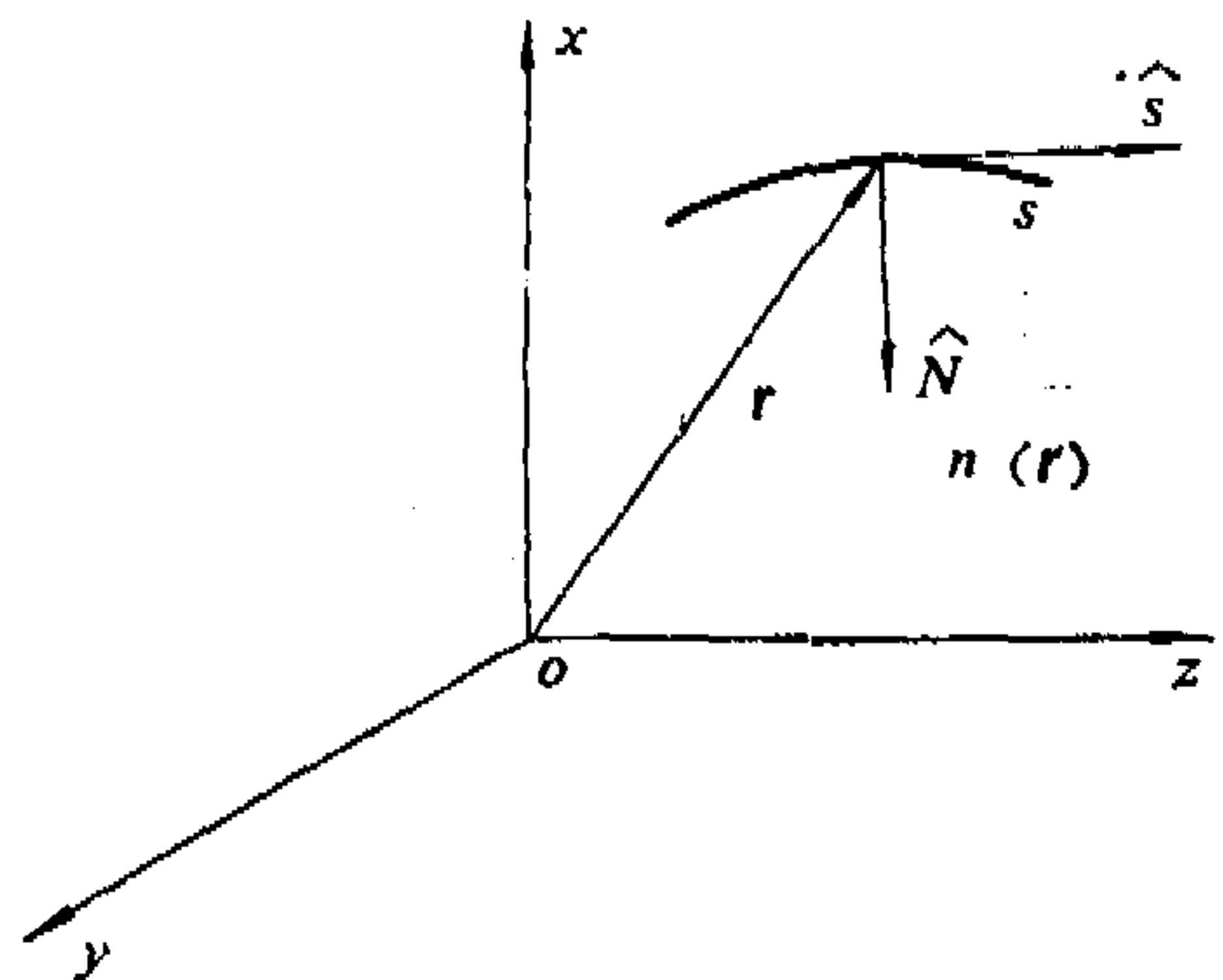


图1-2-1 光线轨迹



## 二、一维限制光波导中的光线

1. 阶跃折射率 由式 (1-2-2),  $n \frac{dr}{ds} = \text{const}$ , 这意味着

$$n \cos \theta_z = \text{常数} = \bar{\beta} \quad (1-2-4)$$

其中  $\theta_z$  是入射光线与界面 (或  $z$  轴) 的交角,  $\bar{\beta}$  称为射线不变量。式 (1-2-4) 就是著名的斯涅尔定律。显然存在一个临界角

$$\theta_{z,c} = \arccos(n_2/n_1) \quad (1-2-5)$$

当  $\theta_z < \theta_{z,c}$  时, 将发生完全内反射 (图1-2-2a), 形成约束光; 当  $\theta_z > \theta_{z,c}$  时只是部分反射, 尚有部分折射 (图1-2-2b)。

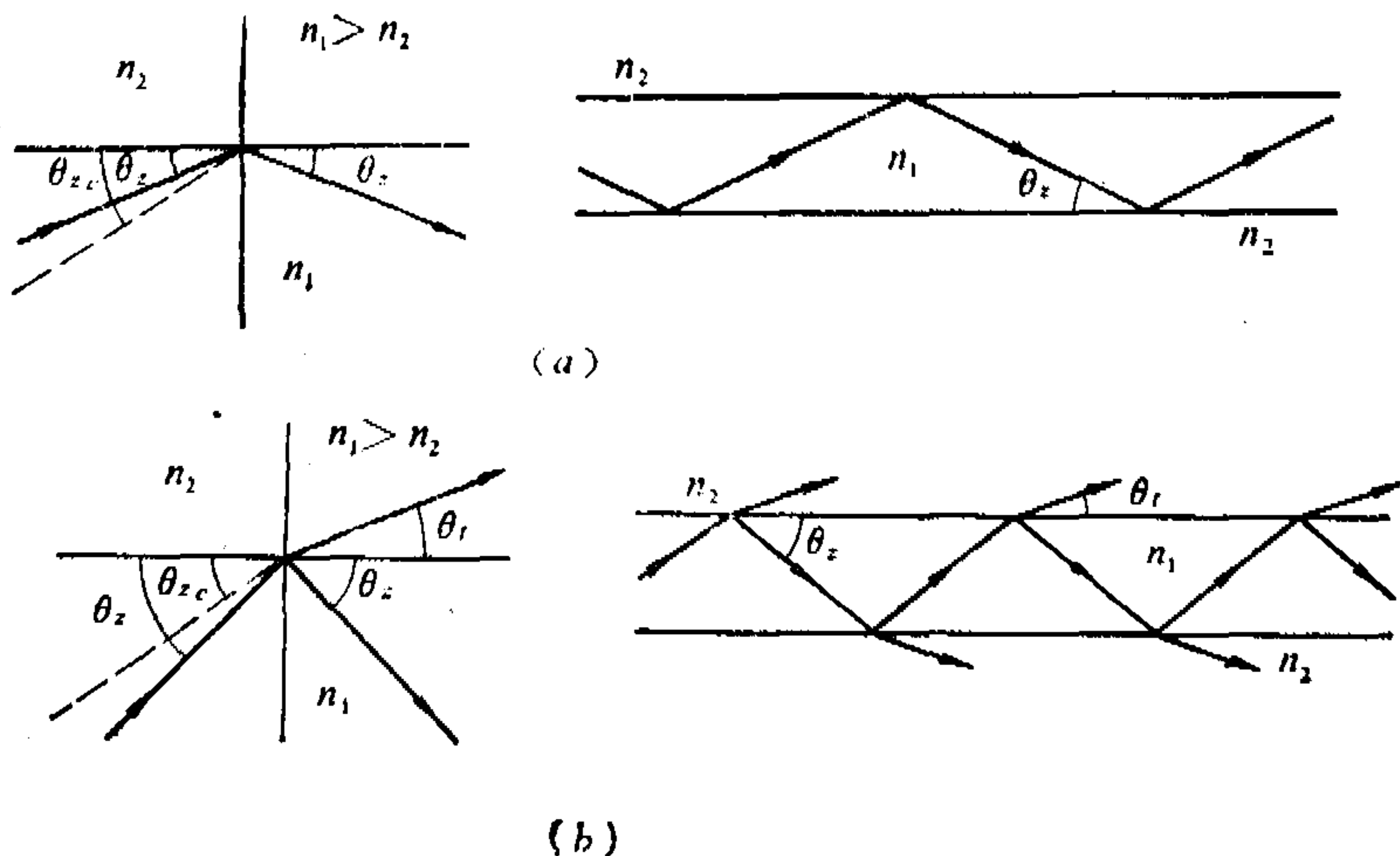


图1-2-2 一维限制阶跃光波导中的光线

(a)完全内反射, 对应于约束光; (b)部分内反射, 对应于折射光

换言之, 我们有:

约束光  $0 \leq \theta_z < \theta_{z,c} \quad \text{或} \quad n_2 < \bar{\beta} \leq n_1 \quad (1-2-6a)$

折射光  $\theta_{z,c} < \theta_z \leq \pi/2 \quad \text{或} \quad 0 \leq \bar{\beta} < n_2 \quad (1-2-6b)$

为了描述光波导的受光能力, 我们经常用数值孔径 (简称  $NA$ ) 这一参数。它定义为: 光由波导端面外 (折射率  $n_0$ ) 入射时, 约束光的最大入射半角  $\theta_m$  (在  $n_0$  中测量) 的正弦值。由图1-2-2可知

$$NA = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1-2-7)$$

2. 渐变折射率 假定折射率只与  $|x|$  有关, 且是  $|x|$  的单调降函数 (图1-2-3, 其中只画出  $x > 0$  的一半)。此时射线方程的  $z$  向分量仍满足

$$\frac{d}{ds} \left[ n(x) \frac{dz}{ds} \right] = 0$$

由于  $\frac{dz}{ds} = \cos \theta_z$ , 有

$$n(x) \cos \theta_z(x) = \text{const} = \bar{\beta} \quad (1-2-8)$$

由图(1-2-3a)可以看出: 可能存在一个转折点  $x_t$ , 在该处  $\theta_z = 0$ 。显然  $x_t$  由



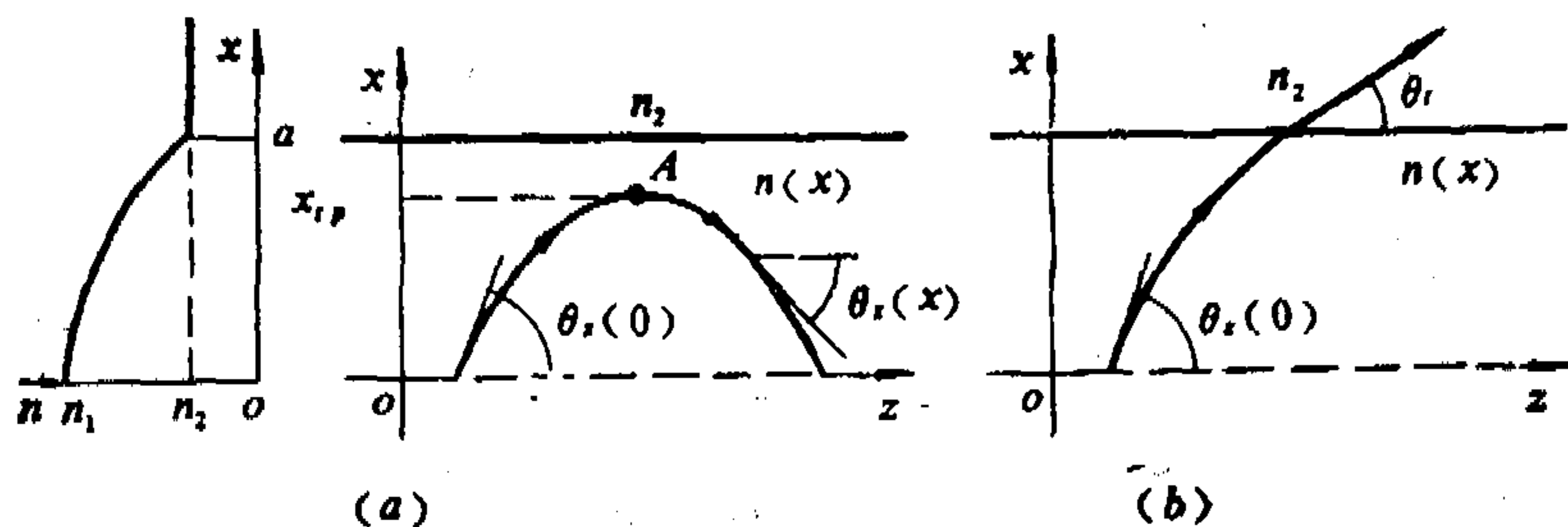


图1-2-3 一维限制渐变光波导中的光线

$$\begin{cases} n(x_{tp}) = n_0 \cos \theta_z(0) = n_1 \cos \theta_r(0) \\ 0 < x_{tp} < a \end{cases} \quad (1-2-9)$$

联合确定。各 $x_{tp}$ 的集合称为光线散焦面。当式(1-2-9)无解时<sup>⊖</sup>，说明在波导范围内不能形成光线的完全返回(图1-2-3b)。由此可以定义一个临界角

$$\theta_{zo}(0) = \arccos \left[ \frac{n(a)}{n(0)} \right] = \arccos \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (1-2-10)$$

以及约束光和折射光分别为:

$$\text{约束光} \quad 0 \leq \theta_z(0) < \theta_{zo}(0) \text{ 或 } n_2 < \bar{\beta} \leq n_1 \quad (1-2-11a)$$

$$\text{折射光} \quad \theta_{zo}(0) < \theta_z(0) \leq \pi/2 \text{ 或 } 0 \leq \bar{\beta} < n_2 \quad (1-2-11b)$$

图1-2-4中画出了约束光的路径示意。由式(1-2-8)和(1-2-9)得到

$$\bar{\beta} = n(x_{tp}) \quad (1-2-12)$$

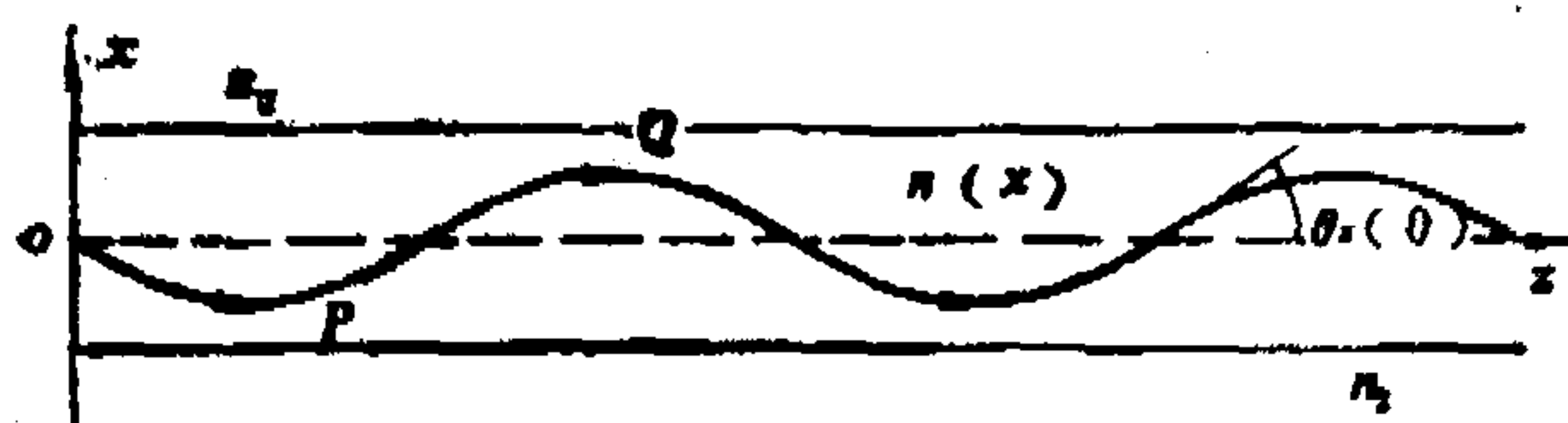


图1-2-4 一维限制对称渐变折射率光波导中的约束光

对于渐变折射率光波导，其数值孔径将是 $x$ 的函数：在式(1-2-7)中， $n_1$ 应改为 $n(x)$ 。对旋进光的数值孔径讨论见文献[1-3]。

### 三、二维限制光波导中的光线

与一维限制光波导中的光线不同，这里将出现子午光和旋进光两类光线，光线不变量也将从一个变为两个，分别说明子午面内的特性和旋进特性。为简便计，下面以圆截面光纤加以说明。

当光纤中的折射率为阶跃分布时，可以写出

$$n(r) = \begin{cases} n_1 & 0 \leq r < a \\ n_2 & a < r < \infty \end{cases} \quad (1-2-13)$$

⊖ 对应于 $x_{tp} > a$ 或 $n_0 \cos \theta_z(0) < n(a)$



与一维限制光波导有本质不同的是：光纤（以及任何二维限制光波导，参见图1-2-5）中的约束光包括：子午光——在二次反射之间必与轴相交；旋进光——在行进过程中，永不与轴相交。

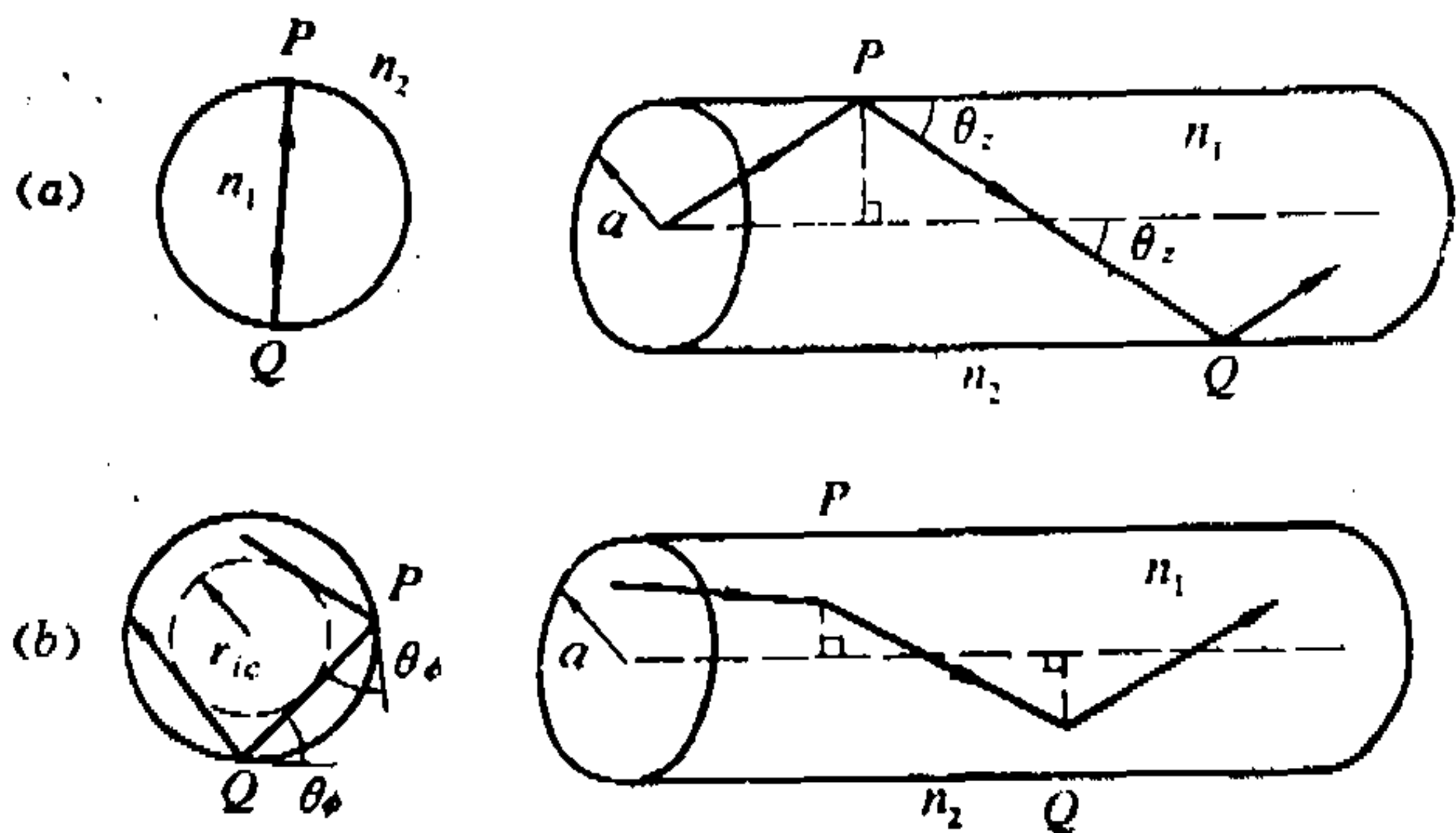


图1-2-5 阶跃折射率分布光纤中的(a)子午光和(b)旋进光

子午光与  $z$  轴共面，这和一维阶跃光波导中的情况完全相同。旋进光则沿螺旋状折线前进，其轨迹在横截面上的投影形成一个（不一定封闭的）多边形，它有一个内接圆，称为内散焦面，半径为  $r_{io}$ 。为了定出旋进光的方向，除  $\theta_z$  外尚需给出  $\theta_\phi$ （图1-2-6）。它们可以看成是光线在球坐标系中的方位角。图中的  $\theta$  就是入射光及反射光与法线的夹角。显然，

$$\cos\theta_i = \sin\theta_z \sin\theta_\phi \tag{1-2-14}$$

$$r_{io} = a \cos\theta_\phi \tag{1-2-15}$$

当  $\theta_\phi = \pi/2$  时， $r_{io} = 0$ ，旋进光化为子午光。

由于旋进光的存在，使光的约束性分类也变得与一维情况有了很大不同：除了有约束光和折射光之外，还将出现隧道光。现讨论如下（参见图1-2-6、图1-2-7）：

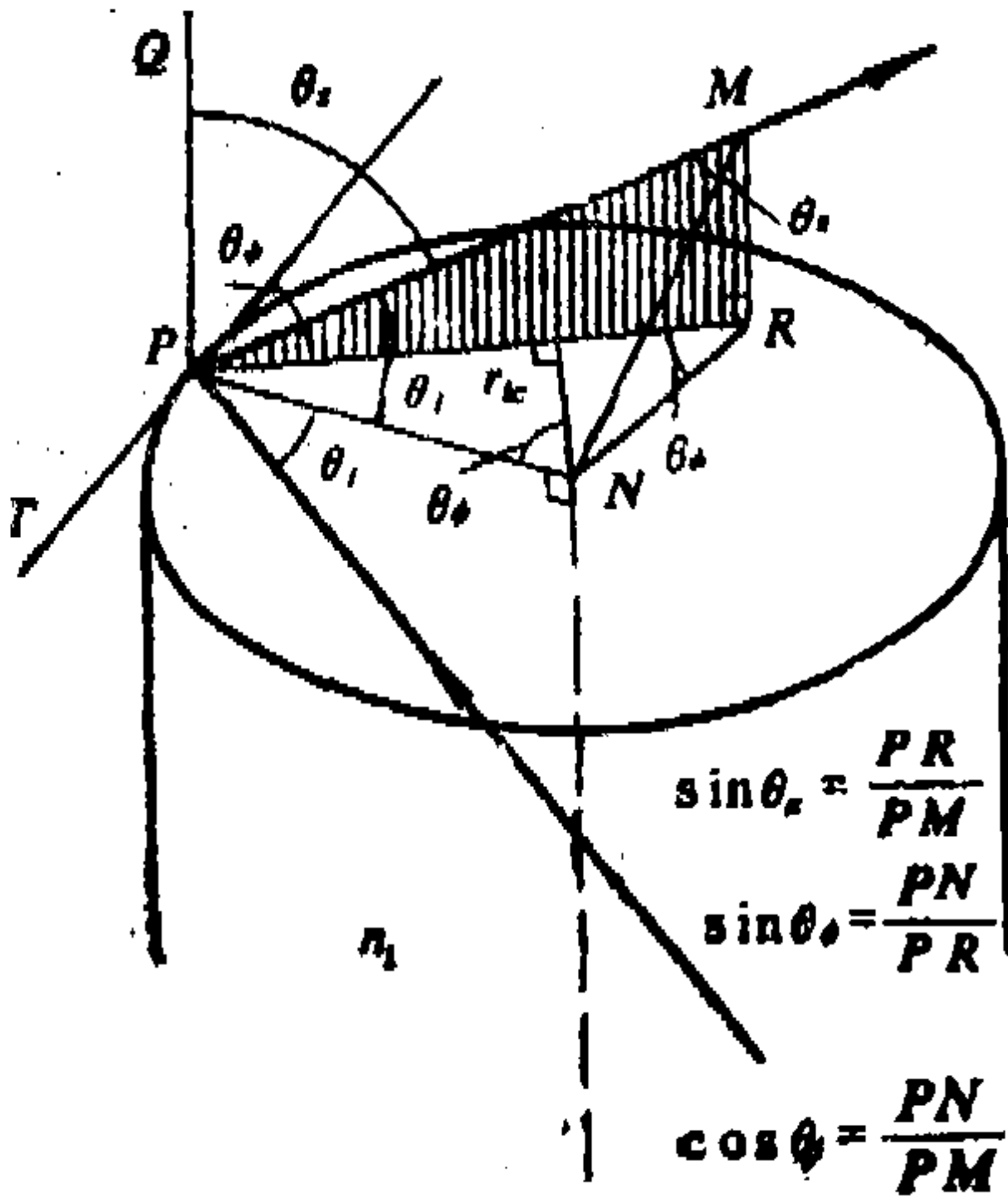


图1-2-6 阶跃光纤界面处的入射光与反射光

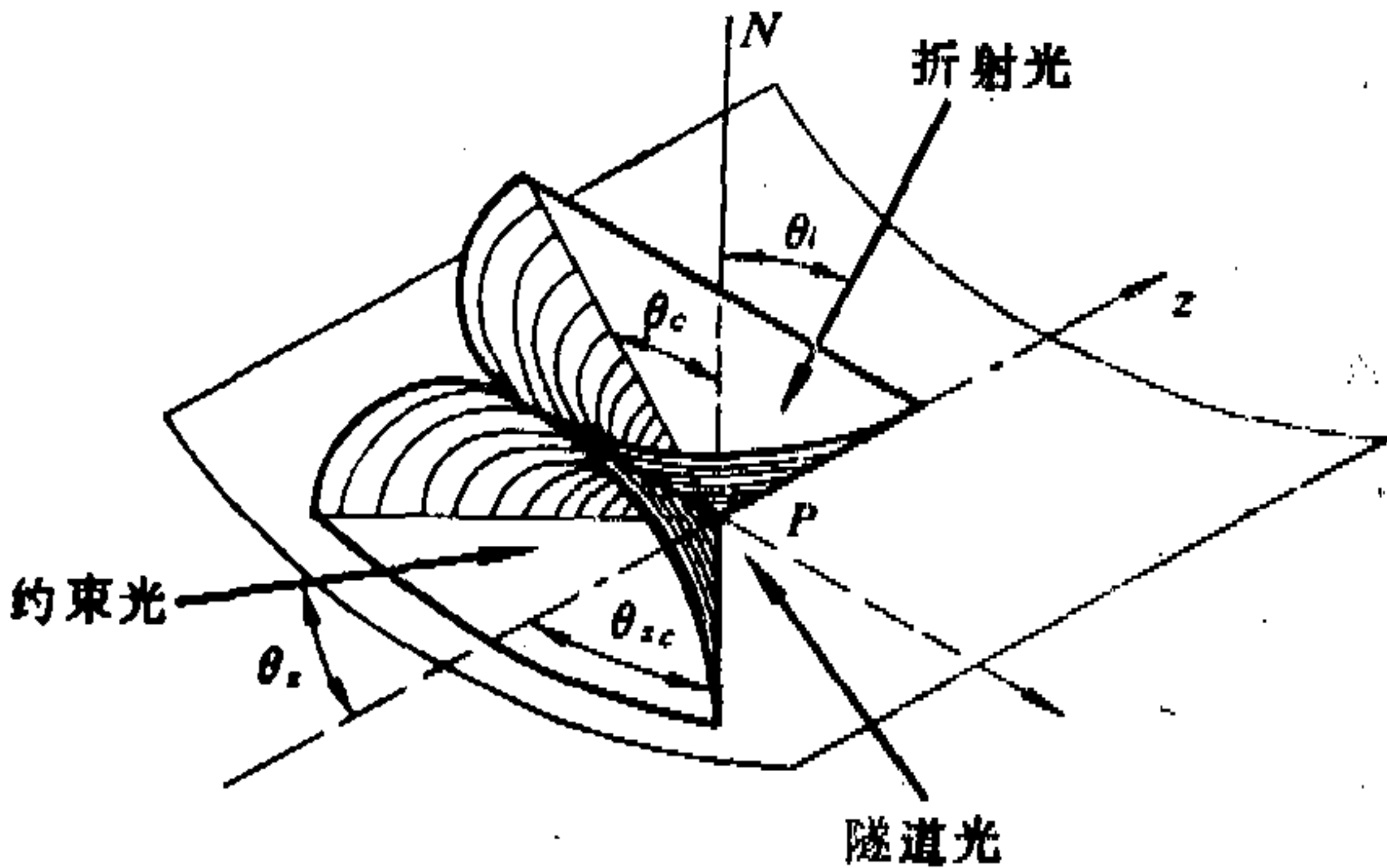


图1-2-7 阶跃折射率光纤中的光线分类

由斯涅尔定律，一定存在一个入射角  $\theta$  的临界值  $\theta_{,c}$ ，当  $\theta < \theta_{,c}$  时不能发生完全内反射，即

$$\sin\theta_{,c} = n_2/n_1 \tag{1-2-16}$$