译 丛 序 言

数学，这门古老而又常新的科学，正阔步迈向圆员世纪援

回顾即将过去的世纪，数学科学的巨大发展，比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位援数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透，并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献援同时，数学作为一种文化，已成为人类文明进步的标志援因此，对于当今社会每一个有文化的人士而言，不论他从事何种职业，都需要学习数学，了解数学和运用数学援现代社会对数学的这种需要，在未来的世纪中无疑将更加与日俱增援

另一方面，圆园世纪数学思想的深刻变革，已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路援面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法，门外汉往往只好望而却步援这样，提高数学的可接受度，就成为一种当务之急援尤其是当世纪转折之际，世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作，国际数学联盟（陨酝哉）还专门将圆园园园年定为“世界数学年”，其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解，特别是被普通公众所了解”援

一般说来，一个国家数学普及的程度与该国数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础援随着中国现代数学研究与教育的长足进步，数学普及工作在我国也受到重视援早在远园年代，华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读

物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今援改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力援但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距援我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务援为此,借鉴外国的先进经验是必不可少的援

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量援丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的援所选著述,基本上都是在国外已广为流传、受到公众好评的佳作援它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系;……等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多采援

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围,为此丛书中适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益援即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的援现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系援

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气,有关选题逐年减少,品种数量不断下降援在这样的情况下,上海教育出版社以迎接圆园园园世界数学年为契机,按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措援参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类

通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作，同样也是值得肯定与提倡的援

像这样集中地翻译、引进数学科普读物，在国内还不多见援我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作，使《通俗数学名著译丛》出版成功援

让我们举手迎接 圆园园圆 世界数学年，让公众了解、喜爱数学，让数学走进千家万户！

《通俗数学名著译丛》编委会

员怨怨苑年 愿月

译 者 前 言

当代数学是一个结构复杂、领域众多、宏伟壮丽的科学大厦援绝大多数数学家只能在其中一个领域甚至一个领域的某一分支毕生耕耘，能涉猎几个领域的数学家为数很少援这样他们就难于透彻地掌握当代数学的全貌及其来龙去脉援这或许可以部分地解释为什么几乎没有向广大受过教育的公众介绍当代数学的优秀通俗著作援只有在现代数学的多个领域做过深入研究、有过开创性贡献，并且通晓数学的历史发展，具有深邃洞察力和广博学识的数学家，才能写出这样的论著援现在我们有幸有了这样的书，就是让·迪厄多内写的《当代数学：为了人类心智的荣耀》援

迪厄多内于员怨园远年苑月员日生于法国里尔·在里尔和巴黎上了中学后，于员怨圆源年同时为综合工科学校和高等师范学校录取援他选择了当时处于巅峰状态的高等师范学校，在那里结识了许多日后成为大数学家的人物援员怨圆苑年至员怨圆愿年间，他得到洛克菲勒基金的资助，游学柏林和苏黎世援员怨猿员年在孕·蒙泰尔指导下完成博士论文援员怨猿源年，他与粤·韦伊，悦·谢瓦莱，允·德沙特，匀·嘉当等建立著名的布尔巴基小组援布尔巴基是对圆园世纪的数学进展具有广泛深远影响的学派，它的成员都是视野广阔，知识渊博，见解深刻，能够洞察数学理论的演变和本质，对基础数学的统一性具有坚定的信念，热衷于对基础数学给出尽可能完美的阐述和诠释援粤·韦伊和匀·嘉当都得过沃尔夫数学奖，粤·韦伊还被美国数学家孕·砸·哈尔莫斯赞为‘当代最伟大的数学家

（注意，不是‘最伟大的数学家之一’——引用者）的候选人”援员怨猿怨年，布尔巴基学派开始出版多卷巨著《数学原理》，已出 源园多卷援

迪厄多内曾先后在法国、美国、巴西的多所大学任教援他发表过近 圆园园篇研究论文援迪厄多内在本书中把当代数学划分为圆员个领域（第五章异缘粤），而据译者粗略分析统计，其中他本人有过独创性研究的领域，竟达到 员圆个，占到一半以上！迪厄多内具有超人的效率，写有关于线性代数和初等几何、微积分、典型群的几何学、代数几何学、形式群理论、经典群的自同构等多本专著（其中《典型群的几何学》有万哲先的中译本）援特别应当指出，从 员怨远园年至 员怨愿圆年，出版了他写的 怨卷本《数学分析原理》，这是关于现代分析的系统辉煌论述，有英文、德文、俄文译本，其中第一卷有郭瑞芝、苏维宜的中译本，第二卷有拙译的中译本（《现代分析基础》），科学出版社，第一卷，员怨愿圆，第二卷，员怨愿远援还有，在布尔巴基前 猿园卷著作中，他写的篇幅超过其他几个人写的总和援

迪厄多内对数学史有浓厚的兴趣和深刻的研究援他著有关于泛函分析史、代数几何学史、代数拓扑学和微分拓扑学史以及关于现代数学概观（布尔巴基的看法）的论著，主编了《员苑园园—员怨园园年数学史纲要》援此外，布尔巴基关于数学发展的历史注记，大都出自他的手笔援

迪厄多内于 员怨远愿年当选为巴黎科学院院士，员怨苑员年被授予荣誉勋位勋章援他殁于 员怨怨圆年 员员月 圆怨日援逝世次日，巴黎科学院终身秘书 孕热尔曼写道，允迪厄多内是‘我们时代数学的巨人，更确切地说，他熔铸于当代数学中，他就是当代数学’援《世界报》于 员怨怨圆年 员圆月 圆日发表的文章中称他为‘当代数学的象征’，允原孕皮埃认为他是‘当代数学最杰出的人物之一’，是‘在数学中具有百科全书式才智的数学家’援

从上面的简述中不难看出，迪厄多内一直在现代数学主流

中搏击，对其发展和全貌有着完整深刻的了解。以他的水平和功力写一本关于当代数学的通俗论著，一定会不同凡响。果如其然，本书出版后，很快就出现了多种文字的译本。据译者所知，1988至1990两年内，就出现了日文、西班牙文、葡萄牙文、意大利文和英文译本。迪厄多内的著作通常都有几种外文译本，但本书外文译本语种之多，在其著作中首屈一指。

本书是为广大受过教育而又对科学尤其是数学感到兴趣的公众写的，因此作者限于从代数、数论和集合论中撷取例证。作者在书中着重阐明数学在现代其实经历了真正的变革。如果说19世纪以前数学的特征之一是具有高度的抽象性，那么现代数学则更加抽象，它研究的是数学结构，其主要特征是研究对象之间的关系而不是这些对象本身的具体性质，因此它更加得不到外在的、可以感知的‘形象’来显现或支撑。但是，这种变革又是必然的、自然的。为攻克经典时代遗留下来的数学问题或其他科学部门要求数学解决的问题，数学家们必须创造成为当代数学发展主流的对象和方法。

为了阐明作者力图解释的重点内容，迪厄多内首先简短而又生动有趣地谈论了数学的概念，数学家和数学界的特点以及数学问题的性质。接着作者从论述经典数学的对象、方法和几种不同类型的问题开始，勾勒当代新的数学对象和方法是怎样产生的，它们具有什么样的基本特征，以及当代数学总的面貌如何。最后作者还讨论了数学基础问题。

作者把需要较多数学知识（理工科大学一二年级水平）的内容写进各章的附录中，因此，为理解本书主要章节，具有高中数学水平也已足够。当然，由于数学总究是一门推理严谨的科学，因此需要读者在阅读大部分章节时集中精力，勤于思考。

译者以为，本书对专业数学工作者和广大数学教师也极有教益。译者就从翻译本书中获益匪浅。当然，限于译者水平，译文中舛错恐或难免，尚祈读者不吝指正。

“傅里叶先生认为，数学的主要目的是服务人类、解释自然现象；但像他这样的哲学家应当知道，科学的唯一目的是为了人类心智的荣耀，因此，一个关于数的问题与一个关于宇宙体系的问题具有同样的意义援”

——悦郧允雅可比

员愿猿园年苑月圆日致勒让德的信，

见其[illegible]全集），

第员卷，柏林（[illegible]），[illegible]

献给

奥代特和弗朗索瓦

目　　录

附录

导　言

本书是特地为这样一些读者写的:他们由于各种原因对科学感兴趣,但不是职业数学家援经验表明,情况大致总是这样:虽然这些人喜爱阅读和听取关于自然科学的讲解,并且感到从这些讲解中获得了知识,开阔了眼界,但他们发现关于当代数学的文章都是用无法理解的行话写就,而且讨论的概念过于抽象,使人趣味索然援

本书的目的是试图解释这种对数学缺乏理解的现象的原因,或许还想打破这种隔阂援由于总得认定人们必须具有一些最低程度的数学知识,否则就不可能一起讨论数学,所以我得假定本书读者已经学过相当于科学业士学位[1]水平所要求的课程援我以各章附录的形式插进一些增补内容,这是为多少学过一点科学课程(至少达到大学二年级结束时的水平)的读者准备的;但为理解正文,没有必要去读这些附录的任何部分,因此略去各章附录不会有什么损害援所必须的只是要做一点努力,在领会一连串推理(其中互相连结的每一步本身是完全初等的)过程中能集中注意,专心致志援

---

[1] 法国的业士学位考试即中学毕业会考,对中学毕业生(通常为员愿岁)进行,以决定他们能否进入大学援就中国情形而言,学过相当于大学理工科一年级高等数学课程的读者只要认真思考,即能读完本书:对数学有兴趣的高中毕业生也能读懂本书一大部分援——译注

我打算揭示的是,这种‘最低水平’的本性,正是人们理解当代数学过程中经历的困难的根源援中学里所教的数学,没有什么东西是 员怨园园 年以后发现的[1]援对于自然科学中除物理学以外的所有分支中认为必须具备的数学知识,情形并无很大差别援即使在物理学家中,我相信除研究量子理论或相对论的人之外,那些从事实验工作的人几乎不会用到比麦克斯韦在 员愿苑园 年时所知道的更多的数学知识援

[怨 人人都知道,自从 员怨 世纪初以来,自然科学以异乎寻常的方式不断发展援受过教育的公众所以能跟上这种令人头晕目眩的进展,当然要落后几步,但还不至于迷失道路,是得益于保留了新思想实质的巧妙简化援数学恰恰也以同样的方式前进,但除数学家外,很少有人意识到这个事实援其原因在于,一方面,如前所说,大部分科学即使今天仍然很少需要超过‘经典’数学[2]范围的任何东西;另一方面,在数学的演进中发生了真正的突变,与‘经典’数学对象——数和‘形’——相当不同的新的‘数学对象’创造了出来援与‘经典对象’相比,这些对象具有严格得多的抽象性(它们在任何方面都得不到看得见的‘形象’的支持),这就吓退了从这些对象身上看不到任何用途的人援

我愿意使对于数学有好感的读者相信,这种抽象决不是来自数学家的反常意愿,似乎他们想通过使用深奥莫测的语言来把自己与科学界隔开援数学家的任务是求出‘经典’时代传下来的或直接来自物理学中新发现的问题的解援他们发现这有可能办到,但只能通过创造新的对象和新的方法,而这些对象和方法的抽象特征对于它们的成功是必不可少的援

因此,我试图表明,员怨园园 至 员怨缘园 年间的数学家是被经典对

① 但不是 员怨园园 年以前发现的一切都已在中学里得到讲授,远非如此!

② 我用‘经典数学’来指 员怨园园 年前所知道的全部数学结果援

象和关系的本质特性逼着(常常那时并不认识到这一点)去锻造新的‘抽象’工具,使得他们及其当代继承者能够解决过去看来是不可攻克的问题援当代数学家能富于想象力地使用这些工具并扩展它们的范围,但与有些时候所想的相反,他们并没有创造这些工具援

我认为,对过去数学的主要特征没有某些最低程度的了解,就不可能理解当代数学援本书最初两章概述数学和数学家在当今世界中的地位,以及数学与其他科学的联系援接着的第三章则是对于从欧几里得到高斯的经典数学的简略概观援这一章的重点放在古希腊人的伟大独创思想上,就是以一种不可磨灭的方式赋予数学对象以‘思维对象’的特征援第四章给出一些例子,它们是从经典数学中出现的成千上万个问题中挑选出来的,这些问题在灵怨世纪引起过重大研究援 [灵园

第五章是我所作论证的核心部分援我们还是通过几个读者能够理解的例子来揭示,在灵怨世纪中,怎样从分析上世纪遗留下来的各种问题逐渐导致发现这些问题的真正性质,从而铺平了部分或全部解决它们的道路援但为此必须付出放弃经典数学对象所具有的半‘具体’特征这样的代价:应当了解,关于这些对象,本质的东西不是它们表面上具有的个别特性,而是它们之间的关系援常有这样的情形,对于外表非常不同的对象,这些关系却相同,因此必须以扬弃外表的方式来表述这些关系;例如,如果我们想规定一种关系,它既可定义于数之间,也可定义于函数之间,那么它只能通过引进这样的对象才能办到:它既不是数,也不是函数,但又可以使之特定化为数或函数,或其他类型的数学对象援正是这些最终得到研究的‘抽象’对象被称为数学结构,在第五章中我们会描述一些最简单的结构援

在灵怨世纪,数学家们试图找到一条道路,它可以完全精确地表述定义和定理,使任何不确定性无容身之地;在最后的第六章中,我们要讲述这样做的过程中出现的困难援为此,一旦欧几