

策划编辑	胡凯飞
责任编辑	董洪光
封面设计	李卫青
责任绘图	宗小梅
版式设计	史新薇
责任校对	康晓燕
责任印制	

内容提要

本书是教育部研究生工作办公室推荐的研究生教学用书,主要论述加速器及其他电子和离子光学系统理论与技术研究的基本原理和基本方法.全书共十五章,其中第一章至第四章讨论带电粒子在束流光学系统中聚焦和传输的基本原理,第五章至第九章讨论加速器中常用到的各种光学元件的离子光学性质,第十章讨论多极场透镜的像差问题,第十一章讨论束流脉冲化系统的工作原理和设计方法,第十二章和第十三章讨论强流束的引出和传输问题,第十四章对束流光学系统最优化设计方法做了简要介绍;第十五章简要介绍当今国际上流行的束流传输计算程序 TRANS-PORT.

本书可作为加速器和相关专业的研究生和高年级本科生的教学用书,也可供有关科研和技术人员参考.

图书在版编目 (CIP) 数据

带电粒子束光学/吕建钦编. —北京:高等教育出版社,2004.2
ISBN 7-04-012965-5

I. 带... II. 吕... III. 带电粒子光学—研究生—教材 IV. 0463

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 067156 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷			
开 本	787×960 1/16	版 次	年 月第 1 版
印 张	22.5	印 次	年 月第 次印刷
字 数	380 000	定 价	30.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换.

版权所有 侵权必究

前 言

带电粒子束光学是研究带电粒子束在电磁场中聚焦与传输规律的一门学科。任何一门学科的发展都不是孤立的,而是伴随其他学科的发展并且根据实际科学发展的需要而发展起来的。同样,束流光学也不例外,它是随着原子核物理学、加速器物理学以及粒子束的应用等学科发展的需要,并且建立在其他许多学科(例如理论力学、电动力学、统计力学及电子和离子光学等)理论与实验基础之上发展起来的。应当注意的是,束流光学与电子和离子光学既有密切的联系,又有许多根本的不同。束流光学是研究大量粒子的整体(即束流)在相空间中的运动规律。因此,它利用统计力学中相空间的概念,将束团看作大量粒子在相空间中形成的相体积或相面积,研究这些相图在束流输运系统中的变化规律。但是束流光学的产生与发展与电子和离子光学是分不开的,它仍然保留了电子和离子光学中的一些概念和处理方法。这两门学科既有区别,又有联系并互相促进与渗透,成为带电粒子光学中两个重要的分支。

束流光学直接研究的对象是各种电子束与离子束装置,例如各种粒子加速器、离子注入机、电磁同位素分离器和谱仪等装置。这些装置都可以看作束流输运系统,并且可以用束流光学的方法进行设计与研究。20世纪50年代和60年代初,加速器技术开始有了较大的发展,随之开展了大量的加速器粒子动力学方面的研究,相空间的概念和矩阵计算方法开始被应用于束流光学系统的设计。以 E. D. Courant 和 H. S. Snyder 的文章为代表,集中反映了这个时期束流光学的发展内容。接着,有关束流光学理论方面的论著相继出版发行,初步形成了一个比较完整的理论体系。之后,美国 Stanford 大学的 K. L. Brown 等人建立了束流的一阶和二阶传输矩阵理论。随着加速器不断深入发展的需要,又出现了三级近似理论。李代数方法在束流输运系统中的应用使得像差理论的研究更加深入。在强流电子束和离子束装置中,人们对空间电荷效应的研究也做了大量的工作。

值得一提的是,随着计算机科学和数值计算科学的迅速发展,为适应束流光学系统设计的需要,各种加速器计算机软件不断出现,而且为了推广这些软件,许多专业会议、期刊、书籍和加速器物理讲座,都在不断地对这

些软件加以介绍. 这些软件的出现, 使得束流光学理论与束流光学系统的实际设计之间的距离大大缩短, 并使得许多非常复杂的束流光学系统的设计变得可行, 并趋于精确化、合理化. 因此, 束流光学软件是束流光学理论迈向实践的桥梁, 也促进了束流光学理论与实验的发展.

本书将致力于讨论束流光学的一般原理, 束流传输系统及各种光学器件的工作原理和设计方法. 由于作者的学识有限, 错误和不足之处在所难免, 希望各位读者提出宝贵意见.

作者

2003 年 1 月

目 录

第一章 电磁透镜中的场	1
1.1 Maxwell 方程组	1
1.2 轴对称静电场	3
1.3 轴对称静磁场	5
1.4 磁多极场	6
1.4.1 曲线坐标系中静磁标势的 Laplace 方程	6
1.4.2 静磁场的幂级数展开	7
1.4.3 静磁场的二级近似	8
1.4.4 纯多极场分量	10
1.5 解析法求解静电场	12
1.5.1 等径双圆筒电极的电势分布	12
1.5.2 等径三圆筒电极的电势分布	14
1.5.3 圆孔膜片电极的电势分布	16
1.5.4 多膜片电极系统的电势分布	21
1.6 强流束的空间电荷场	22
1.6.1 连续束流的空间电荷场	22
1.6.2 椭球束的空间电荷场	30
参考文献	33
第二章 粒子在电磁场中的运动	34
2.1 能量守恒定律	34
2.2 直角坐标系中的运动方程	35
2.3 圆柱坐标系中的运动方程	38
2.3.1 轴对称电磁场中的轨迹方程	38
2.3.2 轴对称静电场中的轨迹方程	39
2.3.3 轴对称静磁场中的轨迹方程	40
2.4 粒子在具有中央对称平面的磁场中的运动	40
2.5 Lagrange 与 Hamilton 动力学方程	44
2.5.1 Hamilton 原理与 Lagrange 方程	44
2.5.2 带电粒子在电磁场中运动的广义势与 Lagrange 函数	45
2.5.3 Hamilton 正则方程	47
2.5.4 以坐标为独立变量的 Hamilton 方程	48
参考文献	50
第三章 束流相空间基础	52

3.1	相空间	52
3.2	Liouville 定理及其推论	53
3.3	六维相空间	55
3.4	束流的发射度与亮度	57
3.4.1	发射度	57
3.4.2	亮度	59
3.4.3	接受相图	61
3.4.4	束流匹配	62
	参考文献	63
第四章	束流传输理论	64
4.1	透镜的聚焦特性	64
4.1.1	简单光学元件的矩阵表示	64
4.1.2	透镜的光学特性	65
4.1.3	透镜的成像特性	69
4.2	束流相椭圆	70
4.3	自由漂浮空间中的束包络	71
4.4	Liouville 不变量	73
4.5	腰-腰传输	74
4.6	束流 σ 矩阵	77
4.7	束腰与最小束斑的关系	81
4.8	束流传输特性	85
4.8.1	成腰与 P-F 问题之间的关系	85
4.8.2	成腰与 F-F 问题之间的关系	87
4.8.3	再论腰-腰传输	88
4.9	束流包络线方程	89
4.10	六维相椭圆	91
	参考文献	92
第五章	轴对称静电透镜	94
5.1	静电透镜的类型	94
5.2	静电透镜的成像	95
5.2.1	傍轴轨迹成像的性质	95
5.2.2	Lagrange-Helmholtz 关系	98
5.2.3	静电透镜的基点参数	99
5.3	静电透镜传输矩阵的计算	102
5.3.1	计算方法 I —— 薄透镜近似法	102
5.3.2	计算方法 II —— 特殊轨迹法	105
5.3.3	计算方法 III —— 折线近似法	105
5.4	静电加速管光学	108

5.4.1	横向传输矩阵	108
5.4.2	接受相图	111
5.4.3	纵向传输矩阵	112
5.5	静电透镜的纵向传输矩阵	114
5.6	静电透镜中的束流包络线方程	114
	参考文献	115
第六章	轴对称磁透镜	117
6.1	轴对称磁场中的傍轴轨迹方程	117
6.2	螺线管透镜	120
6.3	短磁透镜	122
第七章	束流的偏转与分析	126
7.1	二极磁铁	126
7.1.1	传输矩阵	126
7.1.2	动量弥散效应	127
7.1.3	边缘场聚焦	130
7.1.4	均匀场偏转磁铁	133
7.1.5	开关磁铁	142
7.1.6	磁分析器	145
7.1.7	延伸边缘场效应	149
7.1.8	消色差及其应用	157
7.1.9	均匀场磁铁的纵向传输矩阵	162
7.2	静电分析器	164
7.3	正交电磁场分析器	169
	参考文献	171
第八章	四极透镜	173
8.1	单个四极透镜	173
8.1.1	磁四极透镜中的场与力	173
8.1.2	传输矩阵	174
8.1.3	光学特性	176
8.1.4	薄透镜近似及等效表示	177
8.2	四极透镜对	178
8.2.1	一般性质	178
8.2.2	反对称四极透镜对	179
8.2.3	薄透镜近似	180
8.2.4	四极透镜对的实际应用	181
8.3	三单元四极透镜	185
8.4	四极透镜的接受相图	187
8.4.1	聚焦平面	187

8.4.2	散焦平面	188
8.5	静电四极透镜	188
8.6	四极透镜的设计	191
8.6.1	磁路计算	191
8.6.2	极面形状的选择	192
8.6.3	四极透镜的等效长度	192
	参考文献	193
第九章	周期性聚焦系统	194
9.1	周期性结构	194
9.2	Hill 方程	194
9.3	本征值	197
9.4	束流向量	198
9.5	周期性结构中的束流传输—— π 变换	200
9.6	稳定区域	201
	附录 周期性结构传输矩阵的推导	204
	参考文献	206
第十章	多极场透镜的像差	207
10.1	轨迹的描述与 Taylor 展开系数	207
10.2	曲线坐标系到直角坐标系的转换	211
10.3	多极场的一级和二级矩阵公式	215
10.3.1	二级传输矩阵	215
10.3.2	纯二极场的矩阵元 (均匀场)	217
10.3.3	纯四极场的矩阵元	218
10.3.4	纯六极场的矩阵元	219
10.4	曲线斜入射磁场边界的传输矩阵——二级近似	220
10.5	纵向二级像差	223
10.5.1	纵向分离长度	223
10.5.2	自由漂浮空间的纵向像差	225
10.5.3	均匀场二极磁铁的纵向像差	226
10.5.4	纯四极场的纵向像差	228
10.5.5	边缘场的纵向像差	229
10.6	二级像差的修正	230
10.6.1	多极场强度	231
10.6.2	像差修正	233
10.6.3	引入多极场的途径	233
10.7	高分辨率谱仪的设计	236
10.7.1	像平面的倾角	236
10.7.2	谱仪设计实例	238

参考文献	240
第十一章 连续束流的切割与聚束	242
11.1 扫描切割器	242
11.1.1 切割器的工作原理	242
11.1.2 切割器的脉冲宽度与束流利用率	245
11.1.3 扫描切割对横向束流品质的影响	247
11.2 聚束器	248
11.2.1 一维聚束理论——单能粒子的聚束	248
11.2.2 二维相空间聚束理论	255
11.2.3 谐波聚束器	262
11.2.4 散束器 (Debuncher)	267
参考文献	268
第十二章 强流束光学	269
12.1 强流束下光学元件的传输矩阵	269
12.1.1 轴对称静电场中的强流束	269
12.1.2 四极透镜中的强流束	273
12.1.3 偏转磁铁中的强流束	276
12.2 利用差分矩阵计算束流传输的逼近方法	283
12.2.1 束包络迭代逐点近似法	283
12.2.2 流强逐次逼近法	284
12.3 粒子在相空间中的分布	285
12.3.1 均方根值与相椭圆	285
12.3.2 粒子的分布类型	290
12.4 强流束包络线方程	296
12.4.1 $K-V$ 包络线方程	296
12.4.2 均方根包络线方程与均方根发射度	297
12.4.3 轴对称静电透镜中的包络线方程	299
参考文献	300
第十三章 束流引出光学	301
13.1 带电粒子束产生的 $3/2$ 次方定律	301
13.1.1 空间电荷流的一般性质	301
13.1.2 平面二极管公式	303
13.1.3 柱面二极管公式	305
13.1.4 同心球面二极管公式	308
13.2 带电粒子束引出系统	311
13.2.1 Pierce 电极系统的基本原理	312
13.2.2 带形束的 Pierce 电极系统	312
13.2.3 柱形束的 Pierce 电极系统	315

13.2.4	吸极孔处的束发散	316
13.3	空间电荷所引起的束发散	318
13.3.1	轴对称束的发散	318
13.3.2	带形束的发散	320
	参考文献	322
第十四章	束流光学系统的最优化设计	323
14.1	最优化方法的基本概念	323
14.2	一维寻优问题	325
14.2.1	区间消去法	325
14.2.2	函数逼近法	330
14.3	多维寻优方法	333
14.3.1	使用导数的寻优方法	333
14.3.2	直接寻优方法	342
	参考文献	348
第十五章	TRANSPORT 程序简介	349
	参考文献	349

第一章 电磁透镜中的场

从某种意义上讲,束流光学是电动力学最好的应用领域之一.束流光学系统是由各种具有聚、散焦作用的电磁透镜和漂浮空间组成.这些部件统称为光学元件,或简称元件.如前言中所述,束流光学是研究带电粒子束在电磁场中聚焦与传输规律的科学,因此 Maxwell 方程组和 Lorentz 方程是我们进行研究的基本出发点.

1.1 Maxwell 方程组

在真空中 Maxwell 方程组的微分形式为

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot E = \rho/\epsilon_0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_0 j \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.4)$$

式中 E 为电场强度, B 为磁感应强度, ρ 为空间电荷密度, j 是自由空间中电流的密度, μ_0 和 ϵ_0 分别是自由空间中的磁导率和电容率.本书中各物理量均采用国际单位制单位.

在束流光学中,我们所研究的电磁场多是静态的,因此 Maxwell 方程组可以化为较简单的形式:

$$\nabla \times E = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot E = \rho/\epsilon_0 \quad (1.6)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 j \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.8)$$

根据式 (1.4), 我们可以引入一个矢量位 A , 使满足

$$B = \nabla \times A \quad (1.9)$$

于是式 (1.1) 就可以写成

$$\nabla \times \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.10)$$

由于 $\nabla \times \nabla \phi = 0$ (ϕ 为任意标量函数), 式 (1.10) 中旋度为零的量可以写

成某个标量函数的梯度. 令这个标量函数为电势 ϕ , 则有

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla \phi$$

或

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.11)$$

由 Maxwell 方程组可以导出电流的连续性方程. 对式 (1.3) 两边求散度, 得

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{E}) + \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{j}$$

因为 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$, 则有

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$$

再利用式 (1.2) 得

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.12)$$

这就是电流的连续性方程. 在直角坐标系 (x, y, z) 中, 上式中第一项可以写为

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \quad (1.13)$$

但是电流密度 $\mathbf{j}$ 又可以表示成

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v} \quad (1.14)$$

其中 $\mathbf{v}$ 为运动电荷的速度. 我们假定, 空间电荷密度 ρ 只是位置和时间的函数, 即

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

因此式 (1.13) 可以写成

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \dot{z}$$

代入式 (1.12) 得

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \dot{z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.15)$$

即

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (1.16)$$

上式表明, 带电粒子在运动中, 其空间电荷密度是守恒的.

对于静态电磁场, 式 (1.11) 化为

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi$$

代入式 (1.6) 得

$$\nabla^2 \phi = -\rho/\epsilon_0 \quad (1.17)$$

这就是静电场的 Poisson 方程. 当空间电荷不存在, 即 $\rho=0$ 时, 它就变成 Laplace 方程:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1.18)$$

对于静磁场, 将式 (1.9) 代入式 (1.7) 得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{j} \quad (1.19)$$

由于 $\nabla \times (\nabla \Psi) \equiv 0$, 所以若将一任意标量函数 Ψ 的梯度加在 $\mathbf{A}$ 上时, 即令

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} + \nabla \Psi$$

式 (1.9) 仍然满足

$$\nabla \times \mathbf{A}_1 = \nabla \times \mathbf{A}$$

为了唯一地确定 $\mathbf{A}$, 可以对 $\mathbf{A}$ 加一个补充条件:

$$\nabla \times \mathbf{A} = 0 \quad (1.20)$$

此条件称为 Coulomb 条件. 再利用矢量恒等式:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

式 (1.19) 可以写成

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j} \quad (1.21)$$

上式即为矢量 $\mathbf{A}$ 的 Poisson 方程. 若 $\mathbf{j}=0$, 上式就化为 $\mathbf{A}$ 的 Laplace 方程:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (1.22)$$

在束流传输系统中, 束流的聚焦和传输特性是由系统中的电场和磁场决定的. 因此, 束流光学的首要任务是确定各光学元件中电场和磁场的分布.

1.2 轴对称静电场

对于低能 (能量 $w_0 < 1$ MeV) 的带电粒子束, 常常采用具有轴对称性的电场和磁场作为束流传输元件. 首先讨论轴对称静电场.

在圆柱坐标系 (r, θ, z) 中, 若忽略空间电荷的影响, 电势 ϕ 只是 r 和 z 的函数, 而与 θ 无关. 因此, ϕ 满足 Laplace 方程:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.23)$$

由于场的轴对称性, 可将电势 $\phi(r, z)$ 在 z 轴附近展开成 r 的偶次幂级数:

$$\phi(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k r^{2k}, k=0, 1, 2, \dots \quad (1.24)$$

对 z 求二次导数得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k''(z) r^{2k} \quad (1.25a)$$

对 r 求导数得

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \sum_{k=0}^{\infty} 2k a_k(z) r^{2k-1} \quad (1.25b)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = \sum_{k=0}^{\infty} 2k(2k-1) a_k(z) r^{2k-2} \quad (1.25c)$$

将式 (1.25a) ~ 式 (1.25c) 代入式 (1.24), 并令同次幂项的系数为零, 可以得到关于系数 $a_k(z)$ 的递推公式:

$$a_k(z) = (-1) \frac{1}{(2k)^2} a_{k-1}''(z), k=1, 2, \dots \quad (1.26)$$

在以上各式中, “'”号表示对 z 求导数. 在轴上 ($r=0$) 的电势分布为

$$\phi(0, z) = a_0(z) = V(z) \quad (1.27)$$

可以看出, 如果知道轴上的电势分布 $V(z)$, 就可以利用递推公式 (1.26) 求出任一个系数 a_k . 其普遍表达式为

$$a_k(z) = (-1)^k \frac{1}{2^{2k} (k!)^2} V^{(2k)}(z), k=0, 1, 2, \dots \quad (1.28)$$

代入式 (1.24) 得

$$\phi(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k!)^2} V^{(2k)}(z) \left(\frac{r}{2}\right)^{2k} \quad (1.29)$$

在本书中, 只讨论静电透镜的一级光学特性, 所以在式 (1.29) 中只取前两项就够了. 结果为

$$\phi(r, z) = V(z) - \frac{1}{4} V''(z) r^2 + \dots \quad (1.30)$$

根据式 (1.30), 可以写出电场的各分量:

$$\begin{aligned} E_r(r, z) &= -\frac{\partial \phi}{\partial r} \approx -\frac{1}{2} V''(z) r - \dots \\ E_z(r, z) &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} \approx -V'(z) + \frac{1}{4} V'''(z) r^2 - \dots \\ E_\theta(r, z) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (1.31)$$

这就是轴对称静电场的基本表达式.

1.3 轴对称静磁场

根据 1.1 节中的讨论,因为磁场的散度为零,故 B 可以用一个矢量位 A 表示. 由于磁场的轴对称性,矢量位 A 只是 r 和 z 的函数,而与 θ 无关,则有

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = 0 \quad (1.32)$$

一般,轴对称磁场是由通电流的螺线管产生的,其矢量位只有沿 θ 方向的分量,即

$$A_r = A_z = 0, A_\theta = A(r, z) \quad (1.33)$$

根据 $B = \nabla \times A$, 得

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial (rA)}{\partial z}, B_\theta = 0, B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \quad (1.34)$$

另外,在不考虑空间中电流分布时,磁场是无旋的,即 $\nabla \times B = 0$, 由此可得

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0$$

将式 (1.34) 代入上式得

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0 \quad (1.35)$$

由于磁场具有轴对称性, B_z 为 r 的偶函数, 所以 A 应为 r 的奇函数, 故 A 的幂级数展开式可以写成

$$A(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k+1}(z) r^{2k+1}, k=0, 1, 2, \dots \quad (1.36)$$

与静电场的推导过程类似, 可以导出矢量位 A 的幂级数表达式

$$A(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{2k+1} B^{(2k)}(z) \quad (1.37)$$

其中 $B(z) = B(0, z)$ 为轴上的磁感应强度分布. 利用式 (1.34), 可得到 B 的各个分量:

$$B_r(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{(k+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{2k+1} B^{(2k+1)}(z) \\ B_\theta(r, z) = 0 \quad (1.38)$$

$$B_z(r, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{2k} B^{(2k)}(z)$$

在研究轴对称静磁透镜的光学特性时, 我们将忽略像差的影响, 故可

只取级数的第一项. 这样, 式 (1.3) 和式 (1.38) 可以写成

$$\begin{aligned} A(r, z) &= \frac{1}{2} B(z) r \\ B_r &= -\frac{1}{2} B'(z) r \\ B_\theta &= 0 \\ B_z &= B(z) \end{aligned} \quad (1.39)$$

从式 (1.39) 可以看出, 在近轴区域中, $B_r \ll B_z$, 所以磁感应线近似地与 z 轴平行. 另外, 在近轴区域中, B_r 正比于 r , B_z 与 r 无关.

1.4 磁多极场

1.4.1 曲线坐标系中静磁标势的 Laplace 方程

在加速器、束流输运系统或精密谱仪器中, 经常要用到二极磁铁、四极磁铁和六极磁铁等, 我们把它们统称为多极磁铁或多极场元件. 它们有一个共同的特点, 这就是它们的磁场都具有一个中央对称平面 (如图 1.1 中 x 平面), 而且参考粒子的轨迹位于这个中央平面内. 为了研究多极场的特性, 首先建立正交曲线坐标系. 一般取中央对称平面为水平平面. 建立运动坐标系, 使坐标原点永远位于中心轨道上, 并且随着参考粒子运动. 一般粒子在磁场中的运动轨迹为一条曲线, 设参考粒子在运动中的瞬时位置为 A , 此点所对应的曲率中心为 C . 连接点 C 和点 A , 在线段 CA 的延长线上远离曲率中心的方向定为 x 轴, A 为坐标原点. 过点 A 而与中央平面垂直的直线为 y 轴, 向上的方向为其正方向. 参考轨迹本身取为

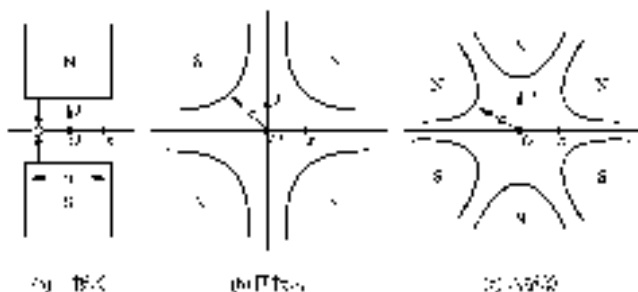


图 1.1 具有中央对称平面的磁多极场

τ 轴,这是一条曲线坐标,其正方向为粒子运动的方向.这样就构成了 (x, y, τ) 正交曲线坐标系,见图 1.2.

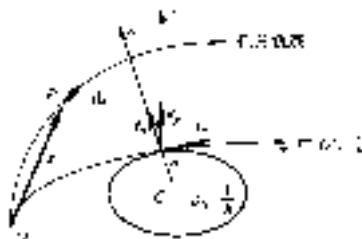


图 1.2 正交曲线坐标系

在正交曲线坐标系 (x, y, τ) 中, Laplace 算符的普遍表达式为

$$\nabla^2 \phi_m = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{H_i^2} \frac{\partial \phi_m}{\partial \xi_i} \right) \quad (1.40)$$

ϕ_m 为磁标势函数,在我们所定义的曲线坐标系中, $H_1 = 1, H_2 = 1, H_3 = 1 + hx, h = 1/\rho_0, \rho_0$ 为参考粒子轨道的曲率半径,而且 $\xi_1 = x, \xi_2 = y, \xi_3 = \tau$, 所以有

$$\nabla^2 \phi_m = \frac{1}{1 + hx} \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + hx) \frac{\partial \phi_m}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} + \frac{1}{1 + hx} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{1 + hx} \frac{\partial \phi_m}{\partial \tau} \right) \quad (1.41)$$

1.4.2 静磁场的幂级数展开

当不计自由电流密度 j 的影响时,式 (1.7) 化为 $\nabla \times B = 0$, 即磁场是无旋的. 故可以把静磁场用一个磁标势函数 $\phi_m(x, y, \tau)$ 表示:

$$B = \nabla \phi_m \quad (1.42)$$

再利用式 (1.4), ϕ_m 满足 Laplace 方程:

$$\nabla^2 \phi_m = 0 \quad (1.43)$$

对于我们所讨论的磁多极元件,磁场具有中央平面对称性, B_y 是 y 的偶函数, ϕ_m 应当是 y 的奇函数,即

$$\phi_m(x, -y, \tau) = -\phi_m(x, y, \tau) \quad (1.44)$$

此条件可以用磁场各分量的形式表示:

$$\begin{aligned} B_x(x, -y, \tau) &= -B_x(x, y, \tau) \\ B_y(x, -y, \tau) &= B_y(x, y, \tau) \end{aligned} \quad (1.45)$$

此为试读, 需要完整PDF请访问 www.ertongbook.com