一　运动叠加原理和相对运动

在力学部分，运动叠加原理是作为一个重点内容加以讲授的，并且通常以抛体运动为例，来说明这个原理的正确性及其应用。但是，在学完这个原理后，许多同学对类似这样的问题，如：“一辆汽车以速度 v 做匀速直线运动，半径为 R 的车轮边缘上一点 A，在某一时刻与地面接触，问车轮滚过 $1/4$ 周时，A 点的切向加速度和法向加速度各是多少？”不是不会做，就是做错了。他们不知道如何下手，这说明他们没有掌握运动叠加原理。

经过分析，我们发现，学生在中学通过学习物理，他们对抛体运动很熟悉，处理抛体运动时，把它分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀加速直线运动，已经习以为常，根本没有意识到这是根据运动叠加原理才可以这样分解或合成。所以以抛体运动为例讲解运动叠加原理，起不到深入理解该原理的作用。那么如何才能加深对叠加原理的理解呢？

其实，有一个很好的内容，那就是相对运动，因为相对运动本身就是运动叠加原理的应用。但许多书在处理相对运动时，都是另起炉灶，从不同参照系描写运动出发，讲述相对运动，没有与运动叠加原理挂勾。这样，就使得相对运动的内容显得较难，学生接受有困难，讲完了，他们也不十分明白。

现在我们看看，如果将相对运动与运动叠加原理联系起

需要全本请访问 www.ertongbook.com

来，情况将是怎样？为此，先讨论这两者之间的关系。

比如，一个人在一辆匀速前进的火车上，竖直上抛一个小球，以地面为参照系，小球的运动是怎样的呢？这显然是一个相对运动问题：小球相对火车做竖直上抛运动、而火车相对地面做匀速直线运动，所以小球相对地面做斜抛运动。但这个问题也可用运动叠加原理解决：小球参与了两个运动，水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀加速直线运动，结果也是一个斜抛运动（见图 1-1）.

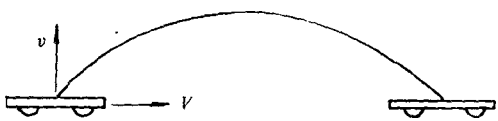


图 1-1 抛体运动的形成

再如，前面提到的车轮上一点 A 的运动，按照相对运动的观点，是 A 点相对轮心做匀速圆周运动，而轮心相对地面做匀速直线运动，A 点相对地面运动的轨迹是普通摆线。也可以看成是匀速率圆周运动和水平方向的匀速直线运动的叠加，其结果也是一普通摆线（见图 1-2）.

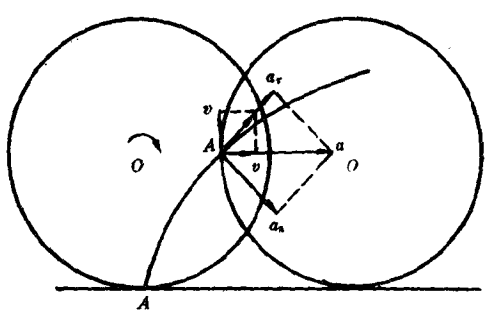


图 1-2 摆线运动的形成

现在我们用运动叠加原理求解上述问题，从图 1-2 可以看到，车轮转过 1/4 周时，A 点的速度与水平方向的夹角为 45°。由于水平方向是匀速运动，所以匀速率圆周运动的向心加速度 v^2/R 就是它的总加速度，这时它的方向为水平向右，故 A 点的切向加速度和法向加速度分别为

$$a_\tau = \frac{v^2}{R}\cos 45^\circ$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}\sin 45^\circ$$

我们看到，从不同参照系看来是相对运动的问题，以同一参照系看来，就是运动叠加问题。而且从上面的例子看到，直接用叠加原理解决相对运动问题更直观、更简便。实际上，从不同参照系得到的相对运动的所有结论，都是应用运动叠加原理的结果。

下面我们把上述结论，在较普遍的情况下，用公式表示出来。

如果 A 物体对 B 物体的位移、速度、加速度，分别用 $s_{A\to B}$，$v_{A\to B}$，$a_{A\to B}$ 表示，而 B 物体对 C 物体的位移、速度、加速度用 $s_{B\to C}$，$v_{B\to C}$，$a_{B\to C}$ 表示。那么 A 物体相对 C 物体的位移、速度、加速度按照运动叠加原理，就是 A 对 B 的运动与 B 对 C 的运动的叠加，即

$$s_{A\to C} = s_{A\to B} + s_{B\to C}$$

$$v_{A\to C} = v_{A\to B} + v_{B\to C}$$

$$a_{A\to C} = a_{A\to B} + a_{B\to C}$$

或者，更简单明确地用矢量图表示（见图 1-3）。

综上所述，用运动叠加原理去理解相对运动，不但可以加深对运动叠加原理的理解，而且也可使表面上看起来比较

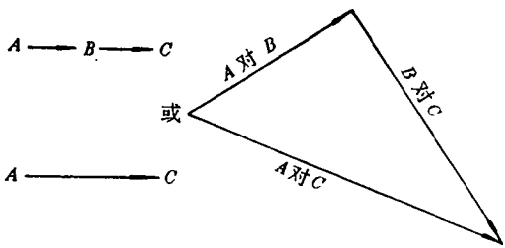


图 1-3 相对运动和运动叠加的关系

难懂的相对运动，变得比较容易接受。

二　为什么不用引入 $d^3\boldsymbol{r}/dt^3$

在运动学中，用位移描写物体位置的变化。物体位置变化有快有慢，因此引入速度的概念，它是位移对时间的变化率——$d\boldsymbol{r}/dt$，用以描写物体运动的快慢和方向。物体速度一般也随时间变化，因此又引入加速度的概念，它是速度对时间的变化率——$d\boldsymbol{v}/dt$（或 $d^2\boldsymbol{r}/dt^2$），用以描写物体速度变化的快慢和方向的变化。在引入速度和加速度这两个物理量以后，运动学就到此停止了，没有续续引入加速度对时间的变化率或位移对时间更高阶的微商。初学者自然要问，为什么不再引入与加速度随时间的变化率相当的物理量呢？或者更一般的问题：为什么不引入位移对时间的更高阶微商呢？是加速度不随时间变化吗？当然不是。在一般情况下，加速度还真的随时间变化，在日常生活和自然界中，加速度是常量的运动还是少数的，例如简谐振动，其位移对时间的任意阶微商都不等于零，引入位移对时间的高阶微商，在数学上也完全没有困难。那么为什么不那样做呢？实际上，在运动学的范围内，上述问题是得不到很好解释的，这个问题只有在动力学中才能彻底解决。

物体机械运动的基本规律是牛顿三定律，而牛顿三定律中最主要的、最基本的是牛顿第二定律。牛顿第二定律告诉我们，物体产生加速度的原因是它受到其他物体的作用力，作用在物体上的合外力等于物体质量和加速度的乘积，即

需要全本请访问 www.ertongbook.com

$$\sum \boldsymbol{f} = m\boldsymbol{a} = m\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

这个定律找到了作用在物体上的外力与物体加速度之间的关系。有了它，原则上，物体的机械运动就全部解决了，因此，只需要位移对时间的二阶微商就够了，不需要引入位移对时间的更高阶微商。

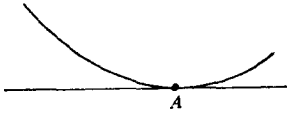
本来，这早已是人们深信不疑的真理了，然而由于生活、生产，以至自然界的某些现象，比如，人们的舒适感常常和加速度是否变化有关，加速度变化过大，会引起难受的感觉；洗衣服用恒力是不行的，必须用变化的力，多次揉搓才能洗干净；筛沙子也一样，需要振动，也就是说需要变化的力；再如，不管什么材料，反复扭折比施加恒力更容易断裂……，使人们产生了某些疑问。于是有人提出需要引入位移对时间的三阶微商——$\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t^3$，并且给它起名为“急动度”（英文名称为 jerk），还把力对时间的变化率 $\mathrm{d}F/\mathrm{d}t$ 当成一个基本物理量，并且声称这是“牛顿力学留下的小小空白”，要对惯性和相互作用等概念重新理解，还要引进对时间的三阶微分方程来描写机械运动等等。因此，这就不仅仅是引入一两个新物理量的问题，而似乎是整个经典力学的基础发生了动摇，这种动摇远比相对论的出现还要严重，相对论只是否定经典力学在高速领域内的适用性，而这个“急动度”却要改变描写机械运动的基本方程，不但如此，它还预示着整个物理学的危机，因为到目前为止，物理学，包括近代物理学的许多被人们公认的基本运动方程，如麦克斯威方程、薛定谔方程、狄拉克方程、克莱茵-高登方程等，都是不超过对时间的二阶微分方程。既然描写机械运动的经典运动方程是对时间的三阶微分方程，那么其他那些方程当然有必要重

新考虑了。

事情果然这么严重吗？否！

首先，描写机械运动的牛顿运动方程是对时间的二阶微分方程，因此只要两个初始条件——初始速度和初始位置，就可以唯一地确定物体的机械运动状态，如果必须引入急动度这一概念，那么运动方程就将是时间的三阶微分方程。我们知道,这时必须有 3 个初始条件，才能唯一确定一个运动，那么除了上述两个初始条件外，还必须知道物体的初始加速度。实际上到目前为止，不论对于恒力还是变力，作用力变化快还是变化慢，我们都没有发现必须知道物体的初始加速度才能确定物体的机械运动。

其次，有人认为速度和位置不能唯一确定物体的状态，他们举例说：一个物体以匀速直线运动状态经过某一点 A （见右图）和沿着一条与 A 点相切的圆弧，且以同样的速率经过 A 点是两个不同的状态，因为前者没有加速度，后者有加速度。应该指出，到底状态是否相同，不是靠定义，而是靠对外界的效应来判定。当物体以同一速度运动到同一位置时，它的动量一定，动能一定，这样，它在传递动量和对外做功时，都具有完全相同的效果，与其有没有加速度，有多大加速度，根本无关，因此，速度和位置是可以唯一确定状态的。反之，如果认为加速度不同，状态就不同，那么加速度相同了，也还没有确定状态，因为还可以有不同的“加加速度”“加加加速度”……以致于我们根本无法表明物体的状态。



运动状态只决定于位置和速度

再次，描写物体机械运动的动量和动能，只包含速度，

不包含加速度，而包含动量的动量守恒定律和包含动能的机械能守恒定律和能量守恒定律是经过千百万次实践检验的真理，这些守恒定律只包含速度，不包含加速度，也说明运动方程是时间的二阶微分方程。反之，如果运动方程是对时间的三阶微分方程，那么它的一次积分就会出现新的守恒定律，在这种守恒定律中将出现包含加速度的项，这是我们从来没有见到的，我们相信，自然界也不存在这样的守恒定律。

最后，需要指出，由于作用力的具体形式不同而出现不同的效果，如本文前面提到的诸如筛沙子、洗衣服需要变化的作用力等等。不同形式的作用力必然会有不同的效果，甚至同是恒力，大小不同也有不同的效果。一个很小的力作用在物体上，物体几乎不发生什么变化，但力增大时，就可以压扁、压碎或压断物体，难道说也要引入新的基本概念，修改基本定律吗？上述各种现象，在牛顿运动定律的范围内，再加上目前我们对于物质结构、物体相互作用的特性等方面的知识，都可以得到很好的解释，所以牛顿力学没有留下空白，经典运动方程不需要修改。至于为了某些工程上的需要，把加速度对时间的变化率称为“急动度”或是什么别的名称，也未尝不可，但它只不过是一个新名称，就象随时间成正弦或余弦变化的力称为简谐力一样，不会影响经典力学的基础，不需要修改经典力学的基本方程。

三　一道物理习题的启发

想必你也听说过下面这道物理习题：在一个圆桶中盛有一些液体，使圆桶绕其对称的竖直轴旋转，问液面将呈什么形状？

为了回答这个问题，让我们考虑液面某处的一质点，其质量为 Δm，它受两个力的作用：地球对它的吸引力 G，其方向铅直向下；周围液体对它的作用力 F，其方向垂直液面（见图 3-1）。整个液面随着桶做圆周运动，每一质点当然也在做圆周运动，上述二力的合力便是促使此质点做圆周运动的向心力。

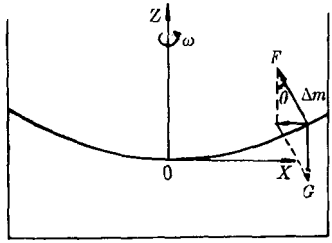


图 3-1　旋转液面的形状

选取液面最低点为坐标原点，水平方向为 X 轴，铅直方向为 Z 轴，Δm 的坐标用 x，z 表示，另外，设液体旋转的角速度为 ω，则有

$$F\sin\theta = \Delta m x\omega^2 \qquad (1)$$

$$F\cos\theta = \Delta m g \qquad (2)$$

（1）式被（2）式除得

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{x\omega^2}{g}$$

从图 3-1 看出，液面曲线在质点 Δm 处的斜率正好也是

$\mathrm{tg}\theta$，

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} \qquad (3)$$

于是有

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{\omega^2}{g}x$$

积分上式，且取 $x=0$ 处，$z=0$，则有

$$z = \frac{1}{2}\cdot\frac{\omega^2}{g}x^2 \qquad (4)$$

这正是抛物线方程，它绕 Z 轴旋转一周，便成为一个抛物面，也就是说，旋转的液面是一抛物面。如果把它写成标准形式，

$$x^2 = \frac{2g}{\omega^2}z \qquad (5)$$

可以看出焦距为 $\frac{g}{2\omega^2}$，所以这种旋转液面的焦距唯一地决定于液体旋转的角速度。

上述结论引起天文学家的极大兴趣，因为天文学家为了观察更遥远的天体，需要建造越来越大的天文望远镜，但建造大口径望远镜是一件非常费时、费工且费钱的难事。比如美国帕洛玛山天文台的那架 200 in（约 5 m）反射望远镜，光为磨制物镜就花了整整 7 年时间。再大，当然就更困难。而且过大的玻璃镜头容易受气温变化的影响而发生热畸变。苏联高加索山天文台的那台世界最大的反射望远镜，直径为 236 in （约 6 m）就常因物镜热畸变而使观察工作受到影响。因此，是否建造更大的玻璃透镜的望远镜就成为一个有争议的问题。

不久前，加拿大一位天文学家提出要建造口径为 100 ft（约 30 m）的大物镜，所用的原理就是上述这道习题的结论——旋转的液体表面是一个抛物面。图 3-2 是这种天文望远镜的示意图，在一个巨大的、边缘稍为翘起的圆盘上倒上水银，当圆盘缓慢旋转时．水银的表面便成为一个抛物面，只要旋转十分平稳，水银表面就是一个非常理想的抛物面，比研磨的玻璃镜头要精确得多。目前已经试制一架口径为 3 ft（约 0.9 m）的这种类型的反射望远镜，此设想一旦成功，将是望远镜制造史上的重大发展，也是天文学发展中的一个飞跃。当然，这种望远镜也有缺点，它只能观察天顶上的天体，不能做任何角度的旋转。

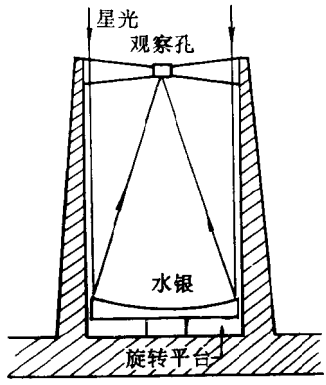


图 3-2　旋转水银面望远镜

更有趣的是，这一道习题所展示的物理现象，还启发人们去解释百慕大三角区之谜。大家也许听说过，在过去二三十年中，百慕大群岛周围的海域发生过几十起飞机失踪事件，几分钟前还与基地保持联系的飞机，几分钟后就无影无踪了。飞机失事的原因是什么？是雷雨？是飓风？但不管什么原因，总应该找到飞机和人员的残骸，但在这个地区失踪的飞机，却什么残骸也找不到。所以人们把这个地区称为百慕大魔鬼三角区（因为这块地方呈三角形）。最近有人提出，百慕大三角区之谜是太阳光和海水造成的。由于大西洋的暖流和暗礁，海水在这一地区极易形成环流，旋转海水表

需要全本请访问 www.ertongbook.com

面呈现抛物面形状，就象我们在本文开始讨论的那样，虽然不那么理想，但却足以使太阳光聚焦，而聚焦区就会产生局部高温，温度可达几千度，甚至上万度，海面较大，聚焦的高温区也可能很大，如果飞机一旦不慎，误入到这个区域，立刻就被化为灰烬。当然这种解释还不能算是最后定论，但是它至少可以算是一种可能的解释。

四　摩擦力及其利弊

在机械运动范围内，摩擦力是一种非常重要的、常见的力，研究物体的机械运动，几乎总要和摩擦力打交道，所以我们应该仔细地讨论一下摩擦力。但是，摩擦力是很复杂的，直到现在，有许多问题仍然是科学研究的课题，因此在大学物理的范围内，只能讨论比较简单的现象。

摩擦力都是在两个物体接触面内发生，但又不是所有的接触面都一定出现摩擦力。如图 4-1(a) 所示，A物体放在B物体上，它们的接触面为一水平面，虽然相接触的两个面都不是光滑的，它们之间也没有摩擦力。只有当在A上有一水平力 F作用后（见图 4-1(b)），A物体才受到摩擦力 f的作用。这是因为，在这种情况下，A物体相对 B物体有了相对运动的趋势，所以只有当两个物体有相对运动的趋势时，在它们的相互接触面内才会出现摩擦力，当然，两物体有相对运动，在其接触面内，也会出现摩擦力。

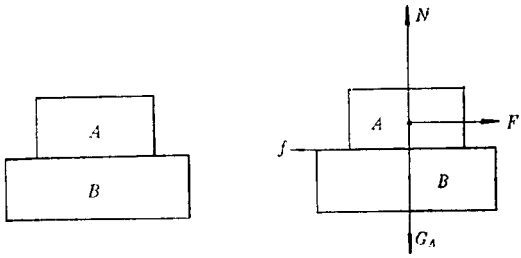


图 4-1　出现摩擦力的条件

如果 F 较小，A 仍然静止，则 f 的大小与 F 相等，方向与 F 相反。当逐渐增大外力 F 时，摩擦力 f 也逐渐增大，直到 A 将要产生滑动时为止，f 与 F 始终大小相等，方向相反。当 A 刚要产生滑动时的摩擦力称为最大静摩擦力 f_μ

$$f_\mu = \mu_s N$$

N 为 A，B 之间的正压力，μ_s 称为 A，B 之间的静摩擦系数，它决定于 A，B 两物体的材质和光滑程度，下表中间一列给出某些材料相互间的静摩擦系数。上式是静摩擦的一个基本关系。但应特别指出的是，它给出的是最大静摩擦力，而在一般情况下，摩擦力可以取零到 $\mu_s N$ 之间的任何值。

A，B 之间一旦有了相对运动，它们之间的摩擦力就将减小，这可以看成是它们之间的摩擦系数减小而引起的。摩擦系数随相对速度的变化如图 4-2 所示。大致情况是，开始随速度增加而减小，当减小到某一最小值后，则随着速度增

摩　擦　系数

接触的物质	静摩擦系数 μ_s	动摩擦系数 μ_k
钢　和　钢	0.74	0.57
铝　和　钢	0.61	0.47
铜　和　钢	0.53	0.36
黄　铜　和　钢	0.51	0.44
锌　和　铸　铁	0.85	0.21
铜　和　铸　铁	1.05	0.29
玻　璃　和　玻　璃	0.94	0.40
铜　和　玻　璃	0.68	0.53
聚四氟乙烯之间	0.04	0.04
聚四氟乙烯和钢	0.04	0.04

加而增加，此后，随着速度的增加更迅速地增加。由于这种关系非常复杂，而且与两个物体的材质和加工情况有密切的

关系，所以没有简单的函数关系式来表达，因此在这里我们不准备详细讨论。但在一般速度下，摩擦系数随速度的变化不太敏感，因此人们通常用滑动摩擦系数或简称动摩擦系数 μ_k 表示，上表右边一列即表示这种情况下的摩擦系数。

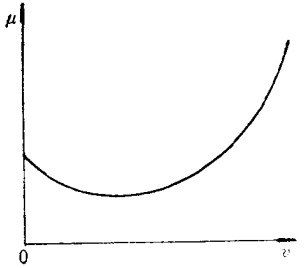


图 4-2 摩擦系数与相对速度的关系

以上讨论的都是所谓滑动摩擦。物体在滚动时也将受到摩擦阻力的作用，这时的摩擦称为滚动摩擦，滚动摩擦比较复杂，这里不讨论了。但值得指出的是滚动摩擦一般比滑动摩擦小得多，通常只有滑动摩擦力的几十分之一，甚至只有几百分之一。

顺便说一下摩擦力的方向问题。摩擦力总是在两个物体接触面内，这是没有问题的，但是在沿着接触面的哪个方向上？有一些书上简单地说：“摩擦力的方向总是与物体运动方向相反”，这是不全面的，甚至可以说是错误的。我们前面已经指出，物体受力后，如果没有运动，也会出现摩擦力，在这种情况下，上述说法显然不准确，物体没有运动，当然谈不上摩擦力的方向与运动方向相同或是相反。再看图 4-3(a)，当 A，B 物体在向右的力 F 作用下加速前进时，

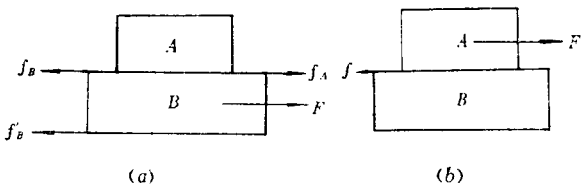


图 4-3 摩擦力的方向

A所受到的摩擦力也是向右的，与 A运动的方向相同，所以“摩擦力的方向总与运动方向相反”的结论显然不正确。那么摩擦力的方向如何确定呢？再看图 4-3(b)，A在力 F 的作用下没有运动，只有向右运动的趋势，这时受到的摩擦力 f 向左，与运动趋势方向相反。再回来考查图 4-3(a)的情况，在力 F 的作用下，A，B一起向右运动，B受桌面的摩擦力 f'_B 向左，与运动方向相反，而 A受 B的摩擦力 f_A 向右，与运动方向相同。但如果没有这个摩擦力，A将静止不动，即 A相对 B有向左运动的趋势，也就是说 A所受的摩擦力也与它的运动趋势相反；同样，B受 A的摩擦力 f_B，也与它相对 A的运动趋势相反。所以在考虑了这些情况后，关于摩擦力的方向问题比较全面的说法是：有相对运动时，摩擦力的方向与运动方向相反；只有运动趋势时，与相对运动趋势的方向相反。

摩擦力是一种耗散力，在许多情况下，它使机械能转变成分子热运动的能量，白白消耗了。于是人们想出各种办法减小它，其中很重要的一种方法就是在它们的接触面上加润滑油，加入的润滑油使两固体表面的摩擦变成固-液或液-液之间的摩擦，这样可以使摩擦力大大降低。当相互滑动的两个表面之间夹有一层易于流动的气体时，摩擦力就更小了。液体或气体的摩擦在本质上不同于固体之间的摩擦，它们的摩擦效应可以用流体的粘滞性来说明，它们的粘滞性一般都比较小，气体的粘滞性最小，有些气体，比如氢气，其粘滞性接近于零。气垫船（或气垫车）就是利用气体的这个性质设计的。从船底喷出的气体使船体悬浮在空气层上，这层空气又成为船与水面之间的润滑剂，于是船受到的摩擦力大大减小，其速度就可以提高很多。

动摩擦小于静摩擦的现象也常被利用。例如，要启动一列重载火车，司机总是先将机车向后退一下，使各节车厢的挂勾处于松动状态，然后再向前开动，这样，车厢是一节一节地从静止开始运动，机车牵引力只需克服列车的动摩擦和至多一节车厢的静摩擦，而不是整列火车的静摩擦，当然就容易启动了。

把滑动摩擦变成滚动摩擦，是减小摩擦的另一种主要方法。前面已经说过，滚动摩擦比滑动摩擦小得多，各种车辆和机器，其高速旋转的部分，都用滚珠或滚棒轴承，使滑动变成滚动，同时还注入润滑油，这样摩擦力就变得很小了。

在生活和生产活动中，摩擦也不总是有害的，有时甚至是必不可少的。比如各种车辆的运行，就是靠摩擦力，车辆的牵引力必须由路面的摩擦力提供（见图 4-4），当汽车发动机带动后轮（又称主动轮）欲使其逆时针转动时，地面的摩擦力 f（f' 是汽车对地面的作用力）使其不能与地面产生滑动，也正是这个力推动汽车向前运动。如果没有摩擦力，车轮将在原地空转，汽车在冰雪覆盖的路面上打滑，不能前

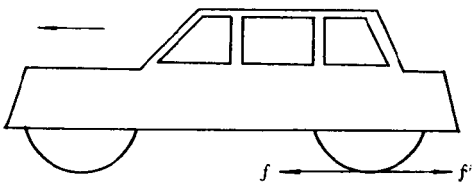


图 4-4 车辆牵引力的形成

进，就属于这种情形。这时汽车发动机的功率虽然很大，但由于地面不能提供足够大的摩擦力，发动机的牵引能力不能转化成真正的牵引力，所以汽车仍在原地静止不动。增大摩

需要全本请访问 www.ertongbook.com