21 世纪高等教育系列教材

大学物理简明教程

Daxue Wuli Jianming Jiaocheng

南　征　杨立峰　主　编

夏冬林　姜小兰　副主编

西 南 交 通 大 学 出 版 社

· 成都 ·

内 容 提 要

本书是根据原国家教委制定的《高等工业学校大学物理课程教学基本要求》编写的大学物理教材，主要内容包括：力学、振动与波、热学、电磁学、波动光学以及狭义相对论和量子力学简介等。本书在编写过程中，力求加强基础，精练选材，强调实用。书中配有适量的复习思考题和习题，并附有习题参考答案。

经审定，本书可作为高等院校工科专业物理课程教材，也可作为广大成人高等学校及高等职业技术学院教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理简明教程/南征，杨立峰主编．一成都：西南交通大学出版社，2005.5

ISBN 7-81104-026-3

Ⅰ．大…　Ⅱ．①南…　②杨…　Ⅲ．物理学一高等学校一教材　Ⅳ．04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 039458 号

大 学 物 理 简 明 教 程

南　征　杨立峰　主编

*

责任编辑　刘婷婷

责任校对　李春萍

封面设计　南海高教出版中心

西南交通大学出版社出版发行

（成都二环路北一段 111 号　邮政编码：610031　发行部电话：87600564）

http://press.swjtu.edu.cn

E-mail:cbsxx@swjtu.edu.cn

安徽省蚌埠广达印务有限公司印刷

*

开本：787 mm×1 092 mm　1/16　印张：16.25

字数：437 千字　印数：1—5 000 册

2005 年 5 月第 1 版　2005 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 7-81104-026-3/O · 008

定价：28.00 元

编 写 说 明

本书是为高等院校非物理专业编写的一本大学物理教材，其内容选取和深浅程度的依据是原国家教委颁布的《高等工业学校大学物理课程教学基本要求》。

随着我国高等教育改革的不断深化，建立面向21世纪物理课程的结构与体系，是教学改革必须面对的一项重要任务。课程体系和教材内容的改革也必须考虑到高等教育大众化的新趋势。在本书编写过程中，编者充分注意到教育改革对物理教材的要求，对基础知识体系的构架和表述、物理知识和在工程上的应用以及获取知识与培养能力的关系等方面作了一定的努力和尝试。

全书着重于基础，并精选内容，既有一定的广度，又有适当的深度，力求以40万字涵盖非物理专业大学物理课程教学基本要求的内容，让学生在有限的学时内可以掌握物理学的基本知识、基本概念和基本规律，为后续专业课程打下坚实的基础。

本书由南征、杨立峰主编，由夏冬林、姜小兰担任副主编，参编人员还有唐福元、孙淑荧、袁勇等。在编写过程中，华中科技大学大学物理教研室各位老师给予了热情的支持和无私的帮助，在此一并表示感谢。

由于编写时间有限，书中疏漏、不足之处在所难免，敬请广大读者不吝批评指正，以便不断修订完善。

21世纪高等教育系列教材编审指导委员会

2005年5月

目　录

第 1 章　质点运动学

宇宙万物无一不在永恒的运动变化之中。一个物体相对于另一个物体,或者一个物体的一部分相对于该物体的另一部分的位置变化称为**机械运动**,如日升月落、鸟飞兽走。机械运动是最简单、最基本的运动形式,往往被包含在其他更复杂、更高级的运动形式之中,如电磁运动、化学变化、生命过程。

研究机械运动的学科称为**力学**。力学可以分为运动学和动力学:运动学只讨论怎样描述机械运动,而不涉及其运动变化的原因,动力学则研究物体间的相互作用对运动变化的影响。

§1-1　参考系和坐标系　质点

1-1-1　参考系和坐标系

在航行的船中安坐的旅客,从岸上看却是运动的;竖直下落的雨丝打在行进的车窗上却形成斜线的水迹。可见,以不同物体作参考,对同一物体的机械运动可以作出不同的描述,这称为**机械运动描述的相对性**。为了描述一个物体的机械运动而被选来作参考的其他物体称为**参考系**,如上述的船、岸、窗等。

选好参考系,还只能对物体的机械运动作定性描述。为了定量地研究机械运动,还必须建立与所选参考系相联系的坐标系。常用的坐标系有直角坐标系、球面坐标系等。虽然坐标系与参考系有联系,但不应将二者混同。参考系是实物,而坐标系是建立在参考系上的数学抽象。

在力学中参考系的选择非常重要。在研究物体的机械运动之前,必须预先选好参考系,建立坐标系。在运动中参考系的选择以对问题的研究方便为准,选择恰当可以事半功倍。在一般工程技术中多选地面为参考系。

1-1-2　质　点

影响物体运动的因素很多。如果在所考察的力学问题中,物体的大小和形状起的作用极小,那么可以把物体看成有质量而无大小和形状的点,并称其为**质点**。质点是从实际物体抽象出来的理想模型,以后还会引入一些理想物理模型,如刚体、理想气体、点电荷等。虽然理想模型实际上并不存在,但它有助于揭示事物的主要性质,因此,建立理想模型是科学研究中经常应用并行之有效的方法。理想模型绝非主观臆造,它是在对实际事物进行科学分析的基础上建立起来的。

一个物体能否被看成质点不在于其体积大小,而取决于它的线度在运动中所起的作用。地球虽大,但因其直径仅及日地距离的万分之一,地球上各点相对于太阳的运动差别不大,故在研究地球绕太阳公转时可把它视为质点;乒乓球虽小,当探讨其各种旋转打法时,却不能将其当作质点。同一物体能否被看成质点并不是一成不变的,这主要取决于问题的性质。虽然地球在公转中可被视为质点,但当人们考察大气环流和激流对河岸的冲刷时,就必须考虑地球自转的影响,这时不能把地球当作质点。

§1-2　位置矢量　位移

1-2-1　位置矢量

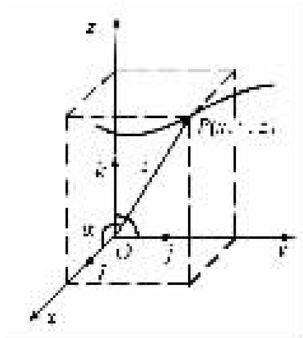

图 1-1

为了描述运动质点的位置，必须先选好参考系，建立坐标系。如图 1-1 所示的直角坐标系，设在时刻 t 有一质点位于 P 点，其位置可用坐标 x、y、z 表示，也可用从坐标原点 O 引到 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$ 表示，并称为**位置矢量**（简称**位矢**），它和坐标的关系为：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别是沿 x 轴、y 轴、z 轴的单位矢量。

位置矢量的大小和方向余弦为：

$$\boldsymbol{r}=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-2}$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{\boldsymbol{r}},\quad \cos\beta=\frac{y}{\boldsymbol{r}},\quad \cos\gamma\ \frac{z}{\boldsymbol{r}} \tag{1-3}$$

在国际单位制（SI 制）中，位置矢量的单位为 m。

1-2-2　运动方程和轨迹方程

运动质点的位置随着时间变化。这时质点的位置矢量和坐标是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

这称为**运动方程**，其分量式为：

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t) \tag{1-5}$$

从上式中消去 t，可得运动质点的**轨迹方程**，它表示质点在空间的运动轨迹。

例题 1-1　已知一质点的运动方程为：

$$x=4\sin\frac{\pi}{3}t\quad(\mathrm{m}),\quad y=4\cos\frac{\pi}{3}t\quad(\mathrm{m})$$

求：(1)质点的轨迹方程；

(2)质点在 $t=1\mathrm{s}$ 时的位置矢量。

解：(1)将以上二式平方求和，即得轨迹方程为 $x^2+y^2=16$，这是 xOy 平面内以原点为中心、半径为 4m 的圆周，如图 1-2 所示。

(2)代入 $t=1\mathrm{s}$ 时的位置矢量为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}&=4\sin\frac{\pi}{3}\boldsymbol{i}+4\cos\frac{\pi}{3}\boldsymbol{j}\\&=2\sqrt{3}\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\quad(\mathrm{m})\end{aligned}$$

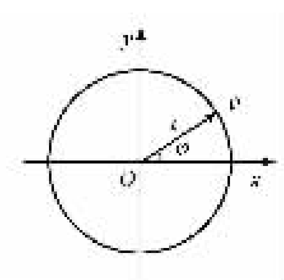

图 1-2

其大小及与 x 轴的夹角分别为：

$$r=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4\quad(\mathrm{m})$$

$$\varphi=\arctan\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$$

1-2-3　位　移

设质点作曲线运动(见图 1-3),在时刻 t 质点位于 A 点,在后一时刻 $t+\Delta t$ 质点位于 B 点,在这段时间 Δt 内质点的位置变化可用矢量

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A \tag{1-6}$$

表示,并称其为**位移**,其单位是 m。位移既能反映质点移动的距离,又能表示质点移动的方向。

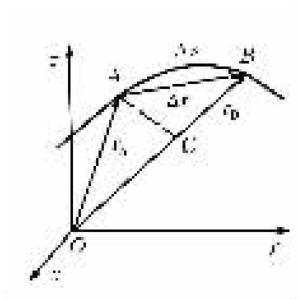

图 1-3

需要指出,位移的大小应该记为 $|\Delta \boldsymbol{r}|$,不能写成 Δr。由图 1-3 可以看出,$|\Delta \boldsymbol{r}|=AB$,而 $\Delta r=r_B-r_A=CB$,二者一般不等。上述说明适用于对任何矢量的增量表述。

同时要注意:位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示一段时间内质点的位置变化,它与质点通过的路程 Δs 不同。位移是矢量,路程是标量,而且位移的大小与路程一般不相等,例如,质点沿圆周绕行一圈回到起点,位移等于零,而路程等于圆周长。

§1-3　速度　加速度

1-3-1　速　度

研究质点的运动不仅要知道质点在各个时刻的位置,还要知道质点的运动情况。设在时刻 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内,质点从 A 点运动到 B 点(见图 1-3)。质点运动的快慢和方向大致可用质点位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和相应时间 Δt 之比表示为:

$$\bar{v}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

这称为质点在 Δt 时间内的**平均速度**,它是矢量,其方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同。

平均速度只能粗略地描述质点的运动。然而,时间 Δt 越短,运动的变化越小,用平均速度来描写质点的时刻 t(或位置 A)的运动状态的近似程度越好。如果使 Δt 趋近于零,那么平均速度的极限就能精确地描写质点在时刻 t(或位置 A)运动的快慢和方向了。因此,我们把 Δt 趋近于零时平均速度的极限定义称为质点在时刻 t(或位置 A)的**瞬时速度**(简称**速度**),表示为:

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

即瞬时速度是位置矢量对时间的微商。它是矢量,其方向沿着 Δt 趋近于零时位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向,即运动轨迹的切线方向(见图 1-4)。平均速度和瞬时速度的单位是 m/s。

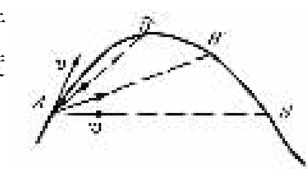

图 1-4

在直角坐标系中:

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$
$$=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

其中　$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

是速度在三个坐标轴上的分量。

1-3-2　速　率

为了描述运动的快慢，人们还建立了速率这个物理量，其定义为：

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

即**速率**是路程对时间的微商。由于 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta r|\to\Delta s$（参见图 1-3），所以速度的大小为：

$$|\boldsymbol{v}|=|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=v$$

即瞬时速度的大小与瞬时速率相等，速率的单位也是 m/s。顺便提出一个问题：平均速度的大小和平均速率相等吗？答案应该是不相等。

例题 1-2　一质点沿 x 轴运动，其运动方程为 $x=5t^2+1$，式中坐标 x 的单位是 m，时间 t 的单位是 s。计算质点在下列各时间间隔内平均速度的大小：2～3s；2～2.1s；2～2.001s；2～2.000 01s，以及在 2s 时瞬时速度的大小。

解　按定义 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 求出各时间间隔内平均速度的大小，列于表 1-1 中，其中 t_0 和 t 分别表示运动的初时刻和末时刻，x_0 和 x 分别表示质点的初位置和末位置。

表 1-1

t_0/s	t/s	Δt/s	x_0/m	x/m	Δx/m	$\bar{v}$/(m/s)
2	3	1	21	46	25	25
	2.1	0.1		23.05	2.05	20.5
	2.001	0.001		21.020 005	0.020 005	20.005
	2.000 01	0.0 000 1		21.000 200 000 5	0.000 200 000 5	20.000 05

2s 时瞬时速度的大小为：

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(5t^2+1)=10t=20\quad(\mathrm{m/s})$$

从上面的计算可以看到，随着时间间隔 Δt 的缩短，平均速度 $\bar{v}$ 逐渐趋近于一个确定的极限，这个极限就是 2s 时的瞬时速度。

例题 1-3　一物体的运动方程为 $\boldsymbol{r}=4t\boldsymbol{i}+(8t-4.9t^2)\boldsymbol{j}$；长度的单位是 m，时间的单位是 s。求：(1)物体的轨迹；(2)物体由抛出点至最高点的位移；(3)1s 时物体的速度。

解　(1)物体的坐标为：

$$x=4t,\quad y=8t-4.9t^2 \tag{$*$-1}$$

消去时间 t，得物体的轨迹方程——抛物线（见图 1-5），

$$y=2x-0.31x^2$$

(2)在抛出点，$x=y=0$；在最高点

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(8t-4.9t^2)=8-9.8t=0$$

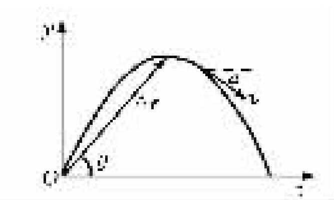

图 1-5

故物体到达最高点的时刻为 $t=0.8$s。以此值代入式（$*$-1），得到最

高点的坐标为：

$$x=3.2(\mathrm{m}),\quad y=3.3(\mathrm{m})$$

位移

$$\Delta \boldsymbol{r}=3.2\boldsymbol{i}+3.3\boldsymbol{j}\quad(\mathrm{m})$$

其大小及与 x 轴的夹角分别为：

$$|\Delta \boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=\sqrt{3.2^2+3.3^2}=4.6\quad(\mathrm{m})$$

$$\theta=\arctan\frac{y}{x}=\arctan\frac{3.3}{3.2}=45°53'$$

(3)

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[4t\boldsymbol{i}+(8t-4.9t^2)\boldsymbol{j}]=4\boldsymbol{i}+(8-9.8t)\boldsymbol{j}$$

1s 时的速度为：　$\boldsymbol{v}=4\boldsymbol{i}-1.8\boldsymbol{j}\quad(\mathrm{m/s})$

其大小及与 x 轴的夹角分别为：

$$\boldsymbol{v}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4^2+(-1.8)^2}=4.4\quad(\mathrm{m/s})$$

$$\alpha=\arctan\frac{v_y}{v_x}=\arctan\frac{-1.8}{4}=-24°14'$$

例题 1-4　一雪橇沿直线行驶，其速率随时间变化的关系为：

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0\mathrm{e}^{-kt}$$

式中$\boldsymbol{v}_0$和 k 都是常数。求：(1)雪橇的运动方程；(2)雪橇所能滑行的距离。

解　(1)取此直线为 x 轴，开始计时时雪橇所在位置为原点，即初始条件为：$t=0$ 时，$x=0$；则：

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v}_0\mathrm{e}^{-kt}$$

$$\int_0^x \mathrm{d}x=\boldsymbol{v}_0\int_0^t \mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

雪橇的运动方程为：

$$x=-\frac{\boldsymbol{v}_0}{k}(\mathrm{e}^{-kt}-1)$$

(2)令 $t\rightarrow\infty$，则 $\mathrm{e}^{-kt}\rightarrow 0$，雪橇所能滑行的最大距离为：

$$x_{\max}=\frac{\boldsymbol{v}_0}{k}$$

1-3-3　加速度

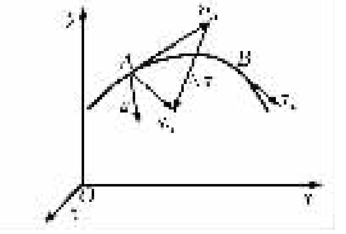

图 1-6

如果运动质点的速度随时间变化，为了描述速度的变化，人们建立了加速度这个物理量。如图 1-6 所示，一运动质点在时刻 t 位于 A 点，速度为$\boldsymbol{v}_A$，到了时刻 $t+\Delta t$，质点移到 B 点，速度为$\boldsymbol{v}_B$。速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$与相应的时间 Δt 之比称为**平均加速度**，即：

$$\bar{a}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}\tag{1-12}$$

平均加速度只能粗略反映速度的变化。为了精确描写速度随时间的变化，我们把 Δt 趋近于零时平均加速度的极限定义为**瞬时加速度**(简称**加速度**)，即：

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\tag{1-13}$$

瞬时加速度是速度的一阶微商，是位移的二阶微商。加速度是矢量，它既反映了速度大小的变化，又反映了速度方向的变化。加速度的单位是 $\mathrm{m/s^2}$。

在直角坐标系中：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k})$$

$$=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-14}$$

式中
$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t},\quad a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

分别是加速度在 3 个坐标轴上的分量。

在曲线运动中，加速度的方向总是指向轨迹凹侧的，这是因为速度增量一定指向轨迹凹侧的缘故（见图 1-7）。$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成锐角时，运动加快；$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角时，运动减慢；$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成直角时，运动快慢不变。在图 1-7 中画出了抛射体运动中重力加速度 g 和速度 v 的夹角与运动快慢变化的关系。在直线运动中规定 v 和 a 沿坐标轴正方向者为正，反之为负。则当 a 与 v 同向，即同号时，运动加快；当 a 与 v 反向，即异号时，运动减慢。

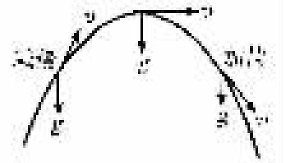

图 1-7

例题 1-5　一汽艇以速度 v_0 沿直线行驶。发动机关闭后，汽艇因受阻力而具有与速度 v 成正比且方向相反的加速度 $a=-kv$（k 为常数）。求：发动机关闭后，(1)汽艇在任意时刻 t 的速度；(2)在离发动机关闭地点的距离为 x 处汽艇的速度。

解　(1)从发动机关闭时开始计时，初始条件为 $t=0$ 时，$v=v_0$。

由
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv$$

分离变量 v 和 t，并积分

$$\int_0^v\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\int_0^t\mathrm{d}t$$

得
$$\ln\frac{v}{v_0}=-kt$$

在时刻 t 汽艇的速度为：

$$v=v_0\mathrm{e}^{-kt}$$

(2)以发动机关闭时汽艇所在处为坐标原点 O，作 x 轴沿汽艇的运动方向。在 $t=0$ 处，$v=v_0$。

由
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-kv$$

分离变量积分
$$\int_{v_0}^v\mathrm{d}v=-k\int_0^x\mathrm{d}x$$

得离发动机关闭地点的距离为 x 处汽艇的速度为：

$$v=v_0-kx$$

§1-4　直线运动

物体轨迹是直线的运动，称为**直线运动**。直线运动可以用一维坐标来描述，矢量的方向由量值的正负表示，所涉及的物理量都可以作为标量处理。设这个一维坐标为 x 轴，O 为原点。显然质点的位置是时间的函数，其运动方程为：

$$x=x(t)$$

与此相对应的速度、加速度分别为：

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

其值的正与负表示与 x 轴同方向或反方向，并不表示运动是加速或是减速，加速或减速要依据加速度方向与速度方向是否相同来决定。

例题 1-6　一物体沿直线运动，速度随时间变化的规律为：

$$v=\frac{5}{4t+1}$$

长度的单位是 m，时间的单位是 s。求物体在 1s 时的加速度，并说明此时物体的运动是加快还是减慢。

解　以物体沿着运动的直线为 x 轴。按式(1-15)中的第一式，求得物体在 1s 时的加速度为：

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{5}{4t+1}=\frac{20}{(4t+1)^2}=-\frac{20}{(4\times1+1)^2}=-0.8\quad(\mathrm{m/s^2})$$

为判断此时物体运动快慢的变化，将 $t=1\mathrm{s}$ 代入上式，得 $v=1\mathrm{m/s}$。a 与 v 异号，这表明此时物体的运动正在减慢。

例题 1-7　已知质点作匀加速直线运动，加速度为 a。求该质点的运动方程。

解　由加速度定义式可知：

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$$

$$v=\int a\mathrm{d}t=at+C_1$$

设当 $t=0$ 时，$v=v_0$，代入上式可得 $C_1=v_0$，因此

$$v=v_0+at$$

由速度定义式

$$v=v_0+at=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\tag{1-16}$$

积分可得

$$x=\int(v_0+at)\mathrm{d}t=\int v_0\mathrm{d}t+\int at\mathrm{d}t=v_0t+\frac{1}{2}at^2+C_2$$

设当 $t=0$ 时，$x=0$，代入上式可得 $C_2=0$。因此有：

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2\tag{1-17}$$

这就是所求质点的运动方程。

另外，由式(1-16)、式(1-17)消去 t，可得：

$$\boldsymbol{v}^2=\boldsymbol{v}_0^2+2ax\tag{1-18}$$

式(1-16)、式(1-17)、式(1-18)三式即为匀变速直线运动常用公式，其中 v、v_0、a 都是代数量，当它们与 x 轴同方向时为正，与 x 轴反方向时为负。

由本题的解答可以看出，在已知加速度求运动方程时，每积分一次就要引进一个积分常数，而积分常数要由 $t=0$ 时刻质点运动的初始条件来确定。有些时候积分常数还可以由其他条件确定，如预先知道两个不同时刻 t_1 和 t_2 的质点位置 x_1 和 x_2。

在地球表面附近，初速度为零的物体只在重力作用下的运动叫做**自由落体运动**。物体下落的加速度称为**重力加速度**，符号为 g，其方向铅直向下。重力加速度的大小可由实验测出。实验表

明，地球上不同地区的 g 值略有差异（与纬度、高度和地质等情况有关），通常可取 $g=9.8\mathrm{m/s^{-2}}$。

如以 t 为横坐标，以 x 为纵坐标，由运动方程 $x=x(t)$，可得 x-t 曲线，即质点的位移-时间曲线。设在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻，质点坐标分别是 x 和 $x+\Delta x$，则由图 1-8(a)可以看出，平均速度 $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 的数值等于 x-t 曲线中相应割线的斜率。当 $\Delta t \to 0, \Delta x \to 0$ 时，可知瞬时速度 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 的数值与 x-t 曲线上该点切线斜率相等。这表明当 $v>0$ 时，x 值在增加，质点沿 x 轴正方向运动；当 $v<0$ 时，x 值在减小，质点沿 x 轴负方向运动。如以 t 为横坐标，v 为纵坐标，由 $v=v(t)$ 可得 v-t 曲线，即速度-时间曲线，如图 1-8(b)所示。显然，瞬时加速度的数值等于 v-t 曲线中切线的斜率。

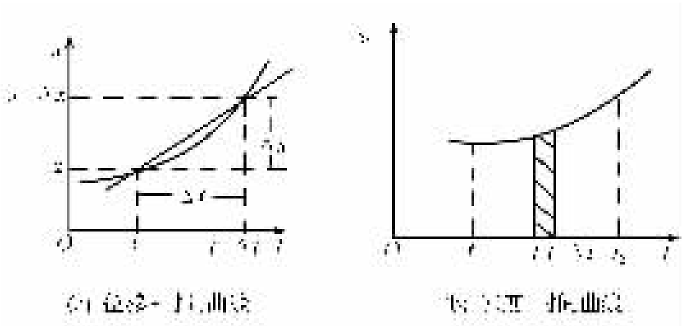

图 1-8

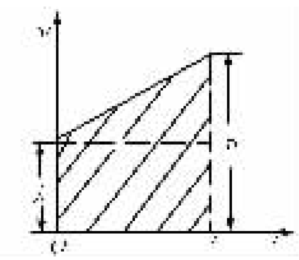

图 1-9

匀变速直线运动的 v-t 曲线如图 1-9 所示，其斜率等于加速度 a（a 为恒量）。在任意时间 Δt 内，速度增加 $\Delta v=a\Delta t$，设 $t=0$ 时，质点的速度为 v_0，t 时刻质点的速度为 v，再设这两时刻质点的位置坐标分别为 x_0 和 x，则位移 $x-x_0$ 应等于 v-t 图中梯形面积，即 $x-x_0=\dfrac{1}{2}(v_0+v)t$。

在一般直线运动中，v-t 曲线不是直线，$a\neq$ 恒量。可以证明，质点在 $t=0$ 到 t 时间内的位移 $x-x_0$ 的数值，仍与 v-t 曲线下对应图形的面积相等。

§1-5　抛体运动

1-5-1　运动叠加原理

在如图 1-10 所示的实验中，A、B 二球位于同一水平位置，锤 C 下落，击动弹片 D。在球 A 被水平弹射出去的同时，球 B 开始自由下落，结果二球同时落地。可见球 A 在水平方向的分运动并未干扰它在竖直方向的分运动，反之亦然。球 A 在这两个方向的运动是彼此独立地进行的，也可以说，球 A 的实际运动是这两个彼此独立进行的运动叠加的结果。综合无数客观事实可以得到这样一个结论：一个实际运动可以看成是几个各自独立进行的运动叠加而成，这称为**运动叠加原理**，也称为**运动独立性原理**。式(1-10)和式(1-15)中 x、y、z 三个方向的速度、加速度彼此无关正是运动独立性的反映。根据这个原理可以把一个复杂的运动分解成几个简单的运动分别进行考察，从而使问题的解决变得更简便。

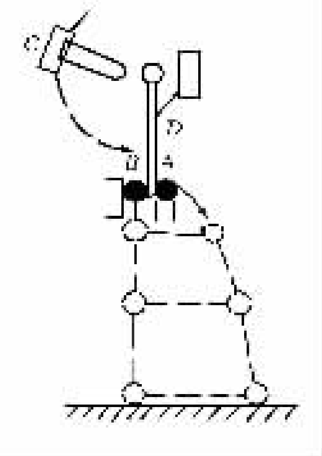

图 1-10

1-5-2　抛体运动

物体自 O 点以初速度 v_0 被抛出，v_0 与水平所成的抛射角为 θ_0，以抛射点 O 为原点作直角坐标系，如图 1-11 所示。按运动叠加原理将物体的实际运动分解成水平分运动和竖直分运动，则物体初速度的水平分量和竖直分量分别为：

$$v_{ox}=v_0\cos\theta_0,\quad v_{oy}=v_0\sin\theta_0$$

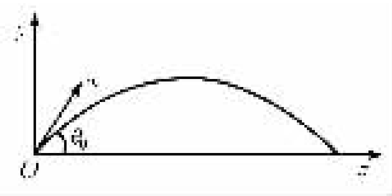

图 1-11

不考虑空气阻力和风等因素的影响，则物体在水平方向作匀速直线运动，在竖直方向作匀变速直线运动，加速度为重力加速度 g。从物体被抛出时开始计时，则物体在任意时刻 t 的速度分量为：

$$v_x=v_0\cos\theta_0,\quad v_y=v_0\sin\theta_0-gt \tag{1-19}$$

坐标为：

$$x=v_0\cos\theta_0\cdot t,\quad y=v_0\sin\theta_0\cdot t-\frac{1}{2}gt^2 \tag{1-20}$$

以上二式中重力加速度取负值是因为 g 向下，与 y 轴方向相反。

抛体运动可分上抛（$\theta_0=90°$）、平抛（$\theta_0=0$）、下抛（$\theta_0=-90°$）和斜抛几种情形。当物体被平抛、下抛和向斜下方抛出时取 y 轴竖直向下便于计算。

例题 1-8　从地面以 500m/s 的初速沿 45°角向斜上方发射的子弹又落回地面。求：(1)子弹的轨迹；(2)飞行总时间；(3)最高点的高度；(4)水平射程。

解　(1)从式(1-20)中消去 t，得轨迹方程：

$$y=\tan\theta_0 x-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$$

以题设的 $v_0=500\text{m/s}$ 和 $\theta_0=45°$ 代入得：

$$y=x-3.92\times10^{-5}x^2$$

这表明抛射体在真空中沿抛物线运动。

(2)子弹落地点的高度和发射点的高度相等。以 $y=0$ 代入式(1-20)中的 y 式，得飞行总时间为：

$$T=\frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$$

以题设 v_0、θ_0 值代入得 $T=72.1\text{s}$。另一解 $t=0$ 是子弹发射的时刻。

(3)子弹到达最高点时 $v_y=0$，以此代入式(1-19)中的 v_y 式，得子弹到达最高点的时间

$$t_H=\frac{v_0\sin\theta_0}{g}$$

恰好为飞行总时间的一半，以 t_H 代入式(1-20)中的 y 式，得最高点的高度

$$H=\frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g}$$

以题设 v_0、θ_0 值代入得 $H=6\ 371.1\text{m}$。

(4)将飞行总时间 T 代入式(1-20)中的 x 式，得水平射程为：

$$R=\frac{v_0^2\sin2\theta_0}{g}$$

以题设 v_0、θ_0 值代入得 $R=25\ 484.2\text{m}$。由于空气阻力、风速、风向等因素的影响，实际射程不及此数的 1/3。如何考虑上述因素，对以上各项结果进行修正是军事学科“弹道学”研究的课题。

例题 1-9　一人在离地高 40m 的塔顶以初速 $v_0=9.80\text{m/s}$ 竖直上抛一小球(见图 1-12)，不计空气阻力。求：(1)小球所达最高点的高度；(2)从抛出到落地所经历的时间；(3)落地时的速度。

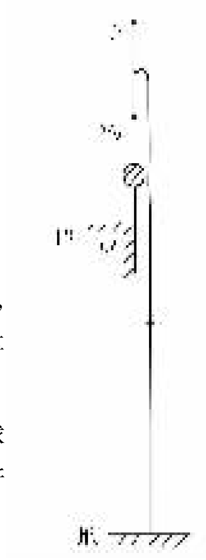

图 1-12

解　小球作直线运动。以塔顶为原点，y 轴竖直向上建立坐标系。在式(1-19)和式(1-20)的后两式中令 $\theta_0=90°$，并取 $g=9.80\text{m/s}^2$，则小球的运动方程和速度方程分别为：

$$y=9.80t-4.9t^2 \qquad (*-1)$$

$$v=9.80-9.80t \qquad (*-2)$$

(1)在最高点 $v=0$，以此代入式($*-2$)，得小球到达最高点的时间 $t_H=1\text{s}$。代入式($*-1$)，得 $y=4.9\text{m}$，故小球所达最高点的高度为：

$$H=40+4.9=44.9\quad(\text{m})$$

(2)地面的坐标为 $y=-40\text{m}$，以此代入式($*-1$)，得：

$$-40=9.8t-4.9t^2$$

解得小球从发射到落地所经历的时间为 $t=4.03\text{s}$。

另一解 $t'=-2.03\text{s}$ 不合题意，舍去。

(3)以 $t=4.03\text{s}$ 代入式($*-2$)，得小球落地速度 $v=-29.69\text{m/s}$，负号表示落地速度向下，与 y 轴反向。