大学物理
基础知识与训练

李　桦　郑倚萝　**主编**

华东理工大学出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

图书在版编目(CIP)数据

大学物理基础知识与训练/李桦 郑倚萝主编. —上海：华东理工大学出版社，2005.4
ISBN 7-5628-1687-5

Ⅰ.大... Ⅱ.李... Ⅲ.物理学—高等学校—教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 022350 号

大学物理基础知识与训练 ISB. 7-5628-1687-5/O·132

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

主　　编/ 李　桦　郑倚萝
策划编辑/ 严国珍
责任编辑/ 李国平
封面设计/ 王晓迪
责任校对/ 徐　群

出版发行/ 华东理工大学出版社
地　　址：上海市梅陇路 130 号
电　　话：(021)64250306(营销部)　(021)64252713(编辑室)
网　　址：press.ecust.edu.cn
印　　刷/ 上海展强印刷有限公司
开　　本/ 787×1092　1/16
印　　张/ 15.5
字　　数/ 389 千字
版　　次/ 2005 年 4 月第 1 版
印　　次/ 2005 年 4 月第 1 次
印　　数/ 1～5 050 册
定　　价/ 25.00 元

前　言

大学物理课程是高等工科院校一门重要的基础理论课程，物理学的基本理论渗透到自然科学的许多领域，它是自然科学的核心，是新技术的源泉。作为一名工程应用型技术人员，其物理基础的厚薄、掌握的好坏将影响到他们工作中的适应性、创造性和后劲。

《大学物理基础知识与训练》是为帮助工科院校非物理专业的在校学生掌握大学物理基础知识而编写的。在内容的选取上，紧扣工科学生应必备的物理基础知识，强化物理概念和规律间的联系，通过对典型例题的分析讲解使学生能正确运用所学的知识分析问题和解决问题。

“基本要求”部分，根据国家教委颁布的“

目　　录

第一章　力学

1.1　质点力学 …… 1

1.1.1　基本要求 …… 1

1.1.2　内容概述 …… 1

1.1.3　例题分析 …… 9

1.1.4　习题选编 …… 20

1.2　刚体的定轴转动 …… 25

1.2.1　基本要求 …… 25

1.2.2　内容概述 …… 25

1.2.3　例题分析 …… 29

1.2.4　习题选编 …… 36

1.3　力学自测题 …… 40

A 套 …… 40

B 套 …… 41

刚体力学 …… 43

第二章　热学

2.1　气体动理论 …… 46

2.1.1　基本要求 …… 46

2.1.2　内容概述 …… 46

2.1.3　例题分析 …… 52

2.1.4　习题选编 …… 58

2.2　热力学基础 …… 62

2.2.1　基本要求 …… 62

2.2.2　内容概述 …… 62

2.2.3　例题分析 …… 69

2.2.4　习题选编 …… 74

2.3　热学自测题 …… 79

A 套 …… 79

B 套 …… 81

第三章　电学

3.1　静电场 …… 85

3.1.1　基本要求 …… 85

3.1.2　内容概述 …… 85

3.1.3　例题分析 …… 91

3.1.4　习题选编 …… 100

3.2 静电场中的导体与电介质 …… 104
3.2.1 基本要求 …… 104
3.2.2 内容概述 …… 105
3.2.3 例题分析 …… 107
3.2.4 习题选编 …… 112
3.3 电学自测题 …… 114
A 套 …… 114
B 套 …… 116
第四章 磁场与电磁感应
4.1 稳恒磁场 …… 118
4.1.1 基本要求 …… 118
4.1.2 内容概述 …… 118
4.1.3 例题分析 …… 123
4.1.4 习题选编 …… 132
4.2 电磁感应 …… 137
4.2.1 基本要求 …… 137
4.2.2 内容概述 …… 137
4.2.3 例题分析 …… 142
4.2.4 习题选编 …… 154
4.3 磁场与电磁感应自测题 …… 158
A 套 …… 158
B 套 …… 161
第五章 振动与波动
5.1 机械振动 …… 163
5.1.1 基本要求 …… 163
5.1.2 内容概述 …… 163
5.1.3 例题分析 …… 168
5.1.4 习题选编 …… 178
5.2 机械波 …… 181
5.2.1 基本要求 …… 181
5.2.2 内容概述 …… 182
5.2.3 例题分析 …… 187
5.2.4 习题选编 …… 195
5.3 机械振动与机械波自测题 …… 198
机械振动 A 套 …… 198
机械振动 B 套 …… 199
机械波 A 套 …… 200
机械波 B 套 …… 202
第六章 波动光学
6.1 光的干涉 …… 204
6.1.1 基本要求 …… 204
6.1.2 内容概述 …… 204
6.1.3 例题分析 …… 208
6.1.4 习题选编 …… 211

需要全本请访问 www.ertongbook.com

6.2　光的衍射 …… 213
6.2.1　基本要求 …… 213
6.2.2　内容概述 …… 213
6.2.3　例题分析 …… 215
6.2.4　习题选编 …… 217
6.3　光的偏振 …… 218
6.3.1　基本要求 …… 218
6.3.2　内容概述 …… 219
6.3.3　例题分析 …… 220
6.3.4　习题选编 …… 221
6.4　波动光学自测题 …… 222
A 套 …… 222
B 套 …… 223
习题参考答案 …… 224

第一章 力　学

1.1 质点力学

1.1.1 基本要求

1.1.1.1 质点运动学

1. 掌握描述质点运动和运动变化的物理量——位置矢量、位移、速度、加速度，理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性。

2. 理解运动方程的物理意义及作用，掌握运用运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度的方法，以及已知质点运动的加速度和初始条件求速度、运动方程的方法。

3. 理解质点在平面内作曲线运动时的切向加速度和法向加速度的概念。

4. 掌握质点作圆周运动时描述质点运动和运动变化的物理量——角位置、角速度和角加速度等概念。

5. 理解运动描述的相对性和伽利略速度变换式，并会用它求简单的质点相对运动问题。

1.1.1.2 质点动力学

1. 掌握力的概念和力的分析方法。

2. 掌握牛顿运动三定律的内容及其适用范围和条件。能用微积分方法求解一维变力作用下简单的质点动力学问题。

3. 熟练掌握隔离体法解题的一般步骤和方法。

1.1.1.3 动量守恒与能量守恒

1. 掌握动量、冲量的概念和物理意义。

2. 掌握动量定理和动量守恒定律，能分析简单系统在平面内运动的力学问题。

3. 掌握功的概念。能计算直线运动情况下变力的功。

4. 理解保守力做功的特点及势能的概念，会计算重力势能和弹性势能。

5. 掌握质点的动能定理、功能原理和机械能守恒定律，掌握运用守恒定律分析问题的思想和方法。

1.1.2 内容概述

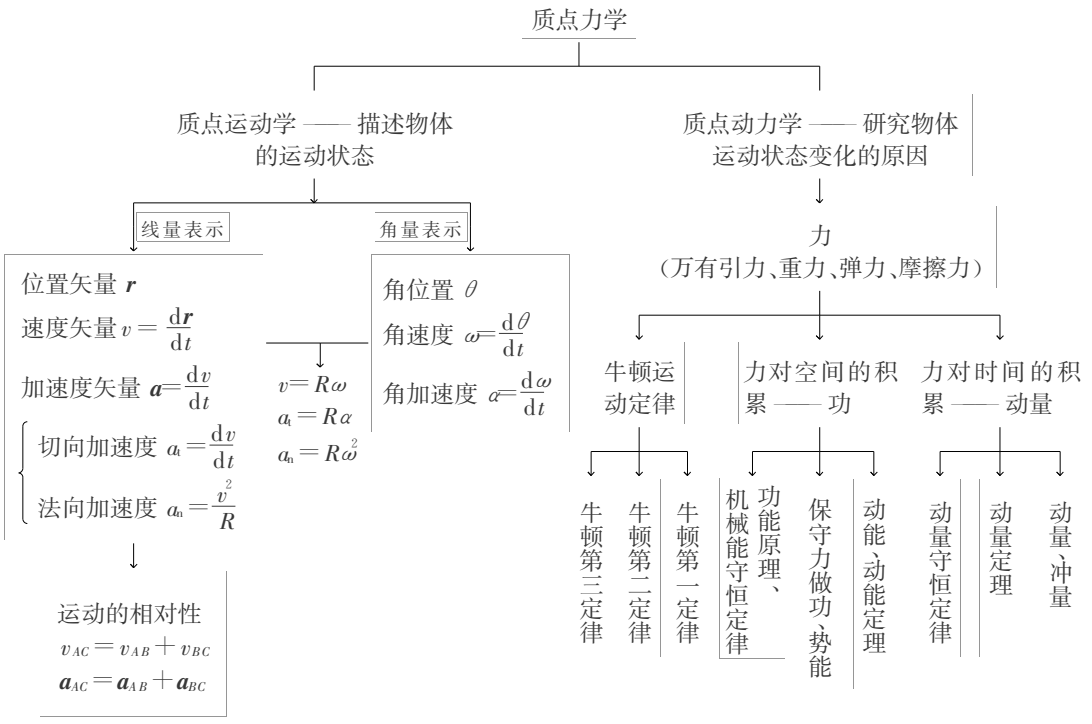
1.1.2.1 框图(见下页)

1.1.2.2 基本内容

1. 质点运动学的基本概念和关系式

为描述物体的运动而选定的标准物体称为参照系。为了定量地描述物体在参照系中的运动，在参照系中确定坐标的原点和坐标轴的方向，构成坐标系。常用的坐标系有固定的直角坐标系和自然坐标系。

在研究某一物体的运动时，倘若物体的大小和形状与周围环境相比，都可以忽略不计，我们就把它看作是一个具有一定质量的点，称为质点。另外，当一个物体只作平动时，其上任一



点的运动都可代表物体的运动，这时我们也可以把物体看作是一个质点。

（1）与质点位置相关的物理量

以选定的坐标系的原点为起始点，以质点所在的点为终止点的矢量是质点的位置矢量，记作 $\boldsymbol{r}$。在直角坐标系中表示为：$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$。位置矢量具有矢量性，其方向由坐标原点指向质点所在的位置；位置矢量具有瞬时性，不同时刻质点所在的位置是不同的；位置矢量还具有相对性，在不同的参照系中，则位置矢量亦有不同的表示。

在某一段时间内质点位置的改变叫作质点在这段时间内的位移，记作 $\Delta\boldsymbol{r}$，它是由质点的起始点指向终止点的有向线段，位移是描述质点位置变化的大小和方向的物理量。其表达式为：

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$$

质点沿其运动轨迹经过的实际距离是路程，记作 s，路程是恒为正的标量。

注意 位移与路程的区别。位移不同于质点运动的实际路径，它反映了质点位置变化的实际效果，是矢量；而路程是质点运动的实际路径的长短，是标量。

（2）运动方程与轨迹方程

质点的位置矢量随时间变化的函数关系式称为质点的运动方程，表示为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

运动方程也可以用分量形式表示为

$$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$$

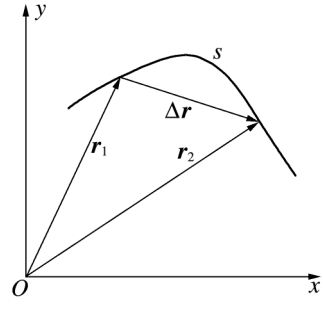


图 1-1

质点运动时在空间所经历的路径的数学表达式称为质点的轨迹方程。求解方法如下：

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \xrightarrow{\text{消去时间 } t} \boxed{f(x,\ y,\ z) = 0}$$

轨迹方程

(3) 与速度相关的物理量

质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与发生该位移所经历的时间间隔 Δt 之比等于质点的平均速度 $\bar{v}$。平均速度是矢量，其方向与位移方向一致。

$$\bar{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{t_2 - t_1}$$

注意　求平均速度时，首先要明确它对应的是哪一段时间间隔内的平均速度，其次求出该段时间间隔内的位移，最后运用平均速度的定义式求出平均速度。平均速度是矢量，既有大小又有方向。

瞬时速度 v 简称速度，是平均速度在 $\Delta t \to 0$ 时的极限，它是描述质点位置变化快慢和方向的物理量。在直角坐标系中表示为：

$$v = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\,\boldsymbol{i} + v_y\,\boldsymbol{j} + v_z\,\boldsymbol{k}$$

速度的大小为　　$|\ v\ | = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

速度的方向总是沿运动轨迹的切线方向。

在自然坐标系中，速度表示为 $v = v\boldsymbol{e}_t$，$\boldsymbol{e}_t$ 是沿切线方向的单位矢量。与位置矢量相似，速度也具有矢量性、瞬时性和相对性。

质点所经历的路程长度 Δs 除以走过这段路程所需的时间就是质点在该时间段内的平均速率，记作 $\bar{v}$。

平均速率不同于平均速度，它是标量。

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

平均速率在 $\Delta t \to 0$ 时的极限值就是瞬时速率，记作 v，瞬时速率也就是速度的大小。瞬时速率是标量，它是描述质点路程随时间变化快慢的物理量。

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = |\ v\ | = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

(4) 与加速度相关的物理量

平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 是质点速度的增量 Δv 与发生该变化的时间间隔 Δt 之比。平均加速度是矢量，其方向与速度的增量 Δv 的方向相同。

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

瞬时加速度 $\boldsymbol{a}$ 则是当 $\Delta t \to 0$ 时，平均加速度的极限，它是描述质点速度变化快慢和方向的物理量。在直角坐标系中：

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} = a_x\,\boldsymbol{i} + a_y\,\boldsymbol{j} + a_z\,\boldsymbol{k}$$

在自然坐标系中：$\boldsymbol{a} = a_t\boldsymbol{e}_t + a_n\boldsymbol{e}_n$（$\boldsymbol{e}_n$ 为沿法线方向的单位矢量）

切向加速度 a_t 是加速度沿质点轨道切线方向的分量，它是由于速度大小的变化而产生的，

切向加速度的大小等于速率对时间的一阶导数：$a_t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，式中 v 为速率。

法向加速度 a_n 是加速度沿质点轨道法线方向的分量，它是由于速度方向的变化而产生的。法向加速度的大小 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$，ρ 为曲率半径。

(5) 圆周运动的角量表示

当质点在圆周上运动时，位置矢量与 Ox 轴间的夹角称为质点的角位置 θ 或角坐标。角位置 θ 是时间的函数，$\theta = \theta(t)$。在国际单位制(SI)中，角位置的单位是弧度(rad)。

角位置 θ 随时间的变化率就是角速度 ω，即：$\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，在 SI 制中，角速度的单位是弧度每秒(rad/s)。

角速度 ω 随时间的变化率就是角加速度 α，即：$\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$，在 SI 制中，角加速度的单位是弧度每秒平方(rad/s^2)。

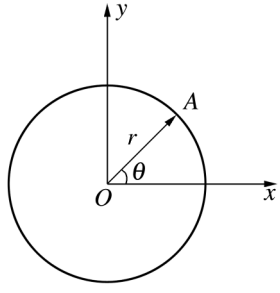


图 1-2

质点运动的角量表示与线量表示之间的关系有：

弧长与圆心角　$s = r\theta$

速率与角速度　$v = r\omega$

切向加速度与角加速度　$a_t = r\alpha = r\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

法向加速度与角速度　$a_n = \dfrac{v^2}{r} = r\omega^2$

若质点作匀速率圆周运动，则在任意时刻该质点在圆周上各点处的速率 v 都相等。此时质点的切向加速度为零，法向加速度即为向心加速度，总加速度指向圆心。总加速度可以表示为

$$\boldsymbol{a} = a_n \boldsymbol{e}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n$$

若质点作变速率圆周运动，则质点在圆周上各点处的速率是随时间改变的。此时质点的切向加速度不为零，所以总加速度不再指向圆心，如图 1-3 所示。总加速度表示为

$$\boldsymbol{a} = a_t \boldsymbol{e}_t + a_n \boldsymbol{e}_n = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t + \frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n$$

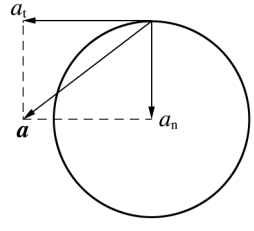


图 1-3

若质点作匀变速率圆周运动，则质点的角加速度 α 为常量，如果在 $t = 0$ 时，$\theta = \theta_0$，$\omega = \omega_0$，那么在任意时刻，

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

(6) 相对速度和相对加速度

有两个坐标系 B 和 C，设质点 A 相对于 B 系的位置矢量、速度、加速度分别用 $\boldsymbol{r}$、v_{AB} 和 $\boldsymbol{a}_{AB}$ 表示，质点相对于 C 系的位置矢量、速度、加速度分别用 $\boldsymbol{r}'$、v_{AC} 和 $\boldsymbol{a}_{AC}$ 表示，$\boldsymbol{R}$ 表示 C 系的原点在 B 系中的位置矢量，如图 1-4 所示。C 系相对于 B 系的速度：$v_{CB} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}}{\mathrm{d}t}$，$C$ 系相对于 B 系的加速

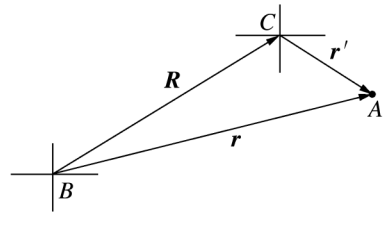


图 1-4

度：$\boldsymbol{a}_{CB}=\frac{\mathrm{d}\,v_{CB}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{R}}{\mathrm{d}t^2}$。

两个坐标系中的各物理量的关系由下式表示：

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{R}$$

$$v_{AB}=v_{AC}+v_{CB}$$

$$\boldsymbol{a}_{AB}=\boldsymbol{a}_{AC}+\boldsymbol{a}_{CB}$$

习惯上我们将质点相对于静止坐标系的速度称为绝对速度，质点相对于运动坐标系的速度称为相对速度，运动坐标系相对于静止坐标系的速度称为牵连速度。

2. 质点动力学的基本概念和关系式

(1) 力

力是物体间的相互作用。三种常见的力是万有引力、弹力和摩擦力。

万有引力是物体之间存在的一种相互吸引力，其大小与两物体的质量乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比。地球对地面附近物体的万有引力即为重力，其方向指向地球中心，大小为物体的质量乘以重力加速度。表示为：$G=mg$。

弹力是物体因形变而产生欲使其恢复原来形状的、在物体间的作用力。例如压力、张力、拉力、支持力和弹簧的弹性力。根据胡克定律，在弹性限度内，弹簧弹性力的大小与弹簧的形变成正比，弹性力的方向与形变方向相反，表示为

$$f=-kx$$

摩擦力是两个相互接触的物体有相对运动或运动趋势时，在接触面间产生的阻碍运动的力。当两个相接触的物体有相对滑动的趋势但尚未滑动时所产生的摩擦力是静摩擦力；当两个相接触的物体有相对滑动时所产生的摩擦力是滑动摩擦力。滑动摩擦力的大小等于滑动摩擦系数乘以正压力，即：$f=\mu N$。

(2) 牛顿运动定律

牛顿第一运动定律(惯性定律)：一切物体将保持其静止状态或匀速直线运动状态，除非作用在物体上的力迫使它改变这个状态。

牛顿第二运动定律：某时刻，作用在物体上的合力，等于动量对时间的变化率。即：

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$$

在处理宏观、低速运动的问题时，物体的质量为常量，可推得：$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$，即作用在物体上的合力，等于物体的质量乘以物体的加速度。

牛顿第三运动定律(作用力与反作用力定律)：物体间的相互作用力是成对出现的，作用力与反作用力同时出现，同时消失，它们性质相同、大小相等、方向相反、作用在两个不同的物体上。可表示为

$$\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{F}'$$

(3) 注意

第一定律的本质：形式上，牛顿第一运动定律是牛顿第二运动定律的特例，它是物体所受合力为零时的第二运动定律，即：$\Sigma\boldsymbol{F}=0$时，$\boldsymbol{a}=0$，所以$v=$恒矢量。实质上，牛顿第一运动定律引进了惯性和力这两个重要概念，明确了力是改变物体运动状态的原因，指出了任何物体都具有保持其原有运动状态不变的特性，即惯性。

第二定律的分量形式：运用牛顿第二运动定律解题的过程中，我们常使用牛顿第二运动定律的分量形式。直角坐标系中

需要全本请访问 www.ertongbook.com

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases}$$

自然坐标系中

$$\begin{cases} F_t = ma_t \quad (\text{切向力}) \\ F_n = ma_n \quad (\text{法向力}) \end{cases}$$

隔离体法解题：

运用隔离体法解题可分五步进行：

a. 隔离物体——将所研究的运动物体从环境中隔离出来；

b. 分析受力——分析每个物体所受的作用力，用力的图示方法将它们表示出来；

c. 选择坐标——选择一个适当的参照系，坐标原点和方向的选择应尽可能使解题方便；

d. 列出方程——根据牛顿运动定律列出方程；

e. 正确求解——求方程组的解。

3. 守恒定律

(1) 动量守恒定律

质点的质量 m 与速度 v 的乘积称为动量，记作 $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{p} = mv$。动量是矢量，其方向与质点的速度方向相同。SI 制中，动量的单位是：千克·米/秒(kg·m/s)。

根据牛顿第二运动定律，作用在质点上的合外力就等于动量随时间的变化率，即：

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$$

由上式可得

$$\boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \mathrm{d}\boldsymbol{p} = \mathrm{d}(mv)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = mv_2 - mv_1$$

上式的左式 $\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$ 是力对时间的积分，称为力的冲量，记作 $\boldsymbol{I}$，冲量的大小就等于 $F-t$ 曲线下的面积。上式的右式为动量的增量。上式表明在给定时间间隔内，外力作用在质点上的冲量，等于在此段时间间隔内动量的增量，这就是质点的动量定理。表示为：

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = mv_2 - mv_1$$

冲量也是矢量，但是冲量的方向并不一定是力的方向，而是动量增量的方向。在 SI 制中，冲量的单位是牛顿·秒(N·s)，其量纲与动量的量纲相同。

在碰撞、打击、爆炸等问题中，由于作用时间极其短暂，冲力随时间变化关系式不易确定，常用平均冲力 $\overline{\boldsymbol{F}}$ 取代。

$$\overline{\boldsymbol{F}}(t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = mv_2 - mv_1$$

平均冲力：$\overline{\boldsymbol{F}} = \dfrac{mv_2 - mv_1}{t_2 - t_1}$

质点系的动量定理：作用于系统的合外力的冲量等于系统动量的增量，即：

$$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_{外} \right) \mathrm{d}t = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \sum_{i=1}^{N} m_i v_{i2} - \sum_{i=1}^{N} m_i v_{i1}$$

当

$$\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_{外} = 0 \text{ 时，} \sum_{i=1}^{N} m_i v_{i2} - \sum_{i=1}^{N} m_i v_{i1} = 0$$

即：
$$\sum_{i=1}^{N} m_i v_{i2} = \sum_{i=1}^{N} m_i v_{i1} = \text{恒矢量}$$

即当系统所受合外力为零时，系统的总动量将保持不变，这就是动量守恒定律。

应用动量守恒定律时应注意：

a）动量守恒定律成立的条件是系统所受的合外力为零。

b）系统的动量守恒是指系统的总动量不变，系统内任一物体的动量是可变的。内力的存在只改变系统内动量的分配，而不能改变系统的总动量。

c）动量守恒定律中，各物体的动量（或速度）必须相对于同一惯性参考系。

d）在碰撞、打击、爆炸等问题中，当外力远小于系统的内力时，可略去外力的作用，近似地认为系统动量守恒。

e）若某一方向合外力为零，则此方向动量守恒。

$$若\sum F_{ix} = 0，则\sum m_i v_{ix} = 恒量。$$

$$若\sum F_{iy} = 0，则\sum m_i v_{iy} = 恒量。$$

（2）能量守恒定律

力对质点所做的功：力在质点位移方向的分量与位移大小的乘积称为功。功是标量，但功有正负之分，结果由力与位移方向间夹角的大小而确定。在 SI 制中，力的单位是牛顿，位移的单位是米，所以功的单位是牛顿米，又称焦耳（J）。

质点在恒力 $\boldsymbol{F}$ 作用下，产生的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，则恒力所做的功为：

$$W = \boldsymbol{F}\cdot\Delta\boldsymbol{r} = F_x\Delta x + F_y\Delta y + F_z\Delta z$$

质点在变力作用下，由 A 点运动到 B 点，计算变力所做的功时，首先求在无限小位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 上力的元功：

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = F_x\mathrm{d}x + F_y\mathrm{d}y + F_z\mathrm{d}z$$

然后计算整个过程中变力所做的功：

$$W = \int_A^B \mathrm{d}W = \int_A^B (F_x\mathrm{d}x + F_y\mathrm{d}y + F_z\mathrm{d}z)$$
$$= \int_A^B F_x\mathrm{d}x + \int_A^B F_y\mathrm{d}y + \int_A^B F_z\mathrm{d}z$$

功的大小在数值上等于 $F-x$ 曲线下的面积。

若同时有几个力作用在质点上，那么合力对质点所做的功，等于每个分力所做功的代数和，即：

$$W = \int_A^B \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_A^B (\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$
$$= \int_A^B \boldsymbol{F}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} + \int_A^B \boldsymbol{F}_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} + \cdots + \int_A^B \boldsymbol{F}_n\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$
$$= W_1 + W_2 + \cdots + W_n$$

做功与路径无关的力为保守力，因此物体在保守力作用下，沿任意闭合路径运动一周时，保守力所做的功为零。重力、弹簧的弹性力、万有引力和静电场力均为保守力。

做功与路径有关的力为非保守力，因此物体在非保守力作用下，沿任意闭合路径运动一周时，非保守力所做的功不为零。摩擦力是非保守力。

动能和动能定理：

动能是与运动有关的能量，记作 E_k，$E_k = \frac{1}{2}mv^2$，单位为焦耳(J)。

合力对质点所做的功等于质点动能的增量，即质点的动能定理，表示为：

$$W = E_k - E_{k0} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

说明质点的动能的改变只有通过合外力做功才会实现，功是能量变化的量度。

对质点系而言，作用在系统上的合力对物体所做的功等于系统动能的增量，即质点系的动能定理，表示为：

$$W_{合力} = \sum_{i=1}^{N} W_i = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0}$$

势能是与位置有关的能量，记作 E_p。常用的势能有：

$$E_p = \begin{cases} mgh \text{——重力势能} \\ \frac{1}{2}kx^2 \text{——弹性势能} \end{cases}$$

对于质点系而言，保守力做功等于质点系势能增量的负值。

$$W_{保守力} = -\left(\sum_{i=1}^{n} E_{pi} - \sum_{i=1}^{n} E_{pi0}\right)$$

功能原理：

根据动能定理

$$W_{合力} = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0}$$

由于合力做功包含内力和外力两部分力做功之和，而内力又分为保守内力和非保守内力两部分，所以上式可写为

$$\begin{aligned} W_{合力} &= W_{外力} + W_{内力} = W_{外力} + W_{保守内力} + W_{非保守内力} \\ &= W_{外力} - \left(\sum_{i=1}^{n} E_{pi} - \sum_{i=1}^{n} E_{pi0}\right) + W_{非保守内力} \\ &= \sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0} \end{aligned}$$

移项后得

$$W_{外力} + W_{非保守内力} = \left(\sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} E_{pi} - \sum_{i=1}^{n} E_{pi0}\right)$$

所以

$$\begin{aligned} W_{外力} + W_{非保守内力} &= \left(\sum_{i=1}^{n} E_{ki} + \sum_{i=1}^{n} E_{pi}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} E_{ki0} + \sum_{i=1}^{n} E_{pi0}\right) \\ &= E - E_0 \end{aligned}$$

其中，$E_0 = \sum_{i=1}^{n} E_{ki0} + \sum_{i=1}^{n} E_{pi0}$，$E = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} + \sum_{i=1}^{n} E_{pi}$，分别为系统始末状态的机械能。

由上述推论可知，作用在系统上的外力与非保守内力做功之和等于系统机械能的增量，此乃功能原理。

进一步假设，若作用在系统上的外力与非保守内力做功之和为零，则有：

$$\left[\sum_{i=1}^{n}E_{ki}+\sum_{i=1}^{n}E_{pi}\right]-\left[\sum_{i=1}^{n}E_{ki0}+\sum_{i=1}^{n}E_{pi0}\right]=0$$

$$\sum_{i=1}^{n}E_{ki}+\sum_{i=1}^{n}E_{pi}=\sum_{i=1}^{n}E_{ki0}+\sum_{i=1}^{n}E_{pi0}$$

$$E=E_0$$

说明当作用在系统上的外力与非保守内力不做功，只有重力、弹性力等保守内力做功时，系统的总机械能是守恒的，此乃机械能守恒定律。

对于一个与自然界无任何联系的系统来说，系统内各种形式的能量可以相互转换，但它既不能增加也不能减少，总能量是守恒的，这就是能量转换与守恒定律。能量转换与守恒定律是自然界最基本的守恒定律之一，机械能守恒定律是一种特殊的情形，它只适用于只有保守力做功的情况。

1.1.3　例题分析

1.1.3.1　质点运动学例题

1. 质点运动的描述

运动学主要解决的两类问题：第一类是求导问题，即已知运动方程，运用求导的方法求速度、加速度等。第二类是积分问题，即已知加速度和初始条件，运用积分的方法，求速度、运动方程。

【例 1-1】 已知一质量为 2 kg 的质点的运动学方程为：$\boldsymbol{r}=4t^2\boldsymbol{i}+(2t+3)\boldsymbol{j}$(SI 制)，试求：(1) 从 $t=1$ s 到 $t=2$ s 质点的位移。(2) $t=2$ s 时质点的速度与加速度。(3) 质点的轨迹方程。(4) 头 2 秒内质点的平均速度和平均加速度。(5) 作用在质点上的合力。(6) 头 2 秒内作用在质点上的合力所做的功。

分析　解这类问题时，重要的是应正确理解各物理量的意义，辨清以下各物理量之间的区别：位移和路径间的区别、平均速度和平均速率间的区别、运动方程与轨迹方程间的区别。功的计算有多种方法，除了利用功的定义式外，还可运用功能关系来求解。

【解】 (1) $t=1$ s，$\boldsymbol{r}_1=4\boldsymbol{i}+5\boldsymbol{j}$(m)；$t=2$ s，$\boldsymbol{r}_2=16\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}$(m)

所以位移为：$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=12\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$(m)

(2) 速度为：$v=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=8t\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$ (m/s)，加速度为：$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=8\boldsymbol{i}$(m/s^2)

$t=2$ s 时，$v_2=16\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$(m/s)，$\boldsymbol{a}_2=8\boldsymbol{i}$(m/s^2)

(3) 由运动方程的分量形式：$\begin{cases}x=4t^2\\y=2t+3\end{cases}$　消去时间 t，得：$x=4\left(\dfrac{y-3}{2}\right)^2$，

所以轨迹方程为：$x=(y-3)^2$

(4) $t=0$ 时，$\boldsymbol{r}_0=3\boldsymbol{j}$(m)，$v_0=2\boldsymbol{j}$(m/s)；

$t=2$ s 时；$\boldsymbol{r}_2=16\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}$(m)，$v_2=16\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$(m/s)

所以头 2 秒内质点的平均速度为：$\bar{v}=\dfrac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0}{2-0}=8\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$(m/s)，

头 2 秒内质点的平均加速度为：$\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{v_2-v_0}{2-0}=8\boldsymbol{i}$(m/s^2)

(5) 根据牛顿第二运动定律，$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=16\boldsymbol{i}$(N)，说明作用在质点上的合力为一恒力，大小为 16 N，方向沿 x 轴正方向。

(6) [解法一] 根据动能定理，合力所做的功等于动能的增量，所以

$$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}m[(v_{2x}^2+v_{2y}^2)-(v_{0x}^2+v_{0y}^2)]$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot[(16^2+2^2)-2^2]=256(\mathrm{J})$$

[解法二] 运用恒力做功计算：

$$W=\boldsymbol{F}\cdot\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{F}\cdot(\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0)=16\boldsymbol{i}\cdot(16\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{j})=256(\mathrm{J})$$

【例 1-2】 一质点从原点出发作直线运动，其速度时间曲线（$v-t$ 图）如图 1-5 所示，求 AB、BC 和 CD 各段时间内的(1) 质点的加速度；(2) 第 1 秒末至第 3 秒末间的位移；(3) 质点的运动方程。

分析 图线也可以直观地描述质点的运动。$v-t$ 图中曲线上各点的坐标代表了不同时刻速度的大小，某点的斜率代表了该时刻质点的加速度，曲线与横坐标所包围的面积，代表了该时间间隔内的位移，面积在横坐标上方位移为正，否则为负，面积的绝对值之和表示质点所经历的路程。

【解】 (1) 由 $v-t$ 关系曲线可知：

AB 段：速度为常数，所以加速度 $a_1=0$；

BC 段：质点作匀加速直线运动，

$$a_2=\frac{30-10}{3-1}=10(\mathrm{m/s^2})$$

CD 段：质点作匀减速直线运动，

$$a_3=\frac{0-30}{5-3}=-15(\mathrm{m/s^2})$$

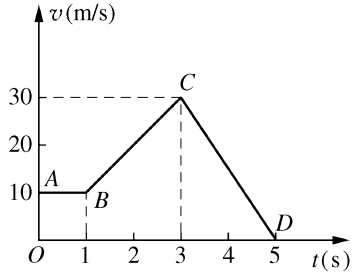


图 1-5

(2) 质点在第 1 秒末至第 3 秒末间的位移为 $v-t$ 关系曲线 BC 下的面积：

$$\Delta x=40(\mathrm{m})$$

(3) [解法一]

设质点的运动方程为 $x=x(t)$，设 $t=t_0$ 时刻质点位于 x_0 处，t 时刻质点位于 x；因为速度 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，所以 $x-x_0=\int_{t_0}^{t}v\mathrm{d}t$

AB 段 $(0\leqslant t\leqslant 1)$：$v=10(\mathrm{m/s})$，由于质点从原点出发，即 $t_A=0$ 时，$x_A=0$，所以，

$$x-0=\int_0^t 10\mathrm{d}t,$$

得：
$$x=10t \tag{1}$$

BC 段 $(1\leqslant t\leqslant 3)$：$v=10t(\mathrm{m/s})$，由式(1)得：$t_B=1\ \mathrm{s}$ 时，$x_B=10\ \mathrm{m}$，所以

$$x-x_B=\int_{t_B}^{t}v\mathrm{d}t,\text{即：}x-10=\int_1^t 10t\mathrm{d}t$$

得：
$$x=5+5t^2 \tag{2}$$

CD 段 $(3\leqslant t\leqslant 5)$：$v=-15t+75(\mathrm{m/s})$；由式(2)得：$t_C=3\ \mathrm{s}$ 时，$x_C=50\ \mathrm{m}$，所以

$$x-x_C=\int_{t_C}^{t}v\mathrm{d}t,\text{即：}x-50=\int_3^t(-15t+75)\mathrm{d}t,$$

得：$$x=-\frac{15}{2}t^2+75t-\frac{215}{2} \tag{3}$$

[解法二]

本题亦可用匀变速直线运动的公式求解。由图 1-5 可知：

在 AB 段 $(0\leqslant t\leqslant 1)$：质点作速度 $v=10\ \mathrm{m/s}$ 的匀速直线运动，且质点是从原点出发的，所以有：$x=vt=10t$；

在 BC 段 $(1\leqslant t\leqslant 3)$：以 B 为起始点，$t_B=1\ \mathrm{s}$ 时，$x_B=10\ \mathrm{m}$。质点作初速度 $v_B=10\ \mathrm{m/s}$，加速度 $a=10\ \mathrm{m/s}$ 的匀加速直线运动。所以有：$x-x_B=v_B(t-1)+\frac{1}{2}a(t-1)^2$，将 a、v_B、x_B 的值代入上式，得：$x=5+5t^2$；

在 CD 段 $(3\leqslant t\leqslant 5)$：$C$ 为起始点，$t_C=3\ \mathrm{s}$ 时，$x_C=50\ \mathrm{m}$，质点作初速度 $v_C=30\ \mathrm{m/s}$，加速度 $a=-15\ \mathrm{m/s^2}$ 的匀减速直线运动，所以有：$x-x_C=v_C(t-3)+\frac{1}{2}a(t-3)^2$，将 a、v_C、x_C 的值代入上式，得：$x=-\frac{15}{2}t^2+75t-\frac{215}{2}$。

【例 1-3】 一质点沿 x 轴运动，其加速度与位置坐标的关系为 $a=2+6x^2$（SI 制），如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

分析　本题旨在求解 $v=v(x)$，因为已知加速度随变量 x 变化的关系式，所以必须通过变量代换，将速度随时间 t 的变化率转换成速度随位置 x 的变化率，然后通过分离变量，再积分求出任意位置处的速度。

【解】 设质点在 x 处的速度为 v，则：

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\cdot\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=2+6x^2$$

分离变量，将分母上的 $\mathrm{d}x$ 移到等式的右边，所以 $v\cdot\mathrm{d}v=(2+6x^2)\cdot\mathrm{d}x$

对上式两边取积分：

$$\int_{v=0}^{v}v\cdot\mathrm{d}v=\int_{x=0}^{x}(2+6x^2)\cdot\mathrm{d}x$$

解得：$\frac{1}{2}v^2=2x^3+2x$

所以 $v=\pm 2\sqrt{x^3+x}\ (\mathrm{m/s})$

【例 1-4】 如图 1-6 所示，以一定初速率斜向上抛出一物体，若忽略空气阻力，当该物体的速度 v 与水平面的夹角为 θ 时，求它的切向加速度 a_t、法向加速度 a_n 以及在抛物线轨道最高点时的曲率半径 ρ。

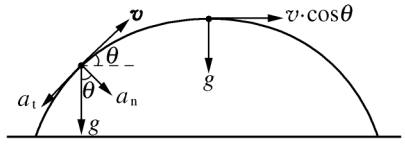


图 1-6

分析　物体在飞行过程中不同位置处的法向加速度和切向加速度的大小、方向均在变化，但由于物体只受到重力的作用，所以其总加速度始终为重力加速度，方向竖直向下，大小为 g。

【解】 物体在运动过程中，只受到重力的作用，加速度为重力加速度 $\boldsymbol{g}$，由矢量分解得：

切向加速度为：$a_t=-g\cdot\sin\theta$；

法向加速度为：$a_n=g\cdot\cos\theta$

物体在抛物线轨道最高点时的法向加速度为 g，速度为 $v\cdot\cos\theta$，因此，

需要全本请访问 www.ertongbook.com