大　学　物　理

新版

（上册）

主　编　吴百诗
编　者　焦兆焕　张孝林　李甲科
　　　　王小力　周瑞云　等

北　京

内 容 简 介

本书是在西安交通大学使用多年的教材的基础上修改而成的.全书力图在切实加强基础理论的同时,突出培养学生分析问题、解决问题的能力和独立获取知识的能力.

本书包括力学和电磁学两部分.力学重点为功和能,以及三个守恒定律;电磁学重点为静电场、稳恒磁场和电磁感应.

本书可作为工科大学各专业、理科与师范非物理专业及成人教育相关专业的大学生教材,也可供有志者自学.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理(新版)(上册)/ 吴百诗主编.—北京:科学出版社,2001
ISBN 7-03-008678-3

Ⅰ.大… Ⅱ.吴… Ⅲ.物理学-高等学校-教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 65349 号

责任编辑:鄢德平　昌　盛/ 责任校对:陈玉凤
责任印制:安春生/ 封面设计:高海英

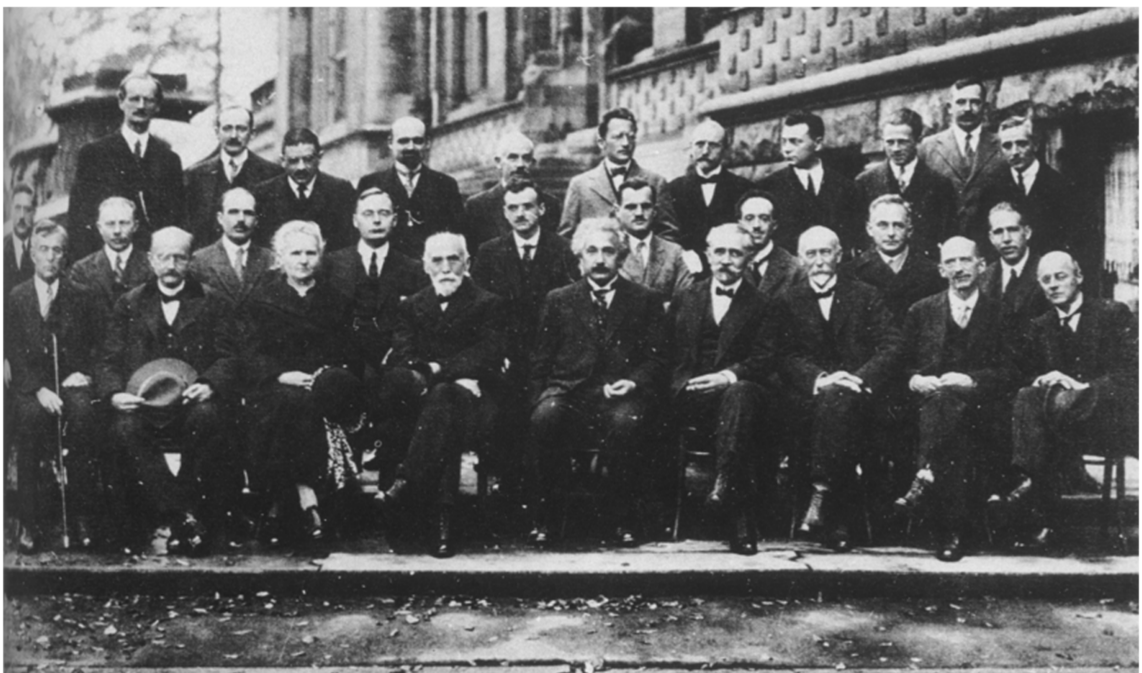
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2001 年 2 月第　一　版　　开本:B5(720×1000)
2004 年 7 月第七次印刷　　印张:32 1/2 插页:2
印数:61 001—75 000　　字数:626 000

定价:30.00 元

力　学

力学是研究物体机械运动规律的学科.一个物体相对于另一个物体的位置随时间变化,或者一个物体内部各部分之间的相对位置随时间变化,都属机械运动.机械运动是物质最简单、最基本的运动形式.几乎在物质运动的所有形式中都包含机械运动,因而力学成为物理学和许多工程技术学科的基础.

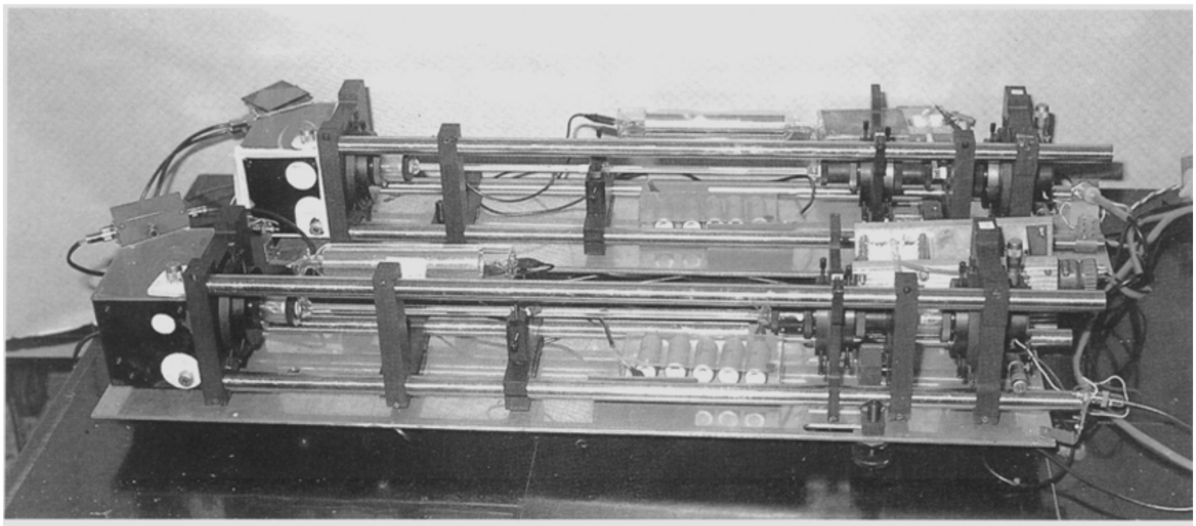
本书力学部分包括质点运动学和动力学、刚体的平动和绕定轴转动的运动学和动力学及机械振动基础等.



第五次索尔维会议与会者合影(1927)

索尔维物理会议是著名的国际物理学会议,创立于1911年,以后基本上3～5年举行一次,参加会议的人数不多,但都是来自世界各国最杰出的物理学家.这个会议主要讨论物理学发展中有待解决的带有方向性的关键问题,会议的结果对整个物理学乃至整个科学和技术的发展都起着重要的导向作用.照片为1927年召开的第五次索尔维会议参加者合影.这次会议的主题是电子和光子.参加会议的有N.玻尔、M.玻恩、W.L.布拉格、L.N.布里渊、L.V.德布罗意、A.H.康普顿、M.居里、德拜、P.A.M狄拉克、厄任费斯脱、A.爱因斯坦、W.K.海森伯、朗之万、W.泡利、普朗克、里查孙、薛定谔.

第 1 章　质点运动学



国家激光波长基准　National laser wavelength standard

在国际制单位中，长度的单位是米(m).1791 年法国决定把通过巴黎的子午线长度的$(40\ 000\ 000)^{-1}$规定为 1 米.1889 年第一届国际计量大会决定，把这个长度用铂铱合金制成标准米原器，保存在巴黎国际计量局里，作为米的标准.1960 年第十一届国际计量大会将长度的标准改为由氪-86 原子的 $2p_{10}$ 和 $5d_5$ 能级跃迁所对应的辐射的波长，并定义 1 米等于该辐射在真空中1 650 763.73个波长.1983 年第十七届国际计量大会决定用光速定义米，即 1 米等于光在$(299\ 792\ 458)^{-1}$秒时间所经过路径的长度，同时规定了复现新的米定义的 8 种激光波长.图为中国计量科学研究院研制的用以实现新的米定义的甲烷稳频 He-Ne 激光器(6.12 μm)波长基准装置.

运动学从几何观点来研究和描述物体的机械运动,不考虑物体的质量及其所受的力.本章讨论质点运动学,在引入质点、参考系、坐标系等概念的基础上,介绍质点位置的确定方法及描述质点运动的重要物理量——位移、速度和加速度,并讨论质点匀变速直线运动和匀变速圆周运动等.

§1.1　质点位置的确定方法

1.1.1　质点的概念

任何物体都有大小和内部结构.物体运动时,一般说来,其上各点的运动状态是各不相同的.如果在所研究的问题中,物体上各点运动状态的差异只占很次要的地位,我们就可以忽略物体的大小和内部结构,把它看成一个有质量的几何点,叫做质点.例如在研究与地球绕太阳公转的有关问题时,地球的平均半径虽然大到6370 km,但是比起地球和太阳之间的平均距离(约为 1.5×10^{8} km)来讲仍然是微不足道的,地球上各点运动状态的差别完全可以忽略不计,因而可以把地球看成质点.再如,原子大小的数量级只有 10^{-10} m,但在研究原子结构问题时,却不能把它当作质点.必须指出,一个物体能否被看作质点,主要决定于所研究问题的性质.

质点是一个十分有用的理想模型.在不少实际问题中,可以把所研究的对象看作质点,研究其运动规律并得到有价值的结果;而在另一些问题中,如研究刚体、流体、弹性体的运动时,一般说来不能把整个研究对象看作质点,但可以把它们当作是由大量质点组成的,这样,通过研究"质点"运动,再采用高等数学方法处理,就有可能了解整个研究对象的运动规律,因此研究质点的运动规律也是研究一般物体运动规律的基础.

质点是从客观实际中抽象出来的理想模型,以后我们将要介绍的刚体、线性弹簧振子、理想气体、点电荷等都是理想模型.在科学研究中,常根据所研究问题的性质,突出主要因素,忽略次要因素,建立理想模型.这是经常采用的一种科学思维方法.这样做,可以使问题大为简化但又不失其客观真实性.值得注意的是,任何一个理想模型都有其适用条件,在一定条件下,它能否正确反映客观实际,还要通过实践来检验.

要确定一个质点的位置,或者要描述一个质点的运动,都必须选取一个或几个彼此没有相对运动的物体作为"参考".这些被选来作为"参考"的物体称为参考系.在运动学中,一般来说,参考系是可以任意选取的,但应注意到在所选取的参考系中,能使问题的研究方便和简洁.至于在研究动力学问题时,参考系一般是不能任意选取的.对此,将在第2章作进一步说明.

1.1.2　质点位置的确定方法

确定质点位置的方法,通常有以下几种:

1.坐标法

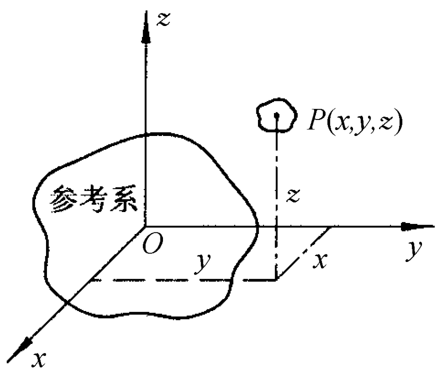


图 1.1

设某时刻质点在 P 点,建立一个固结在参考系上的三维直角坐标系 $Oxyz$,如图 1.1 所示,这样 P 点在空间的位置就可以用直角坐标(x, y, z)来确定.

质点在平面上运动时,可在该平面上建立一个二维直角坐标系 Oxy,质点的位置可用两个坐标(x, y)来确定.

最简单的情况是质点沿直线运动,这时可在该直线上建立一个坐标轴,例如 Ox 轴,质点的位置只需用一个坐标 x 就可确定了.

用坐标法确定质点的位置,当然不限于直角坐标系,根据问题的不同特点,也可以选用其它坐标系.如平面极坐标系、球坐标系、圆柱坐标系等,这里就不一一介绍了.

2.位矢法

质点的位置,还可以用一个矢量来确定.设某时刻质点在 P 点,我们在选定的参考系上任选一固定点 O,由 O 点向 P 点作一矢量 $\boldsymbol{r}$,如图 1.2 所示.$\boldsymbol{r}$ 的大小和方向确定了质点相对参考系的位置,称为位置矢量,简称位矢.

以位矢 $\boldsymbol{r}$ 的起点 O 为原点,建立直角坐标系 $Oxyz$,这样 P 点的直角坐标(x, y, z)也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴 x、y、z 的投影.用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x、y、z 三个坐标轴正方向的单位矢量,则位矢可表示为

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}} \tag{1.1}$$

例如质点 M 某时刻 t 的坐标为$(-3\,\mathrm{cm}, 2\,\mathrm{cm}, 5\,\mathrm{cm})$,如图 1.3 所示.则该质点在 t 时刻的位矢为 $\boldsymbol{r} = -3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 5\boldsymbol{k}$,又位矢 $\boldsymbol{r}$ 在时刻 t 沿 Ox、Oy、Oz 三坐标轴的投影为 $x = -3\,\mathrm{cm}$, $y = 2\,\mathrm{cm}$, $z = 5\,\mathrm{cm}$.用$|\boldsymbol{r}|$表示 $\boldsymbol{r}$ 的大小,则

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.2}$$

令 α、β、γ 分别表示 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 三个坐标轴的夹角,则有

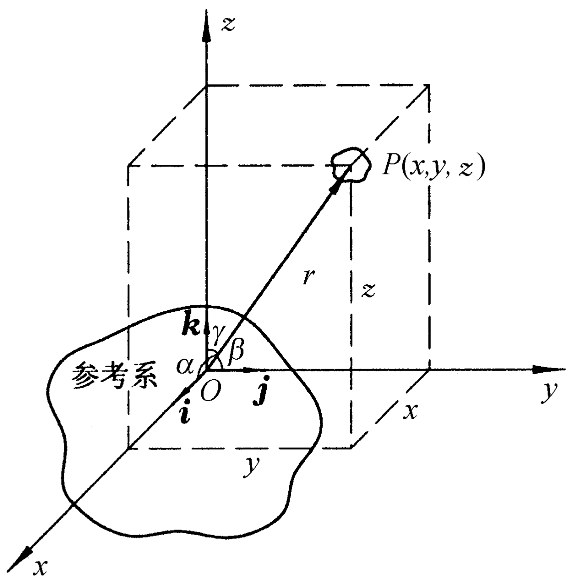


图 1.2

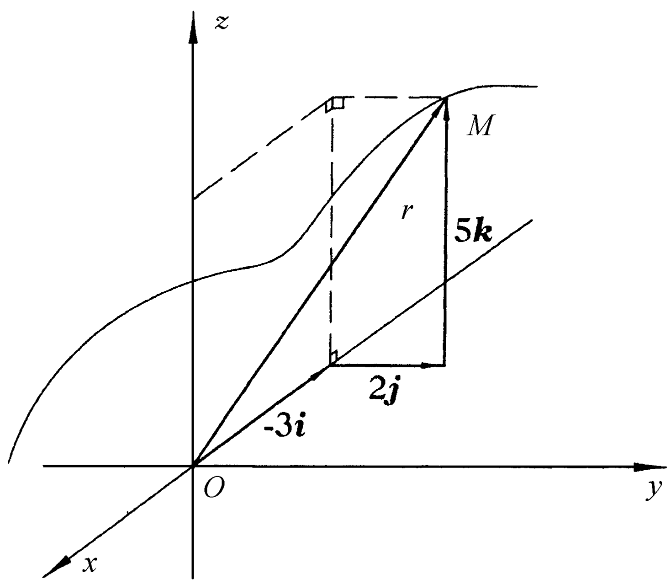


图 1.3

$$
\cos\alpha = \frac{x}{|\mathbf{r}|}
$$

$$
\cos\beta = \frac{y}{|\mathbf{r}|} \tag{1.3}
$$

$$
\cos\gamma = \frac{z}{|\mathbf{r}|}
$$

3.自然法

有些情况下,质点相对参考系的运动轨迹是已知的,例如,以地面为参考系,火车(视为质点)的运动轨迹(铁路轨道)是已知的.在这种情况下,可以采用如下的方法确定质点的位置:首先在已知的运动轨迹上任选一固定点 0,然后规定从 0 点起,沿轨迹的某一方向(例如向右)量得的曲线长度 s 取正值,这个方向常称为自然坐标的正向;反之为负向,s 取负值,如图 1.4 所示.这样质点在轨迹上的位置就可以用 s 唯一地确定,这种确定质点位置的方法称为自然法. 0 点称为自然坐标的原点,s 称为自然坐标.显然 s 和直角坐标 x、y、z 一样是代数量,其大小反映了质点与原点之间沿轨迹曲线的距离,其正负表明这个曲线距离是从轨迹上 0 点起沿哪个方向度量的.

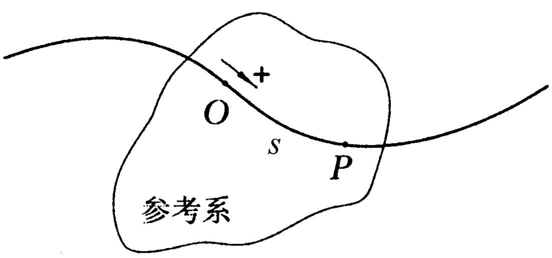


图 1.4

1.1.3 运动学方程

质点相对参考系运动时,用来确定质点位

置的直角坐标(x, y, z)、位矢 $\boldsymbol{r}$、自然坐标 s 等都将随时间 t 变化，都是 t 的单值连续函数.

用直角坐标(x, y, z)表示质点的位置时，有

$$\boxed{\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned}} \tag{1.4}$$

用位矢 $\boldsymbol{r}$ 表示质点的位置时，有

$$\boxed{\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)} \tag{1.5}$$

用自然坐标 s 表示质点的位置时，有

$$\boxed{s = f(t)} \tag{1.6}$$

方程(1.4)、(1.5)、(1.6)确定了在选定的参考系中质点位置随时间变化的关系，称为质点运动学方程.

知道了质点运动学方程，就可以确定质点在任意时刻的位置，因而也就知道了质点运动的轨迹.此外，利用已知的质点运动学方程，还可以确定质点在任意时刻的速度和加速度等.根据具体条件确定质点运动学方程，是研究质点运动学的一个重要环节.

例 1.1　一质点作匀速圆周运动，圆周半径为 r，角速度为 ω，如图 1.5 所示.试分别写出用直角坐标、位矢、自然坐标表示的质点运动学方程.

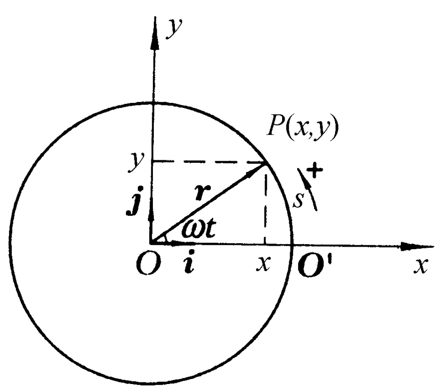


图 1.5

解　以圆心 O 为原点.建立直角坐标系 Oxy，取质点经过 x 轴上 O'点的时刻为计时起始时刻，即 $t=0$. 设 t 时刻质点位于 P，直角坐标为(x, y)，见图 1.5. 根据题设条件，质点作匀速圆周运动，$\angle O'OP = \omega t$，用直角坐标表示的质点运动学方程为

$$x = r\cos\omega t$$
$$y = r\sin\omega t$$

从圆心 O 向 P 点作位矢 $\boldsymbol{r}$，用位矢表示的质点运动学方程为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = r\cos\omega t\boldsymbol{i} + r\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

取轨迹与 x 轴的交点 O'为自然坐标原点，以逆时针向为自然坐标正向，用自然坐标表示的质点运动学方程为

$$s = r\omega t$$

例 1.2　如图1.6所示,直杆 AB 两端可以分别在两固定而相互垂直的直线导槽上滑动,已知杆的倾角 φ 按 $\varphi=\omega t$ 随时间变化,其中 ω 为常量,试求杆上任意点 M 的运动学方程和轨迹方程.

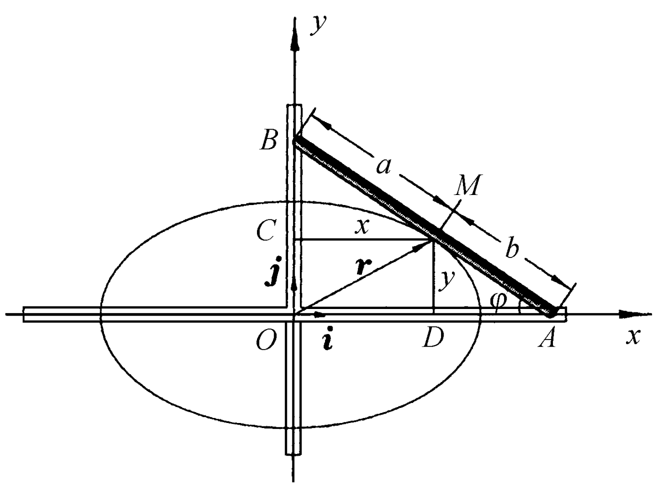


图 1.6

解　沿直线导槽作直角坐标系 Oxy,如图1.6所示.设 $\overline{AM}=b$, $\overline{BM}=a$,则 M 点的坐标为

$$x=a\cos\varphi=a\cos\omega t$$
$$y=b\sin\varphi=b\sin\omega t$$

这就是用直角坐标表示的 M 点的运动学方程.

从坐标原点 O 向 M 点作位矢 $\boldsymbol{r}$,有

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

这就是用位矢表示的 M 点的运动学方程.

为了求 M 点的轨迹,从运动学方程中消去 t,可得

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

即 M 点的轨迹是一椭圆.椭圆的中心在坐标原点,半轴长度分别为 a、b.常见的椭圆规就是按照上述原理制成的.

例 1.3　小田鼠在雪地里飞跑,身后留下一串清晰的脚印,如图1.7所示.已知用直角坐标表示的小田鼠运动学方程为

$$x=-0.31t^2+7.2t+28$$
$$y=0.22t^2-9.1t+30$$

式中 t 的单位为s, x、y 的单位为m.试求 $t=15$ s时小田鼠的位矢大小和方向.

解　将小田鼠看作质点,根据已知条件,它的位矢可写成

$$\boldsymbol{r}=(-0.31t^2+7.2t+28)\boldsymbol{i}$$
$$+(0.22t^2-9.1t+30)\boldsymbol{j}$$

$t=15$ s时

$$x=-0.31\times15^2+7.2\times15+28=66\ (\mathrm{m})$$
$$y=0.22\times15^2-9.1\times15+30=-57\ (\mathrm{m})$$
$$\boldsymbol{r}=66\boldsymbol{i}-57\boldsymbol{j}$$

$\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{66^2+(-57)^2}=87\ (\mathrm{m})$$

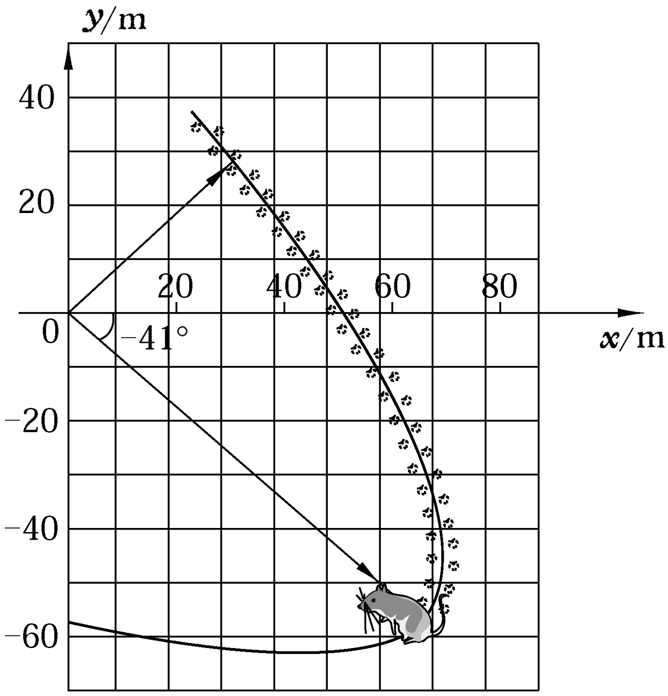


图 1.7

r 的方向可用 r 与 x 轴正方向的夹角表示为

$$\theta = \arctan\frac{y}{x} = \arctan\frac{-57}{66} = -41°$$

复习思考题

1.1　如果有人问地球和一粒小米比较哪个可以看作质点,你将怎样回答?

1.2　说人造地球卫星的轨迹形状近乎圆形,这是以什么为参考系的?若以太阳为参考系,人造地球卫星运行的轨迹大体上是什么样子?

1.3　什么是质点运动学方程?你学过几种形式的质点运动学方程?以地面为参考系,以与水平面夹角为 α、初速度为 v_0 抛出一质点,已知质点抛出后抛物线的轨迹,试用坐标法和位矢法写出被抛质点的运动学方程.另外,怎样才能写出用自然法表示的被抛质点的运动学方程?(提示:先要确定 ds 与 dx、dy 的关系)

§1.2　质点的位移、速度和加速度

1.2.1　位移

设质点沿轨迹 LM 作一般曲线运动,时刻 t,质点位于 P,位矢为 $r(t)$;时刻 $t+\Delta t$,质点位于 Q,位矢为 $r(t+\Delta t)$,如图 1.8 所示.在时间(时间间隔)Δt 内质点位置的变化可用由 P 向 Q 所作的矢量 Δr 来表示,Δr 的大小等于 P 点与 Q 点之间的直线距离,方向由起点 P 指向终点 Q,矢量 Δr 称为质点在时间 Δt 内的位

移.

由图可知

$$\boxed{\Delta \mathbf{r}=\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)} \tag{1.7}$$

即质点在某一时间内的位移等于同一时间内位矢的增量.

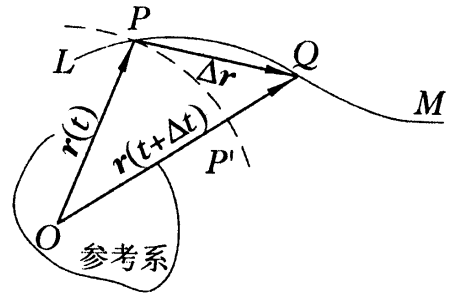


图 1.8

位移和位矢不同,位矢确定某一时刻质点的位置,位移则表示某一段时间始末质点位置的变化.如图 1.9 所示,设西安钟楼在 O 点,大雁塔和秦兵马俑分别在 D 点和 Q 点.某游客于时刻 t 从大雁塔乘车出发,经过时间 Δt 后,于时刻 t' 到达兵马俑.现以钟楼 O 为原点,则矢量 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 分别表示的是 t 时刻和 t' 时刻游客的位置,它们都是位矢,而矢量 $\Delta \mathbf{r}(=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)$ 表示的是时间 $\Delta t(=t'-t)$ 的始末,游客位置的变化,是 Δt 时间内的位移.

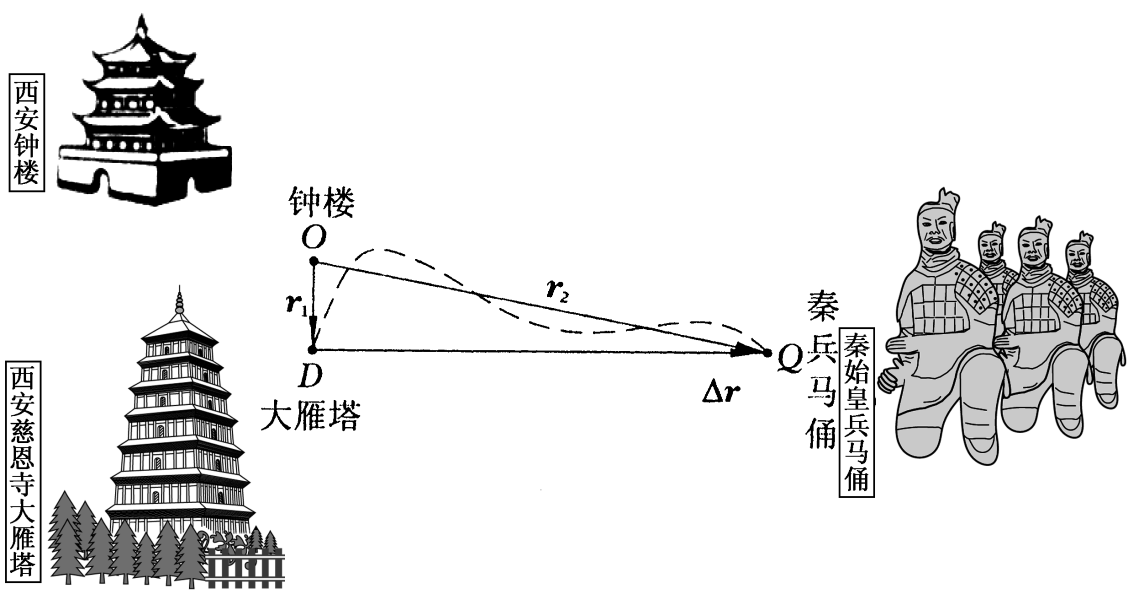


图 1.9

位移只反映出一段时间始末质点位置的变化,它不涉及质点位置变化过程的细节.在图 1.8 中,位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小虽然等于由 P 到 Q 的直线距离,但这并不意味着质点是从 P 沿直线 $\overline{PQ}$ 移动到 Q.时间 Δt 内质点从 P 沿轨迹曲线 PQ 移动到 Q 点所经历路径的长度,即弧线 PQ 的长度,称为质点在该段时间内的路程.路程是算术量.如图 1.9 中从 D 到 Q 那段轨迹曲线(虚线)的长度即表示游客在时间 Δt 内经历的路程.一般情况下,某段有限时间内质点位移的大小不等于这段时间内质点所经过的路程.对于相对静止的不同坐标系来说,位矢依赖于坐标系的选取,而位

移则与坐标系的选取无关.对此读者可以自己绘图证明.

还要指出的是,位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的大小$|\Delta\boldsymbol{r}|$与位矢大小的增量一般是不相等的.设时间 Δt 内位矢大小的增量为 Δr,则

$$\boxed{\Delta r = |\boldsymbol{r}(t+\Delta t)| - |\boldsymbol{r}(t)|} \tag{1.8}$$

在图 1.8 中,以 O 为圆心,以 $\boldsymbol{r}(t)$的长度为半径作圆弧,它与位矢 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$相交于 P',则 $P'Q$ 即为 Δr,而位移的大小则为$|\Delta\boldsymbol{r}| = \overline{PQ}$.例如,一质点以半径 R 作匀速圆周运动,以圆心为原点,半个周期内质点位移的大小$|\Delta\boldsymbol{r}| = 2R$,位矢大小的增量为 $\Delta r = R - R = 0$.

上面所讲位矢的这一性质,对于大小和方向随时间变化的任一矢量 $\boldsymbol{A}$($\boldsymbol{A}$ 可以是位矢也可以是后面即将介绍的速度矢量$\boldsymbol{v}$ 或加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 等)都是正确的,即某段时间 Δt 内矢量增量的大小$|\Delta\boldsymbol{A}|$与同一时间内该矢量大小的增量 ΔA,一般说来不相等.这个结论是常常要用到的,初学者对此往往容易搞错,故特别加以说明.

1.2.2　速度

设质点沿轨迹 LM 按运动学方程 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$作一般曲线运动,时间 Δt 内质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$,如图 1.10 所示.质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与发生这个位移所经历的时间 Δt 之比,称为这一段时间内质点的平均速度,用瑀表示,即

$$\text{瑀} = \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.9}$$

平均速度是矢量,其方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同.它表示在时间 Δt 内 $\boldsymbol{r}(t)$随时间的平均变化率.

平均速度只能对时间 Δt 内质点位置随时间变化的情况作一粗略地描述.

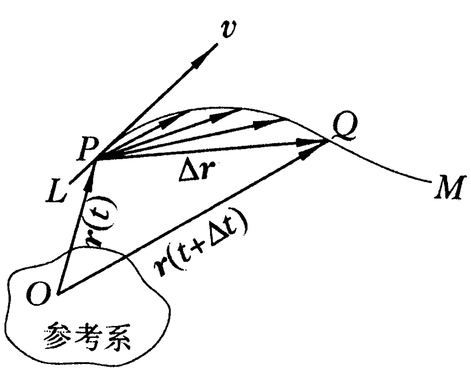


图 1.10

为了精确地描述质点的运动快慢和方向,可将时间 Δt 无限减小,并使之趋近于零,即 $\Delta t\to 0$,这样,质点的平均速度就会趋向于一个确定的极限矢量,见图 1.10,这个极限矢量称为 t 时刻的瞬时速度,简称速度,用 $\boldsymbol{v}$ 表示,即

$$\boxed{\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0} \text{瑀} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}} \tag{1.10}$$

即速度等于位矢对时间的一阶导数.只要知道了用位矢表示的质点运动学方程 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$,就可以求出质点的速度.

速度是矢量,其大小反映了 t 时刻质点运动的快慢,其方向就是 t 时刻质点运动的方向.

从速度的定义式(1.10)可知,t 时刻质点速度 v 的方向就是当 $\Delta t\to 0$ 时平均速度䃧的极限方向.由图(1.10)可以看出,当 $\Delta t\to 0$ 时,Q 点将趋近于 P 点,v 将变得和轨迹上 P 点处的切线重合并指向运动一方,故 t 时刻质点速度的方向,沿着该时刻质点所在位置 P 点轨迹的切线,并指向质点运动的一方.质点在作曲线运动时,速度沿轨迹的切线方向,这在日常生活中经常可见,如转动雨伞,水滴将沿切线方向离开雨伞等.

速度的大小 $|v|=\left|\frac{dr}{dt}\right|$ 常称速率,速率是标量,恒取正值.式(1.10)是速度的一般表示式.

表1.1　一些速率的量级(单位 m/s)

大陆漂移	10^{-9}
冰川(相对地球表面)	约 10^{-6}
龟的爬行	10^{-2}
人的行走	1
百米赛跑世界记录(最快时)	12.05
雨滴的终极	2.7
喷气飞机飞行	约 2.5×10^{2}
步枪子弹离开枪口时	约 7×10^{2}
月球轨道	约 1.023×10^{3}
地球轨道	29.8×10^{3}
水星轨道	46.9×10^{3}
金星轨道	35×10^{3}
太阳绕银心	3.0×10^{5}
光	3.0×10^{8}

1.2.3　加速度

质点运动时,它的速度大小和方向都可能随时间变化,加速度就是描述速度变化情况的物理量.

设质点沿轨迹 LM 作一般曲线运动.时刻 t 质点位于 P,速度为 $v(t)$;时刻 $t+\Delta t$,质点位于 Q,速度为 $v(t+\Delta t)$,如图1.11所示.用 Δv 表示时间 Δt 内质点

速度的增量，有

$$\boxed{\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)} \tag{1.11}$$

速度增量 Δv 和 $v(t)$、$v(t+\Delta t)$之间的关系如图 1.12 所示.

质点速度增量 Δv 与其所经历的时间 Δt 之比，称为这一段时间内质点的平均加速度，用 $\bar{a}$ 表示，即

$$\bar{a} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1.12}$$

平均加速度只能对质点速度随时间变化的情况作一粗略的描述.

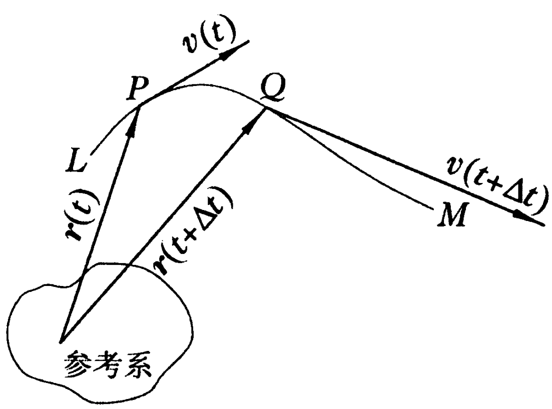


图 1.11

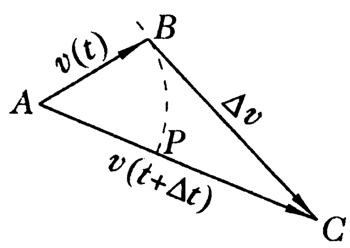


图 1.12

为了精确地描述质点速度的变化情况，可将时间 Δt 无限减小，并使之趋近于零，即 $\Delta t \to 0$，这样，质点的平均加速度就会趋向于一个确定的极限矢量，这个极限矢量称为 t 时刻的瞬时加速度，简称加速度，用 a 表示，即

$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}} \tag{1.13}$$

考虑到 $v = \frac{dr}{dt}$，加速度还可以表示为

$$\boxed{a = \frac{d^2 r}{dt^2}} \tag{1.14}$$

即加速度等于速度对时间的一阶导数，或位矢对时间的二阶导数. 只要知道了 $v = v(t)$或 $r = r(t)$，就可以求出质点的加速度.

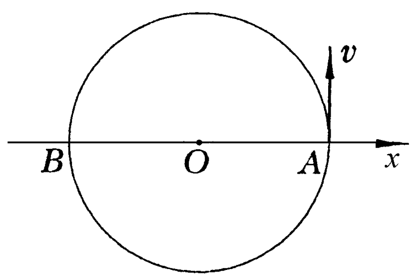
加速度是矢量，其方向就是当 $\Delta t \to 0$ 时平均加速度 $\bar{a}$ 的极限方向. 质点作曲线运动时，加速度的方向总是指向轨迹曲线凹的一面，与同一时刻速度的方向一般是不同的. 式(1.13)、(1.14)是加速度的一般表达式.

表 1.2　一些加速度大小的量级(单位 m/s^2)

子弹在枪膛中	约 5×10^5
喷气飞机起飞时	4
火箭升空	约 50～100
地球表面附近物体下落	10
月球表面附近物体下落	1.7
太阳表面附近物体下落	2.7×10^2
地心(相对太阳)	6×10^{-3}
太阳(相对银心)	3×10^{-6}
地球赤道表面(相对地心)	3.4×10^{-2}
质子在加速器中	约 10^{13}～10^{14}

复习思考题

1.4　一质点以恒定速率 v 在半径为 r 的圆周轨道上运动.已知时刻 t 质点在 A 点;时刻 $t+\Delta t$,质点运动到 B 点,如图所示.取圆心 O 为位矢 r 的原点,试写出时间 Δt 内 $|\Delta r|$、$|\Delta r|$、$|\Delta v|$、$|\Delta v|$以及任意时刻 t 时$\frac{dr}{dt}$、$\frac{dr}{dt}$、$\frac{dv}{dt}$、$\frac{dv}{dt}$、$\frac{d^2r}{dt^2}$、$\frac{d^2r}{dt^2}$的值.



复习题 1.4 图

1.5　试结合匀速圆周运动比较平均速度和瞬时速度.

1.6　你能通过作图说明质点作曲线运动时.加速度总是指向轨迹曲线凹的一面吗?

§1.3　用直角坐标表示位移、速度和加速度

质点的位移、速度、加速度都是矢量.理论分析和实际运算中,常用直角坐标系求出这些矢量沿坐标轴的投影,再由各投影求出各矢量的大小和方向,从而把矢量运算转换为代数量运算,给问题的研究带来一定的方便.

1.3.1　位移

设质点沿轨迹 LM 作一般曲线运动,时刻 t,质点位于 P,位矢为 $\mathbf{r}_1$,时刻 $t+\Delta t$,位于 Q,位矢为 $\mathbf{r}_2$,时间 Δt 内位移为 $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$,见图 1.13.

以位矢起点 O 为原点,建立直角坐标系 Oxyz,则有

$$\mathbf{r}_1 = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_2 = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}$$

时间 Δt 内质点的位移为

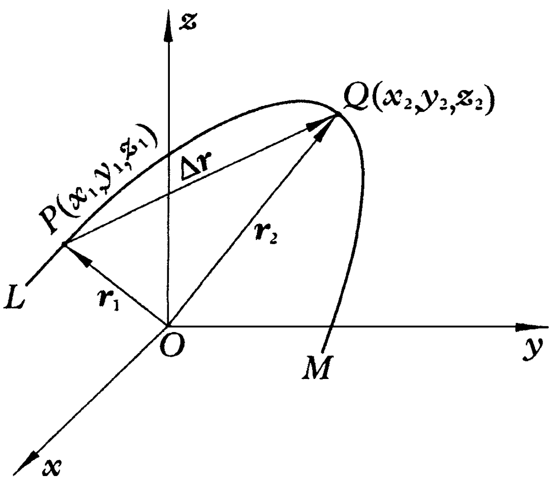


图 1.13

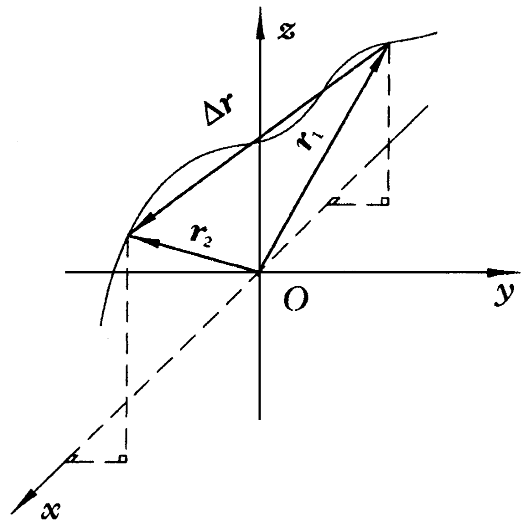


图 1.14

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k}$$

令 Δx、Δy、Δz 分别表示 $\Delta \mathbf{r}$ 沿坐标轴 x、y、z 的投影，则有

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}$$

显然

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1 \tag{1.15}$$

例如，一质点作曲线运动，见图 1.14. 时刻 t，位矢为

$$\mathbf{r}_1 = -3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$$

时刻 $t + \Delta t$，位矢为

$$\mathbf{r}_2 = 9\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$$

则时间 Δt 内质点的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = (9 + 3)\mathbf{i} + (2 - 2)\mathbf{k} + (8 - 5)\mathbf{k}$$
$$= 12\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$$

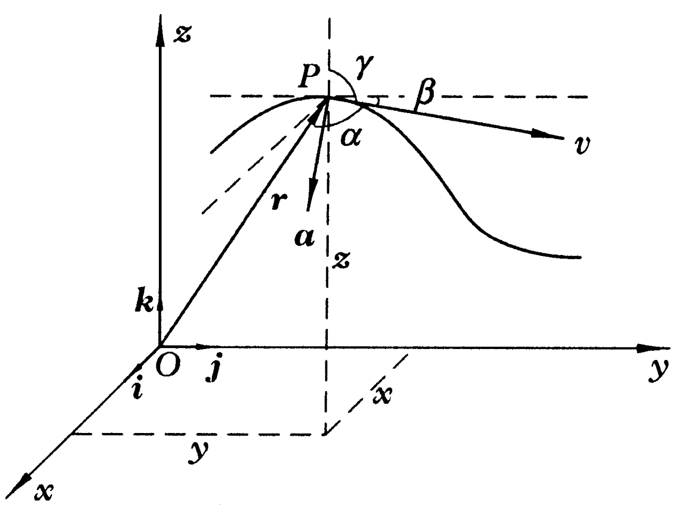


图 1.15

位移 $\Delta \mathbf{r}$ 在 y 轴上投影 $\Delta y = 0$，表明它在与 0zx 平面平行的平面内.

1.3.2　速度

设时刻 t 质点在 P 点，位矢为 $\mathbf{r}$，速度为 $\mathbf{v}$，加速度为 $\mathbf{a}$，如图 1.15 所示. 由于

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

根据速度的定义，有

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$$

考虑到所选用的固定坐标系，单位矢量 $\mathbf{i}$、$\mathbf{j}$、$\mathbf{k}$ 的大小和方向都不随时间变化，即

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}}{\mathrm{d}t}=0,\quad \frac{\mathrm{d}\mathbf{j}}{\mathrm{d}t}=0,\quad \frac{\mathrm{d}\mathbf{k}}{\mathrm{d}t}=0$$

故有

$$\boxed{\mathbf{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathbf{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\mathbf{k}} \tag{1.16a}$$

用 v_x、v_y、v_z 分别表示速度$\mathbf{v}$沿坐标轴 x、y、z 的投影，则有

$$\mathbf{v}=v_x\mathbf{i}+v_y\mathbf{j}+v_z\mathbf{k}$$

显然，

$$\boxed{v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}} \tag{1.16b}$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影，等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数.

速度的大小和方向可表示为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} \tag{1.17}$$

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{|\mathbf{v}|},\cos\beta=\frac{v_y}{|\mathbf{v}|},\cos\gamma=\frac{v_z}{|\mathbf{v}|} \tag{1.18}$$

式中 α、β、γ 分别表示速度$\mathbf{v}$与 x、y、z 三个坐标轴的夹角.如果已知用直角坐标系表示的质点运动学方程，就可以求出质点在任意时刻 t 速度的大小和方向.

例 1.4　一质点以角速度 $\omega=\frac{\pi}{3}\ \mathrm{s}^{-1}$作匀速圆周运动，圆周半径 $r=0.50\ \mathrm{m}$，如图 1.16 所示，试求质点的速度.

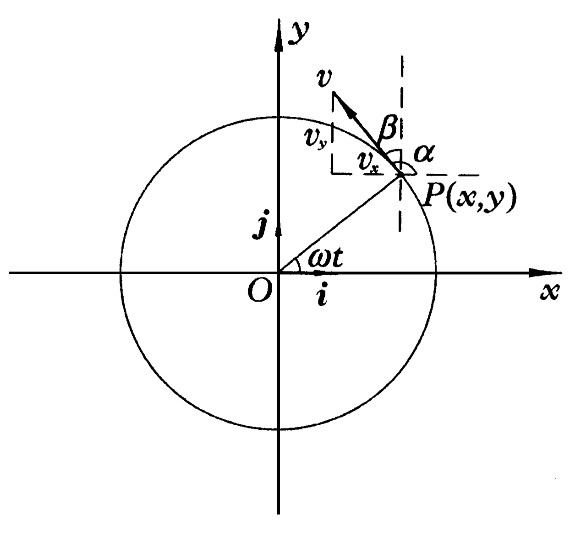


图 1.16

解　以圆心 O 为原点建立直角坐标系 Oxy，并设 $t=0$ 时，质点位于 x 轴与圆周的交点处，根据题设条件，则该质点的运动学方程为

$$x=0.50\cos\frac{\pi}{3}t$$

$$y=0.50\sin\frac{\pi}{3}t$$

质点速度$\mathbf{v}$沿坐标轴 x、y 的投影为