普通高等教育规划教材

大学物理

（少学时）

主　编　徐国涵　张　宇
副主编　吴　琦　樊涤心
参　编　甄丽娟　李玫瑰　张荣艳

机械工业出版社

本书根据原国家教委工科物理课程教学指导委员会制定的“高等工业学校大学物理课程教学基本要求”和教学改革的精神，在编者多年教学实践的基础上，充分吸取了国内、外优秀教材的精华而编写的教材。

全书包括力学、热学、电磁学、波动及量子物理学基础五篇。

本书可作为工科大学管理类专业（非机、非土、非电专业）物理课教材，适合于讲课时数（包括习题课）在 70～90 学时。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理(少学时)/徐国涵，张宇主编．—北京：机械工业出版社，2003.7

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-12225-9

Ⅰ．大… Ⅱ．①徐…②张… Ⅲ．物理学-高等学校-教材 Ⅳ．04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 038588 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
策划编辑：季顺利 责任编辑：季顺利 版式设计：张世琴
责任校对：张莉娟 封面设计：姚 毅 责任印制：闫 焱
北京京丰印刷厂印刷 · 新华书店北京发行所发行
2003 年 7 月第 1 版 · 第 1 次印刷
1000mm×1400mm B5 · 11.75 印张 · 453 千字
定价：29.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话（010）68993821、88379646

前　　言

物理学是一门研究自然界中最基本、最普遍的物质运动形式及物质构成的科学。物理学总结出来的规律在其他高级运动形式（如化学运动、生命运动等）中也是普遍遵循的。

在历史上，物理学的许多重要发现和理论，都曾引起科技、工农业发生革命性的变革，也大大地改变了人类的生活质量。例如，电磁学的发展使人们有可能大规模地使用电能，进而实现电气化、电子化；相对论和量子理论的建立和发展使人们对宇宙起源及构造有突破性的认识，也促进了半导体工业、通信技术、核能利用等等的崛起和发展。物理学不仅内容丰富，而且研究方法也在不断发展。

物理学是一门基础学科，对于非物理专业的读者来说，不要希望在今后可以直接大量运用物理学的定律和公式去解决工作中的困难。但是，我们相信在读者今后的工作与生活中，都将会从所学到的物理学知识及物理学研究方法中得到益处、受到启迪，甚至激发出灵感。

本书由徐国涵、张宇主编；吴琦、樊涤心副主编。参加本书编写工作的有徐国涵、吴琦、张宇、樊涤心、甄丽娟、李玫瑰、张荣艳等。

本书在编写过程中，参考了国内外很多优秀教材，还借用了少量插图和习题，谨此致谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误和不当之处，希望读者批评指正。

编者

2003 年 3 月

目　　录

前言

第一篇　力　　学

第一章　质点运动学 …… 1
第一节　参照系　位置矢量 …… 1
第二节　速度　加速度 …… 4
第三节　法向加速度和切向加速度 …… 11
习题 …… 14
第二章　质点动力学 …… 16
第一节　牛顿运动定律 …… 16
第二节　牛顿运动定律应用举例 …… 18
第三节　功　功率 …… 22
第四节　动能定理　机械能守恒定律 …… 27
第五节　动量原理 …… 32
第六节　动量守恒定律 …… 36
习题 …… 39
第三章　刚体的定轴转动 …… 44
第一节　刚体的运动 …… 44
第二节　刚体的转动定律 …… 46
第三节　力矩的功 …… 49
第四节　角动量守恒定律 …… 52
习题 …… 55
第四章　狭义相对论基础 …… 59
第一节　伽利略变换　经典力学的相对性原理 …… 59
第二节　狭义相对论的基本假设　洛仑兹变换 …… 62
第三节　狭义相对论的时空观 …… 67
第四节　狭义相对论动力学基础 …… 74
习题 …… 80
第一篇小结 …… 81

第二篇　热　　学

第五章　气体动理论 …… 83

第一节　理想气体物态方程 …… 83
第二节　理想气体压强公式和温度公式 …… 87
第三节　气体分子热运动的速率分布规律 …… 93
第四节　气体分子的平均碰撞次数和平均自由程 …… 96
第五节　理想气体的内能 …… 98
习题 …… 101
第六章　热力学基础 …… 104
第一节　热力学第一定律 …… 104
第二节　热力学第一定律应用于理想气体等值过程和绝热过程 …… 108
第三节　循环过程 …… 115
第四节　热力学第二定律 …… 119
第五节　熵　热力学第二定律的统计意义 …… 123
习题 …… 128
第二篇小结 …… 132

第三篇　电　磁　学

第七章　静电场 …… 134
第一节　电荷　库仑定律 …… 134
第二节　电场　电场强度 …… 137
第三节　真空中的高斯定理 …… 141
第四节　电势 …… 148
第五节　电容 …… 153
第六节　电介质对电场的影响 …… 157
第七节　静电场的能量 …… 161
习题 …… 163
第八章　稳恒磁场 …… 167
第一节　电流 …… 167
第二节　磁场　磁感应强度 …… 169
第三节　毕奥—萨伐尔定律 …… 173
第四节　安培环路定律 …… 176
第五节　磁场对电流的作用 …… 182
第六节　磁介质对磁场的影响 …… 189
第七节　铁磁质 …… 194
〔热点浅谈〕　地磁场与太阳的粒子辐射 …… 197
习题 …… 198
第九章　电磁感应与电磁场 …… 203
第一节　法拉第电磁感应定律 …… 203
第二节　动生电动势　感生电动势 …… 206

第三节　自感和互感 …… 214
第四节　磁场的能量 …… 218
第五节　麦克斯韦电磁场理论简介 …… 221
习题 …… 225
第三篇小结 …… 231

第四篇　波　　动

第十章　机械振动 …… 232
第一节　简谐振动 …… 232
第二节　简谐振动的能量 …… 240
第三节　同方向、同频率简谐振动的合成 …… 241
习题 …… 243
第十一章　机械波 …… 246
第一节　机械波的产生和传播 …… 246
第二节　平面简谐波 …… 248
第三节　惠更斯原理　波的衍射 …… 255
第四节　波的干涉 …… 256
第五节　多普勒效应 …… 261
第六节　声 …… 263
习题 …… 265
第十二章　波动光学 …… 269
第一节　杨氏双缝干涉 …… 270
第二节　薄膜干涉 …… 274
第三节　光的单缝衍射 …… 284
第四节　光栅衍射 …… 290
第五节　光的偏振 …… 295
〔热点浅谈〕　宇宙膨胀 …… 300
习题 …… 301
第四篇小结 …… 303

第五篇　量子物理学基础

第十三章　量子物理学简介 …… 306
第一节　黑体辐射、普朗克量子化假说 …… 307
第二节　光的波粒二象性 …… 310
第三节　量子力学引论 …… 318
第四节　薛定谔方程 …… 326
第五节　玻尔的氢原子理论 …… 332
第六节　电子的自旋　原子的壳层结构 …… 338

习题 …… 341
第五篇小结 …… 344
附录 …… 345
附录 A　若干位物理学家的生平简介 …… 345
一、伽利略（Galileo Galilei，1564—1642） …… 345
二、惠更斯（Christiaan Huygens，1629—1695） …… 345
三、托马斯·杨（Thomas Young，1773—1829） …… 346
四、奥斯特（Hans Christian Oersted，1777—1851） …… 346
五、菲涅耳（Augustin Jean Fresnel，1788—1827） …… 346
六、法拉第（Michael Faraday，1791—1867） …… 347
七、克劳修斯（Rudoff Julius Emanuel Clausius，1822—1888） …… 347
八、威廉·汤姆逊（开尔文勋爵）（William Thomson，即 Lord Kelvin，1824—1907） …… 348
九、麦克斯韦（James Clerk Maxwell，1831—1879） …… 349
十、普朗克（M·Planck，1858—1947） …… 349
十一、卢瑟福（Ernest Rutherford，1871—1937） …… 350
十二、薛定谔（Erwin Schrödinger，1887—1961） …… 351
十三、德布罗意（de Broglie，1892—1987） …… 351
附录 B　习题参考答案 …… 352
附录 C　一些常用物理常数 …… 365
参考文献 …… 365

第一篇　力　　学

物质运动中最简单、最普遍的运动形式是机械运动。机械运动指的是各物体之间或同一物体各部分之间相对位置的变化。例如天体的运行、大气和河水的流动、机器中各部件的运转等等都是机械运动。研究物体机械运动的规律及其应用的科学称为力学。通常把力学分为运动学、动力学和静力学。运动学只研究物体在运动过程中位置和时间的关系；动力学研究物体的运动与物体间相互作用的关系；静力学研究物体相互作用下的平衡问题，可以认为它是动力学的一部分。

本篇将只介绍运动学和动力学，不专门讨论静力学。

第一章　质点运动学

在研究物体作机械运动时，为了简化，更为了突出物体的运动，在不少情况下，我们可以将一些运动物体看作是没有大小和形状的质点，质点是物体的一种抽象，一个理想化了的概念。一个物体在某个运动中能否被看作质点，是有条件的。只有当运动物体的大小与其他线度相比可以忽略不计时，才可把物体看成是一个**具有一定质量而没有形状大小的点——质点**。同一物体在不同的问题中，有时可看成质点，有时就不能。例如地球，在讨论它绕太阳作公转时，由于它本身的大小比太阳与地球之间的距离要小得多，地球的大小可忽略不计，就可看成是质点；但在讨论地球自转时，地球就不能被当作质点了。

下面讨论如何描述质点在作机械运动中它的位置随时间变化的规律。

第一节　参照系　位置矢量

一、参照系和坐标系

运动是物质存在的形式，一切物体都在作各种形式的运动，特别是机械运动（在本篇中，以后简称运动）。我们坐在教室里看黑板，似乎黑板没运动，其实，我们和黑板都随地球自转及绕太阳公转而运动，何况太阳、银河系也都在运动，所以在宇宙中不动的物体是不存在的。

读者大概都有过这样的经验：当我们乘船在江河中旅行时，如果不往船外看

树、岸的话，往往不能确定船是否在航行。正因为如此，为了描述某个物体的运动，就要选择另一个或几个也在运动的物体作为参考，假定它们不动而来描述所讨论物体的运动。这些**被选择作为参考的物体或物体系称为参照系**。显然，这样所描述的运动是相对于该参照系的。对于同一个物体的运动来说，选择不同的参照系，其描述也是不同的。例如，在水平面上相对于地面作匀速直线运动的车厢里有一个自由下落的物体，以车厢为参照系，物体作直线运动；若以地面为参照系，物体则作抛物线运动。

要对运动作定量的描述，只确定参照系是不够的，还须引入矢量，或者选用适当的坐标系（即用解析法进行矢量运算），或者既引入矢量又选用坐标系，我们采用最后这种方法。

通常将坐标系的原点固定在参照系中的一点上，用通过原点并标有长度单位的有方向直线作为坐标轴。按一定规则排列的若干根坐标轴组成坐标系。对应于不同规则，有相应的坐标系。最常用的是用三条在原点相交且相互垂直的有向直线组成的坐标系，称为空间直角坐标系；此外还有极坐标系、柱面坐标系、球坐标系、自然坐标系等。本书以直角坐标系为主。如图 1－1 所示，它的三条坐标轴分别称为 x 轴、y 轴和 z 轴，沿三个坐标轴正方向分别取大小为单位长度的矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 为单位矢量。

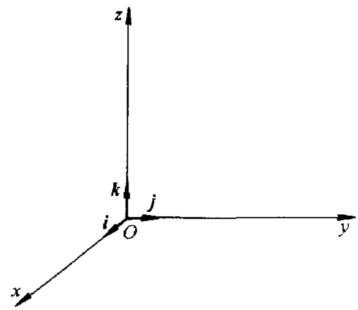

图 1－1　直角坐标系

由上可见，像空间直角坐标系这样的坐标系与参照系是牢固地连在一起的，所以物体相对于坐标系的运动，其实就是相对于参照系的运动。因此，当我们建立了坐标系，就意味着也已选定了参照系。

二、运动叠加原理

物体运动的一个重要特性是独立性（或叠加性）。从大量事实中人们发现，**一个运动可以看成是由几个同时进行的且各自独立进行的运动叠加而成**。这就是**运动叠加原理**，或者说**运动独立性原理**。

运动叠加原理在日常生活和工作中随处可见，例如一台塔吊把楼板从地面运送到房架上，楼板的运动可以看作是垂直上升运动与水平运动叠加而成。

三、位置矢量和运动方程

设某时刻 t 质点在空间的 P 点位置，见图 1－2，我们可以由参照系上 O 点指向点 P 的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示，由于 $\boldsymbol{r}$ 是确定质点在空间位置的矢量，所以称为**位置矢量**，简称**位矢**。我们也可以采用固定在 O 点的直角坐标系来描述质点的位置，亦即用三个坐标系 x、y、z 来确定。实际上，坐标 x、y、z 分别是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在三

个坐标轴方向的分量。显然，有关系式

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小可表示为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

设位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 轴之间的夹角分别是 α、β、及 γ，那么，位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向可由下述式子确定

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \cos\beta = \frac{y}{r} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-3}$$

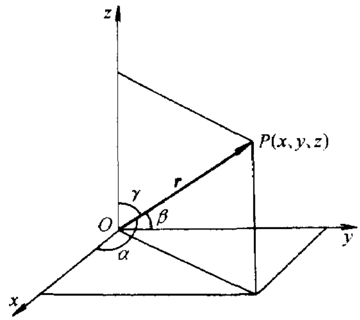

图 1－2　位置矢量

这样，对于位矢 $\boldsymbol{r}$，在直角坐标系中，我们既可用式（1－1）表示，也可用式（1－2）加上式（1－3）来表示。两者是等同的。

当质点运动时，它在空间的位置是随时间而变化的，亦即，$\boldsymbol{r}$ 或 x、y、z 都是时间的函数。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-4a}$$

或

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-4b}$$

式（1－4a）和式（1－4b）都称为质点的**运动方程**。因为如果知道了式（1－4a）或式（1－4b）的函数形式，也就可以确定质点在任意时刻的位置了。运动学研究的目的之一是要找出各种具体运动所遵循的运动方程。

式（1－4b）也可以看成是运动质点轨迹的参数方程，若在式（1－4b）中消去时间 t，就可得到运动质点的**轨迹方程**。运动质点的轨迹是一条空间曲线。前面我们已经说过，描述运动是相对的，对同一质点的运动来说，选择不同参照系，它的运动方程是不相同的。但对于同一质点的运动，在选定了一个参照系后，即使在不同的坐标系中，轨迹曲线应是同一条，虽然运动方程的形式在不同坐标系中不尽相同。

式（1－4a）和式（1－4b）也反映了运动叠加原理。

四、位移

质点在运动时，它的位置在不断地变化，设 t 时刻质点在 A 点，它的位矢

是 $\boldsymbol{r}(t)$，经过 Δt 时间后，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 点，这时位矢是 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，则在时间 Δt 内，它的位置变化是

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1-5}$$

称为质点在 Δt 时间内的**位移**，位移是矢量，它只表示 Δt 时间内质点位置的变化，并不真正反映 Δt 时间内质点经过的路程。路程 Δs 是指在 t 到 $t+\Delta t$ 这一段时间内，质点所经过的轨迹的长度。路程是标量。一般来说 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$，这在图 1－3 中可明显看出。但当时间 Δt 趋于零时，B 点无限接近 A 点，此时，路程 Δs 和位移的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 可认为是相等。位移和路程的单位，在国际单位制中都是米，符号为 m。

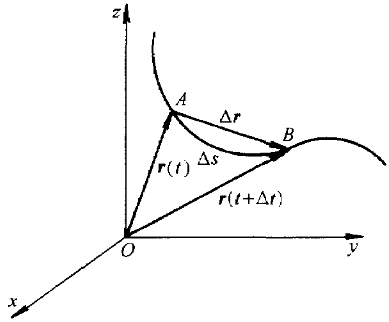

图 1－3　位移和路程

第二节　速度　加速度

只知道每个时刻质点的空间位置还不能说已描述了质点的运动。我们还希望知道质点在每个时刻的运动方向和运动的快慢程度，这可以用质点的速度表述。

一、速度

1. 平均速度

设质点从 t 到 $t+\Delta t$ 的时间内经过的位移是 $\Delta \boldsymbol{r}$，我们定义 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和 Δt 的比值为质点在 t 时刻起 Δt 时间内的**平均速度**，它是矢量，用 $\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-6}$$

由于 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小和方向不仅与时刻 t 有关，更和时间 Δt 的长短有关。所以，平均速度的大小和方向也与时刻 t 及时间 Δt 有关。这样，用平均速度来描写质点的运动是比较粗糙的，它不能精确地说明质点在某一时刻 t（或空间某点）的运动快慢程度和运动方向。

我们有时也用平均速率来表征质点运动的快慢，它是质点从某时刻 t 到 $t+\Delta t$ 的时间内所经过的路程 Δs 与时间 Δt 的比值，即 $\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$，由于 $\Delta s \neq |\Delta \boldsymbol{r}|$，所以 $\bar{v} \neq |\overline{\boldsymbol{v}}|$。

2. 瞬时速度

如果我们令 Δt 趋于零，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 也相应地趋于零，但它们的比值 $\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 却趋近于某一极限值 $\boldsymbol{v}$，称为**瞬时速度**，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-7}$$

亦即，质点在某时刻（或某空间位置）的瞬时速度$\boldsymbol{v}$等于从该时刻起，无限小的时间间隔内，它的平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$的极限值，或者说，瞬时速度是矢量$\boldsymbol{r}$对时间t的一阶导数。从图 1－4 中我们可以看到，平均速度的方向就是该段时间内位移$\Delta\boldsymbol{r}$的方向，而瞬时速度的方向是平均速度的极限方向，也就是轨迹在该空间位置的切线方向，且指向运动前方。以后我们提到速度，就指瞬时速度。

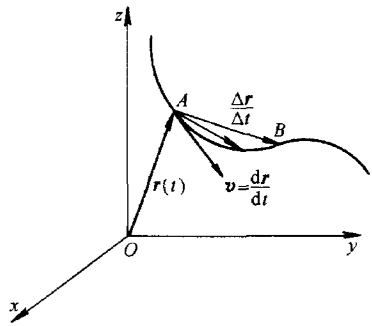

图 1－4　平均速度和瞬时速度

与瞬时速度类似，**瞬时速率**，或称**速率**的定义是t时刻起，当Δt趋于零时，平均速率$\bar{v}$的极限值，即$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\bar{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$。由于当$\Delta t$趋于零时，$|\Delta\boldsymbol{r}|$与$\Delta s$的值趋于相等，所以，瞬时速度的大小与同一时刻的瞬时速率相同。

3. 直角坐标系中的瞬时速度

在直角坐标系中，速度矢量可以写成

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-8}$$

或

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

亦即

$$\left.\begin{aligned}v_x&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\\ v_y&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\\ v_z&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

速度的大小

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} \tag{1-11}$$

设速度$\boldsymbol{v}$与x、y、z轴之间的夹角分别为α'、β'及γ'，则速度的方向可由下述三式确定

$$\cos\alpha'=\frac{v_x}{v}$$

$$\cos\beta' = \frac{v_y}{v}$$

$$\cos\gamma' = \frac{v_z}{v}$$

在别的坐标系中，速度有相应的分量表示式，与上述各式在形式上是有差异的。

在国际单位制中，速度的单位是米/秒，符号为 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$。

由上可见，速度具有矢量性和瞬时性，此外，由于运动的描述还与参照系的选择有关，所以速度还具有相对性。

速度既指出运动物体的运动方向，又反映了物体运动的快慢程度，所以，速度是运动学中描述物体运动状态的物理量。表 1－1 所示为一些物体运动速度举例。

表 1－1　一些物体运动速度的大小

名　　称	速度/$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$	名　　称	速度/$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
男子百米世界记录的平均速度	10.20	第一宇宙速度	7.91×10^3
上海磁浮列车设计速度	1.25×10^2	第二宇宙速度	1.12×10^4
超音速飞机的巡航速度	3.40×10^2	第三宇宙速度	1.67×10^4
0℃空气分子热运动的平均速度	4.50×10^2	地球绕太阳公转的线速度	2.98×10^4
地球自转时赤道上一点的线速度	4.60×10^2	太阳绕银河系中心旋转的线速度	2.50×10^5
步枪子弹速度	约 7.0×10^2	光子在真空中的速度	299792458

二、加速度

1. 平均加速度

一般情况下，质点在运动中的速度是随时在变化的，如图 1－5 所示。

设质点在 t 时刻（A 点位置）的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻（B 点位置）速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，那么，在 Δt 时间内，质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)$$

我们定义，质点速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与完成这增量所需时间 Δt 的比值为这段时间内质点的平均加速度，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

与平均速度一样，平均加速度不能精确地描述质点在任一时刻（或任一位置）的速度的变化情况。为此，必须用瞬时加速度。

2. 瞬时加速度

质点在某时刻（或某位置）的**瞬时加速度** $\boldsymbol{a}$ 等于在该时刻起时间 Δt 趋于零

时平均加速度的极限值

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-12}$$

可见，瞬时加速度 $\boldsymbol{a}$（以后简称加速度）是速度 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的一阶导数，或者是位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的二阶导数。加速度是矢量，一般情况下，加速度的方向与速度方向不相同。在国际单位制中，加速度的单位是米/秒^2，符号为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

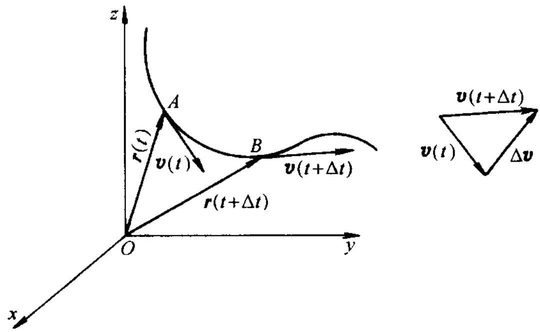

图 1-5　平均加速度和瞬时加速度

由上可知，加速度也具有矢量性、瞬时性以及相对性。加速度是描述质点运动状态变化的物理量。

3. 直角坐标系中的加速度

在直角坐标系中，加速度可写成

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-13}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\\a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\\a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\end{aligned}\right\} \tag{1-14}$$

加速度的大小为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1-15}$$

如果已知质点的运动方程，那么，根据速度和加速度的定义，就可求得速度和加速度。

【例 1-1】 质点沿 x 轴运动，位移 $x=3t^3\mathrm{m}$，求：

（1）时间在 1s 到 1.1s、1s 到 1.01s、1s 到 1.001s 内的平均速度和 $t=1\mathrm{s}$ 时的瞬时速度；

（2）求上述时间和时刻的平均加速度和瞬时加速度。

【解】（1）由于是一维运动，可以将矢量运算简化为标量运算，于是，平均速度的定义有如下形式

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{3t_2^3-3t_1^3}{t_2-t_1}=3(t_2^2+t_2t_1+t_1^2)$$

将 $t_1=1\text{s}$ 和 $t_2=1.1\text{s}$、1.01s 及 1.001s 分别代入上式,得

$$\bar{v}_1=3\times(1.1^2+1.1\times1+1^2)\text{m/s}=9.93\text{m/s}$$

$$\bar{v}_2=3\times(1.01^2+1.01\times1+1^2)\text{m/s}=9.0903\text{m/s}$$

$$\bar{v}_3=3\times(1.001^2+1.001\times1+1^2)\text{m/s}=9.009003\text{m/s}$$

瞬时速度的定义为

$$v=v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=9t^2$$

将 $t=1\text{s}$ 代入上式，得

$$v=9\times1^2\text{m/s}=9\text{m/s}$$

（2）对于一维运动，平均加速度可写成

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{9t_2^2-9t_1^2}{t_2-t_1}=9(t_2+t_1)$$

代入数字,即可得

$$\bar{a}_1=9\times(1.1+1)\text{m/s}^2=18.9\text{m/s}^2$$

$$\bar{a}_2=9\times(1.01+1)\text{m/s}^2=18.09\text{m/s}^2$$

$$\bar{a}_3=9\times(1.001+1)\text{m/s}^2=18.009\text{m/s}^2$$

而瞬时加速度为

$$a=a_x=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=18t=18\times1\text{m/s}^2=18\text{m/s}^2$$

比较上述结果，可以看出：平均速度和平均加速度的大小与时间 Δt 的长短有关（更一般的情况下，它们的方向也和时间有关）。Δt 越小，平均速度和平均加速度就越接近于该时刻的瞬时速度或瞬时加速度。

【例 1－2】 已知质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=(A\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\sin\omega t)\boldsymbol{j}$$

其中 A、B、ω 均为正的常数。求:

（1）质点的速度和加速度;

（2）质点的运动轨迹。

【解】 （1）由速度的定义，将 $\boldsymbol{r}$ 对时间求一阶导数，可得

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[(A\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\sin\omega t)\boldsymbol{j}]$$

$$=(-A\omega\sin\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega\cos\omega t)\boldsymbol{j}$$

再由加速度的定义，将 $\boldsymbol{v}$ 对时间求一阶导数，得

$$a=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-(A\omega\sin\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega\cos\omega t)\boldsymbol{j}]$$
$$=-[(A\omega^2\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega^2\sin\omega t)\boldsymbol{j}]$$

（2）将运动方程写成参数方程

$$x=A\cos\omega t\qquad y=B\sin\omega t$$

合并上述两式，消去 t，即可得轨迹方程为

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$$

这是一个长、短半轴分别为 A 和 B 的椭圆。

【例 1-3】 试推导沿 x 轴作匀变速直线运动质点的位置、速度和加速度间的关系式。设已知质点的加速度为 a；初始条件为 $t=0$ 时，$x=x_0$；$v=v_0$。

【解】 运动轨迹是一条直线的质点运动称为直线运动，如果质点的加速度始终保持不变，则质点作匀变速直线运动。

将加速度定义式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 改写为

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t\ （a\ 是恒量）$$

两边积分：t：$0\rightarrow t$；v：$v_0\rightarrow v$

$$\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t$$

得
$$v-v_0=at$$
或
$$v=v_0+at$$

再由定义式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 将上式改写为 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_0+at$

即
$$\mathrm{d}x=(v_0+at)\mathrm{d}t$$

两边积分：t：$0\rightarrow t$；x：$x_0\rightarrow x$

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t(v_0+at)\mathrm{d}t$$

得
$$x-x_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$
或
$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

这是匀变速直线运动的运动方程。

另外，由公式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 改写为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

得
$$a\mathrm{d}x=v\mathrm{d}v$$

两边积分：x：$x_0 \to x$；v：$v_0 \to v$

$$\int_{x_0}^{x} a\,\mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} v\,\mathrm{d}v$$

$$a(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

改写为
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

从上面几个例子可以看到，质点运动学的基本习题就内容来说，可分为两类：已知质点的运动方程求它的速度、加速度；已知质点的加速度或速度及其初始条件求质点的运动方程、轨迹方程。解题时，除选择好参照系、坐标系外，前者是求导，后者是积分，并进而可判断出是什么运动。较为困难的题是要求读者自己从实际问题中建立质点的运动方程，然后求质点的速度、加速度等。

三、角速度与角加速度

质点在作圆周运动时，还可以用角位移、角速度和角加速度等物理量来描写。

设质点在平面内绕 O 点作圆周运动，圆周半径为 R，我们过圆心 O 点任意作一条射线为 x 轴（图 1－6）。如果在 t 时刻质点在 A 点，矢径 OA 与 x 轴成 θ 角，θ 角称为该时刻质点的**角位置**。$t+\Delta t$ 时刻质点位于 B 点，矢径与 x 轴成 $\theta+\Delta\theta$ 角，显然，在 Δt 时间内，质点相对于 O 点经历了**角位移** $\Delta\theta$，小的角位移是一个矢量，但对于平面圆周运动来说，只要确定它的正负号即可，一般规定沿逆时针转向的角位移是正值；沿顺时针转向的角位移取负值。在国际单位制中角位移的单位是弧度，符号为 rad。

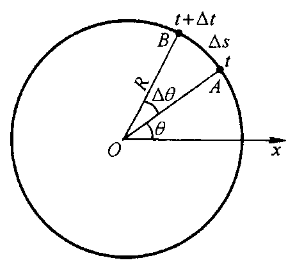

图 1－6　角位移

1. 角速度

为了描述质点在作圆周运动时的快慢程度，我们引入角速度这个物理量。我们先介绍平均角速度概念，然后再定义瞬时角速度。

我们把 t 时刻起质点在 Δt 时间内经历的角位移 $\Delta\theta$ 与 Δt 之比称为 t 时刻起 Δt 时间内质点相对于 O 点的平均角速度，即

$$\bar{\omega} = \Delta\theta / \Delta t$$

当 Δt 趋于零时，平均角速度的极限值称为质点在 t 时刻相对于 O 点的**瞬时角速度**，即

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-16}$$

国际单位制中，角速度的单位是弧度/秒，符号为 rad·s^{-1}。有时也用单位时