大学数学学习辅导丛书

概率统计讲义习题解答

汪仁官　刘婉如　冯　泰　编

高等教育出版社

内容提要

本书是北京大学陈家鼎等编写的《概率统计讲义》(第三版)教材全部习题的解答。

本书按主教材各章习题顺序编排,与教材的题号一致。本书对全部题目都给出了解答,少数题目是一题多解,有些作了题目分析、解题思路分析和解题方法归纳,并指出易犯的错误,究其原因,澄清不正确的想法。

通过对本书的参考和学习,可使读者提高分析问题和解题的能力,加深对基本内容的理解和掌握。

策划编辑 徐 可 责任编辑 田 军 封面设计 王凌波
责任绘图 朱 静 版式设计 王 莹 责任校对 杨雪莲
责任印制

出版发行 高等教育出版社 购书热线 010 - 64054588
社 址 北京市西城区德外大街 4 号 免费咨询 800 - 810 - 0598
邮政编码 100011 网 址 http:// www.hep.edu.cn
总 机 010 - 82028899 http:// www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本 850×1168 1/32 版 次 年 月 第 1 版
印 张 3.5 印 次 年 月 第 次印刷
字 数 80 000 定 价 5.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。
版权所有 侵权必究

目　　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

习　题　一

1. 求例 1.2 及例 1.3 中的 $P(A)$, $P(B)$.

例 1.2　投掷两枚分币,则 A=“两个都是正面朝上”, B=“两个都是正面朝下”,……

解　投掷两枚分币共有四种可能情况:上上,下下,上下,下上.在分币匀称的前提下,它们构成一等概基本事件组.由古典概型(2.1)式,有

$$P(A)=P(\text{上上})=\frac{1}{4},\ P(B)=P(\text{下下})=\frac{1}{4}.$$

例 1.3　从 10 个同类产品(其中有 8 个正品,2 个次品)中,任意抽取 3 个.那么

A=“3 个都是正品”, B=“至少 1 个是次品”.……

解　由古典概型(2.1)式,我们有

$$P(A)=\frac{C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}.$$

为求 $P(B)$,按古典概型(2.1)式,分母还是 C_{10}^3;而分子应是 B,即“至少 1 个是次品”的情况数.这个事件相对复杂些,一般有两种方法:

(1) 分解法　将“至少 1 个是次品”分解为“恰有 1 个是次品”,“恰有 2 个是次品”这两种情况,情况数分别为 $C_2^1\cdot C_8^2$ 与 $C_2^2\cdot C_8^1$.于是由(2.1)式,有

$$P(B)=\frac{C_2^1C_8^2+C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}.$$

(2) 逆向法　注意到在 C_{10}^3 个基本事件中,除了“至少 1 个是次品”,就是“3 个都是正品”,而后者的情况数是容易数出的,它是 C_8^3.因此由(2.1)式有

$$P(B)=\frac{C_{10}^3-C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}.$$

评注　(1) 在用古典概型(2.1)式解题时,首先要正确找出一个等概基本事件组.在例1.2中,“上上”、“下下”、“一上一下”就不是一个等概基本事件组.

(2) 分解法与逆向法相比,本例中,后者简单得多.

2. 袋中有红、黄、白色球各一个,每次任取一个,有放回的抽三次,求下列事件的概率:A="三个都是红的"="全红",B="全黄",C="全白",D="颜色全同",E="全不同",F="不全同",G="无红",H="无黄",I="无白",J="无红且无黄",K="全红或全黄".

解　有放回的抽取三次.共有 $3\times3\times3=27$ 种情况,它们构成了一个等概基本事件组.为求出那些事件的概率,按(2.1)式.现只需数清它们相应的情况数.显然,A,B,C 的情况数都是1,因此,

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{27},\text{而 } P(D)=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}.$$

E 的情况数应是一个排列总数,是 $3!=6$,所以 $P(E)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$.

F="不全同",采用逆向法,其情况数为 $27-3=24$,因此,$P(F)=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$.

G="无红",只有黄、白两种,情况数为 $2\times2\times2=8$,因此,

$$P(G)=P(H)=P(I)=\frac{8}{27}.$$

至于 J="无红且无黄",由字意即"全白",所以

$$P(J)=P(C)=\frac{1}{27}.$$

显然有

$$P(K)=\frac{2}{27}.$$

3. 从一副扑克的52张牌中,任意抽取两张,问都是黑桃的概率有多大?

解　记 A 为所求事件.由于52张牌中有13张是黑桃,则

$$P(A)=\frac{C_{13}^{2}}{C_{52}^{2}}=\frac{1}{17}.$$

4. 在例 2.4 中,求至少有两件次品的概率 .

例 2.4 100 件产品中,有 5 件次品,从中任取 50 件,……

解 用逆向法 .除了“ 至少有两件次品 ”,就是“ 至多有一件次品 ” .再将后者分解为“ 没有次品 ”与“ 恰有一件次品 ” .于是有

$$P(\text{“ 至少有两件次品 ”})=\frac{C_{100}^{50}-(C_{95}^{50}+C_{95}^{49}C_{5}^{1})}{C_{100}^{50}}$$

$$=1-\frac{1\,739}{9\,603}\approx 0.82\ .$$

5. 五人排队抓阄,决定谁取得一物(即五个阄中有四个是白阄,只有一个是有物之阄) .(1) 问第三人抓到有物之阄的概率是多少 ? (2) 前三人之一抓到有物之阄的概率是多少 ? (3) 如果有两物(即五个阄中有两个是有物之阄),问后两个人都抓不到有物之阄的概率是多少 ?

解 不妨先将五张阄编号如下:

×	×	×	×	√
①	②	③	④	⑤

五人排队抓阄,无非有如下结果:

第一人	第二人	第三人	第四人	第五人
①	②	③	④	⑤
①	②	③	⑤	④
……				
⑤	④	③	②	①

共 5 ! = 120

它们构成一等概基本事件组“ 第三人抓到有物之阄 ”,即第三人抓到“ √ ”,也即第三人抓到⑤,应由其中的①②⑤③④, ①②⑤④③, …, ④③⑤②①所构成,共 4 ! = 24 个基本事件 .按(2.1)式,

$$P(\text{第三人抓到有物之阄}) = \frac{4\,!}{5\,!} = \frac{1}{5}.$$

同理,

$$P(\text{第一人抓到有物之阄}) = \frac{1}{5},$$

$$P(\text{第二人抓到有物之阄}) = \frac{1}{5},$$

所以

$$P(\text{前三人之一抓到有物之阄}) = \frac{1+1+1}{5} = \frac{3}{5}.$$

为解(3),先将阄编号如下:

×	×	×	√	√
①	②	③	④	⑤

还是前面的 120 种情况构成一等概基本事件组.问题的关键是找出构成事件“后两个人都抓不到有物之阄”的基本事件数 m.

稍作具体分析便知,“后两个人都抓不到有物之阄”=“④、⑤在前三个位置”,而后者可分解为“④、⑤在第一、二个位置”,“④、⑤在第一、三个位置”,“④、⑤在第二、三个位置”;利用排列组合知识得它们所含的基本事件数都是 $2\times 3\,! = 12$.于是按(2.1)式

$$P(\text{后两个人都抓不到有物之阄}) = \frac{12+12+12}{120} = \frac{3}{10}.$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

习 题 二

1．某产品 40 件，其中有 3 件次品．现从中任取两件，求其中至少有一件次品的概率．

解法一 设 A =“至少有一件次品”．

B =“没有次品”．

则 $A = \overline{B}$，于是 $P(A) = 1 - P(B)$．而

$$P(B) = \frac{C_{37}^2}{C_{40}^2} = \frac{111}{130}.$$

故

$$P(A) = 1 - P(B) = \frac{19}{130} \approx 0.146.$$

解法二 A =“至少有一件次品”=“恰有一件次品”∪“恰有两件次品”，上式右边两事件是互不相容的，由加法公式，有

$$P(A) = \frac{C_3^1 C_{37}^1}{C_{40}^2} + \frac{C_3^2 C_{37}^0}{C_{40}^2} = \frac{19}{130}$$

2．对立与互不相容有何异同？试举例说明．

答 事件 A 与 B 不能同时发生，或说 $AB = V$（不可能事件）．称它们为互不相容或互斥；再加上限制 $A \cup B = U$（必然事件）才称 A 与 B 对立．这就是说，两事件对立一定互不相容，而互不相容不一定对立．

如上题中，记 A_1 =“恰有一件次品”，A_2 =“恰有两件次品”．显然，A_1，A_2 互不相容，但它们并不对立，因为 $A_1 \cup A_2 \neq U$．

3．A, B, C 三事件互不相容与 $ABC = V$ 是否是一回事？为什么？

解 不是一回事．如图 1，事件 A, B, C 分别表示打靶打中图形 A, B, C，显然有 $ABC = V$；但由于 A, B 是相容的．因此 A, B, C 三事件不是互不相容的．

4. 从一副扑克牌的 13 张黑桃中,一张接一张地有放回的抽取 3 次,问没有同号的概率?

解 用古典概型求解.$13\times13\times13$ 个不同结果构成一等概基本事件组.事件 A="没有同号",由其中的 $13\times12\times11$ 个(13 中取 3 的排列数)基本事件构成.按(2.1)式,

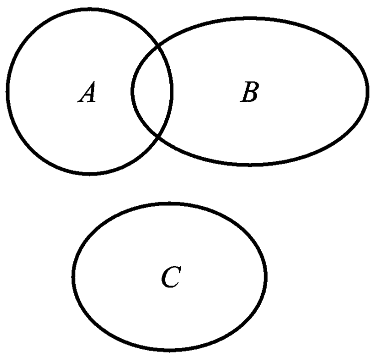

图 1

$$P(A)=\frac{13\times12\times11}{13^3}=\frac{132}{169}\approx0.781.$$

5. 同第 4 题,问抽到有同号的概率?

解 显然,B="有同号"=$\overline{\text{“没有同号”}}=\overline{A}$,则

$$P(B)=1-P(A)=\frac{37}{169}\approx0.219.$$

6. 同第 4 题,问抽到的 3 张中最多只有两张同号的概率?

解 "最多只有两张同号"=$\overline{\text{“三张全同号”}}$,而

$$P(\text{三张全同号})=\frac{13}{13^3}=\frac{1}{169},$$

所以

$$P(\text{最多只有两张同号})=1-\frac{1}{169}\approx0.994.$$

7. 将习题一第 2 题中的条件改为:盒中有四个球,其中两个红球、一个黄球、一个白球,其他不变,求 $A,B,\cdots,K$ 的概率.并求事件 L="无红或无黄"的概率.

解 $P(A)=\dfrac{2^3}{4^3}=\dfrac{1}{8}$, $P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4^3}=\dfrac{1}{64}$,

$$P(D)=P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{5}{32},$$

$$P(E)=\frac{2\cdot3\,!}{4^3}=\frac{3}{16},\quad P(F)=1-P(D)=\frac{27}{32},$$

$$P(G)=\frac{2^3}{4^3}=\frac{1}{8},\quad P(H)=\frac{3^3}{4^3}=\frac{27}{64}=P(I),$$

$$P(J)=P(C)=\frac{1}{64},$$

$$P(K)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{9}{64},$$

$$P(L)=P(G\cup H)=P(G)+P(H)-P(GH)$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{27}{64}-P(C)=\frac{17}{32}.$$

8. **利用加法公式**(2)**导出三个事件的概率加法公式**.

解　首先 $A\cup B\cup C=(A\cup B)\cup C$,**对** $A\cup B$, C **这两个事件**,**用加法公式**(2)**得**

$$P(A\cup B\cup C)\quad P(A\cup B)+P(C)-P((A\cup B)C)$$
$$=P(A)+P(B)-P(AB)+P(C)-P(AC\cup BC).$$

再对 AC, BC **这两个事件用加法公式**(2)**得**

$$P(AC\cup BC)\quad P(AC)+P(BC)-P(AC\cdot BC)$$
$$=P(AC)+P(BC)-P(ABC),$$

代入前式得

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-$$
$$P(BC)+P(ABC).$$

9[*]. **利用加法公式**(2)**和数学归纳法证明下列若尔当**(Jordan)**公式**:**设** $A_1, A_2, \cdots, A_n$ $(n\geq 2)$ **是** n **个事件**,**则**

$$P\bigcup_{i=1}^{n}A_i=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\sum_{1\le i_1<i_2<\cdots<i_k\le n}P\bigcap_{l=1}^{k}A_{i_l}.\quad(0.1)$$

证　$n=2$ **时**,(0.1)**式即为加法公式**(2).

现设(0.1)**对某个特定的** n **成立**,**要证**(0.1)**对** $n+1$ **也成立**,**即要证**

$$P\bigcup_{i=1}^{n+1}A_i=\sum_{k=1}^{n+1}(-1)^{k-1}\sum_{1\le i_1<\cdots<i_k\le n+1}P\bigcap_{l=1}^{k}A_{i_l}.\quad(0.2)$$

(0.2)**式左边**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n+1} A_i\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i \cup A_{n+1}\right)$$

$$= P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) + P(A_{n+1}) - P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i \cap A_{n+1}\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} A_{i_l}\right) + P(A_{n+1}) -$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap A_{n+1})\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} A_{i_l}\right) + P(A_{n+1}) -$$

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} (A_{i_l} \cap A_{n+1})\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} A_{i_l}\right) + P(A_{n+1}) -$$

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} A_{i_l} A_{n+1}\right)$$

(0.2)式右边

$$\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n+1} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} \mathrm{A}_{i_l}\right) = \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k = n+1}$$

$$P\left(\bigcap_{l=1}^{k} \mathrm{A}_{i_l}\right) + \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} A_{i_l}\right) > \mathrm{I} + \mathrm{II},$$

其中,$\mathrm{I} = \sum_{k=2}^{n+1} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_{k-1} \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k-1} A_{i_l} \cdot A_{n+1}\right) + P(A_{n+1})$

$$= -\sum_{k-1=1}^{n} (-1)^{k-1-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_{k-1} \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k-1} A_{i_l} \cdot A_{n+1}\right) + P(A_{n+1});$$

而对II,注意到 k 取 $n+1$ 时,$1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n$ 不可能成立,所以

$$\mathrm{II} = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \sum_{1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(\bigcap_{l=1}^{k} \mathrm{A}_{i_l}\right)$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

因此,(0.2)式左边 = (0.2)式右边.由数学归纳法.若尔当公式得证.

评注　本题的证明部分,非数学类读者可略过不看;不过,对 $n=3$ 的情况,即第 8 题要掌握.若尔当公式,是若尔当在研究平面图形的面积时首先发现的.

习 题 三

1．一个工人看管三台机床，在 1 h 内机床不需要工人照管的概率：第一台等于 0.9，第二台等于 0.8，第三台等于 0.7．求在 1 h 内三台机床中最多有一台需要工人照管的概率（机床是否需要照管是相互独立的）．

解 记 B＝“三台机床中最多有一台需照管”，

A_i＝“第 i 台机床不需要照管”，$i=1,2,3$．

已知 $P(A_1)=0.9$，$P(A_2)=0.8$，$P(A_3)=0.7$．为求 $P(B)$，我们注意到事件 B 与 A_1,A_2,A_3 有如下关系（为什么？请读者自行思考）：

$$B=A_1A_2A_3\cup\overline{A_1}A_2A_3\cup A_1\overline{A_2}A_3\cup A_1A_2\overline{A_3}.$$

上式右边的四个事件是互不相容的（为什么？）．由加法公式有

$$P(B)=P(A_1A_2A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(A_1A_2\overline{A_3})$$

由于 A_1,A_2,A_3 相互独立，则按乘法公式有

$$\begin{aligned}P(B)&=0.9\times0.8\times0.7+0.1\times0.8\times0.7+0.9\times0.2\times0.7+\\&\quad 0.9\times0.8\times0.3\\&=0.902.\end{aligned}$$

评注 找出 B 与 A_1,A_2,A_3 的关系是本题的关键．

2．电路由电池 A 与两个并联的电池 B 及 C 串联而成．设电池 A,B,C 损坏的概率分别是 0.3，0.2，0.2，求电路发生断电的概率（电池是否损坏是互不影响的）．

解 记 A＝“电池 A 损坏”，

B＝“电池 B 损坏”，

C＝“电池 C 损坏”，

D＝“电路断电”．

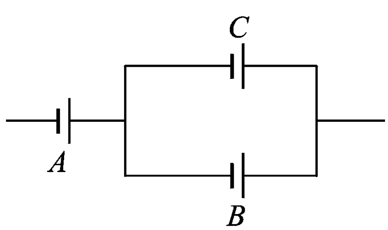

图 2

注意到 D 与 A,B,C 有如下关系（为什

么?请思考):

$$D = A \cup BC,$$

因此 $P(D) = P(A) + P(BC) - P(ABC)$.

再由 A, B, C 的相互独立性,得

$$P(D) = P(A) + P(B)P(C) - P(A)P(B)P(C)$$
$$= 0.3 + 0.2 \times 0.2 - 0.3 \times 0.2 \times 0.2 = 0.328.$$

3. 某机械零件的加工由两道工序组成.第一道工序的废品率为 0.015,第二道工序的废品率为 0.02.假定两道工序出废品是彼此无关的,求产品的合格率.

解 首先注意,所谓一批产品的废品率是废品在该批产品中所占的比例,即废品数/产品总数;数值上它等于:从该批产品中任取一个,取到废品的概率.这就是为什么该类问题可用概率方法来讨论解决的逻辑依据.现设想从该批产品中任取一个.记

A =“第一道工序产生的废品”,

B =“第二道工序产生的废品”,

C =“合格品”.

注意到 C 与 A, B 有如下关系:

$$C = \overline{A} \cap \overline{B},$$

由独立性, $P(C) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = (1 - P(A))(1 - P(B))$

$$= (1 - 0.015)(1 - 0.02) \approx 0.965.$$

4. 在 1,2,…,100 中任取一数,问它既能被 2 整除又能被 5 整除的概率是多少?又它能被 2 整除或能被 5 整除的概率是多少?

解 记 A =“被 2 整除”, B =“被 5 整除”,则

P(既能被 2 整除又能被 5 整除) $= P(AB)$

$= P$(被 10 整除) $= \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{10}$;

P(被 2 整除或被 5 整除) $= P(A \cup B)$

$$= P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{50}{100} + \frac{20}{100} - \frac{1}{10} = \frac{3}{5}.$$

5. 加工某一零件共需经过四道工序.设第一,二,三,四道工

序的次品率分别是 2%, 3%, 5%, 3%. 假定各道工序是互不影响的. 求加工出来的零件的次品率.

解　记 A_i =" 第 i 道工序产生的次品 ", $i = 1, 2, 3, 4$,

B =" 合格品 ",

则有

$$B = \overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ \overline{A_4}.$$

由独立性,

$$P(B) \quad P(\overline{A_1})\, P(\overline{A_2})\, P(\overline{A_3})\, P(\overline{A_4})$$

$$= (1 - 0.02)(1 - 0.03)(1 - 0.05)(1 - 0.03) = 0.876.$$

所以, 加工出来的零件的次品率为 0.124(或写作 12.4%).

6. 当掷五枚分币时, 已知至少出现两个正面, 问正面数刚好是三个的条件概率是什么?

解　记　A =" 至少出现两个正面 ",

B =" 恰好出现三个正面 ".

要求的是 $P(B|A)$.

由条件概率公式(5.1),

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)},$$

注意到有关系 $B \quad A$, 所以 $AB = B$; 因此上式右边的分子可改为 $P(B)$.

先求 B 的概率. 将五枚分币编号为 1, 2, 3, 4, 5, B 可分解为

正, 正, 正, 反, 反; (1, 2, 3 号分币为正面, 4, 5 号分币为反面. 下类推.)

正, 正, 反, 正, 反;

…………

反, 反, 正, 正, 正.

共 C_5^3 个基本事件, 而它们的概率, 按独立性都是 $(1/2)^5$. 所以

$$P(B) = C_5^3 (1/2)^5 = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}.$$

至于 $P(A)$, 先对 $\overline{A}$ =" 至多出现一个正面 ", 进行分解:

$\overline{A}$ =“恰出现 0 个正面”∪“恰出现一个正面”$\equiv C \cup D$.类似上面求 $P(B)$的方法可得:

$$P(C) = (1/2)^5 = \frac{1}{32},$$

$$P(D) = C_5^1 (1/2)^5 = \frac{5}{32},$$

因此

$$P(A) \quad 1 - P(\overline{A}) = 1 - (P(C) + P(D))$$

$$= 1 - \quad \frac{1}{32} + \frac{5}{32} \quad = \frac{13}{16},$$

所以

$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{5}{13} .$$

习 题 四

1．两台机床加工同样的零件，第一台出现废品的概率是 0.03，第二台出现废品的概率是 0.02．加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍，求任意取出的零件是合格品的概率；又，如果任意取出的零件经检查是废品，求它是由第二台机床加工的概率．

解　任取一零件，记

$$A_i = \text{“它由第 } i \text{ 台机床加工的”},\ i = 1, 2,$$

$$B = \text{“它是合格品”}.$$

由全概公式（A_1，A_2 构成一完备事件组），

$$P(\overline{B}) \quad P(A_1)P(\overline{B}|A_1) + P(A_2)P(\overline{B}|A_2)$$

$$= \frac{2}{3}\times 0.03 + \frac{1}{3}\times 0.02 = \frac{0.08}{3} \approx 0.027,$$

因此 $P(B) = 1 - \dfrac{0.08}{3} \approx 0.973$．

本题第 2 问实际上求的是条件概率 $P(A_2|\overline{B})$．由逆概公式，

$$P(A_2|\overline{B}) = \frac{P(\overline{B}|A_2)P(A_2)}{P(\overline{B})} = \frac{0.02\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}\times 0.08} = 0.25.$$

2．盒中放有 12 个乒乓球，其中有 9 个是新的．第一次比赛时从中任取 3 个来用，比赛后仍放回盒中．第二次比赛时再从盒中任取 3 个．求第二次取出的球都是新球的概率．又，已知第二次取出的球都是新球，求第一次取到都是新球的概率．

解　记 A_i =“第一次比赛时取到 i 个新球”，$i = 0, 1, 2, 3$；

B =“第二次比赛时取到 3 个新球”．

显然，A_0，A_1，A_2，A_3 构成一完备事件组．由全概公式

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com