大学基础物理

沈阳药科大学

李 辛 编

辽宁大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学基础物理/李辛编．-沈阳：辽宁大学出版社，2005.8
ISBN 7-5610-4924-2

Ⅰ．大...　Ⅱ．李...　Ⅲ．物理学—高等学校—教材　Ⅳ．04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 092490 号

出 版 者：辽宁大学出版社
（地址：沈阳市皇姑区崇山中路 66 号　　邮政编码：110036）
印 刷 者：沈阳昌通彩色印刷厂
发 行 者：辽宁大学出版社
幅面尺寸：185mm×260mm
印　　张：15
字　　数：320 千字
出版时间：2005 年 8 月第 1 版
印刷时间：2005 年 8 月第 1 次印刷
责任编辑：王树岩
封面设计：刘桂湘
责任校对：李　佳

定　　价：24.50 元

内容简介

《大学基础物理》教材是根据作者多年从事医药院校物理学的教学实践编写而成的。全书内容分成六大部分，即质点与刚体力学、流体力学、热学、振动与波动、电磁学和光学。这些内容又分成十三章进行介绍。

本书可作为普通高等学校医药类各专业本科（含成教本科）的大学物理课程教材，也可供医药类高职院和其他的相关专业选用。

前　言

《大学基础物理》是高校理、工、农、医、药等各专业的一门重要基础理论课。学好《大学基础物理》不仅可以为学习诸多相关的后续课程奠定坚实基础，而且还对学生毕业后工作的适应能力和业务发展产生重要影响。

本书是作者根据多年从事医药院校物理学的教学实践编写而成的。在编写过程中，从打好基础、精选内容、拓宽视野、利于教学等方面入手，在内容的选用方面，严格地按照医药院校大学物理课程的大纲要求，用尽可能小的篇幅涵盖大学物理的基本内容；以通俗、精练、简洁的语言叙述专业知识，更便于自学。根据医药院校的特点，在努力保持物理学体系完整性的同时，充分考虑医药专业方面的实际应用，尽力达到理论与实践的结合。兼顾了知识的系统性、逻辑性、可用性和可读性。

本书包括六个部分，共分 13 章：即质点力学、刚体力学、流体力学、热力学基础、机械振动、机械波、真空中的静电场、静电场中的导体与电介质、真空中电流的磁场、电磁感应、光的干涉、光的衍射、光的偏振等内容。

本书由沈阳工业大学理学院郭连权教授主审；有关图片的制作得到了沈阳工业大学理学院王帅老师的热情帮助。在本书编写、出版过程中，特别得到了沈阳药科大学成教学院张殿发院长和沈阳药科大学高职院马孔琛院长的大力支持。本书参考了一些高校的同类教材。在此一并表示衷心的感谢。

由于作者水平所限，本书疏漏不当之处在所难免，恳请读者批评指正。

作　者
2005 年 8 月

目　录

第一章　质点力学

第一节　参照系　坐标系　质点

一、参照系

物体的运动是绝对的，但描述物体的运动是相对的。由于运动具有相对性，因而在描述物体运动时，必须指明是相对哪一个物体或相对哪一个物体系在运动。这个被用来做参照的物体或物体系称为**参照系**(frame of reference)。参照系的选择是任意的，通常要看问题的性质和研究方便而定。

二、坐标系

在参照系选定之后，为了定量地研究物体的运动，要选择一个与参照系相对静止的坐标系，力学中通常选择的直角坐标系。

三、质点

任何物体都具有一定的大小和形状，因而，要精确描述一般物体的运动并不是一件简单的事情。当物体的大小和形状在所研究的问题中可以忽略不计时，通常把这样的物体称为**质点**(particle)。质点具有以下特点：

⑴质点是一种理想模型，而不真实存在，物理中有很多理想模型。

⑵质点突出了物体具有质量和占有位置的两个基本性质。

第二节　质点运动学

一、位置矢量　运动方程　轨迹方程　位移

1. 位置矢量

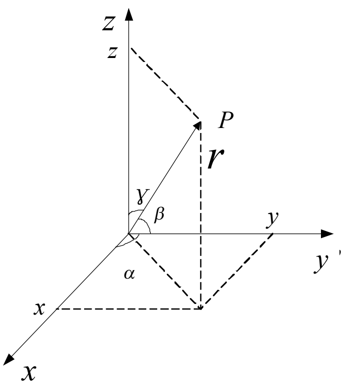

图 1-1

为了描述质点的运动，首先要确定其位置。设质点在三维空间中运动，在参照系上取直角坐标系，由坐标原点到质点所在位置的矢量称为**位置矢量**(position vector)（简称位矢或径矢）。如图 1-1，$\boldsymbol{r}$ 为质点 P 的位置矢量。

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

$\boldsymbol{r}$ 位矢大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

$\boldsymbol{r}$ 方向可由方向余弦确定，即

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}，\ \cos\beta = \frac{y}{r}，\ \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

式中，α 、β 、γ 分别是位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 轴正方向上的单位矢量 $\boldsymbol{I}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 所夹的角。在国际单位制（SI）中，位矢单位为米（m）。

2. 运动方程

质点运动时，位矢是随时间变化的，质点的位置坐标与时间的函数关系称为**运动方程**(equation of motion)。其矢量式为

$$\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

其分量式为

$$x = x(t)，\ y = y(t)，\ z = z(t) \tag{1-4}$$

3. 轨迹方程

从式（1-4）中消掉 t，得出由坐标 x 、y 、z 确定的曲线关系式称为**轨迹方程**。如平面上运动质点，运动方程为 $x = t$ ，$y = t^2$，得轨迹方程为 $y = x^2$（抛物线）。

4. 位移

以平面运动为例，取直角坐标系，如图 1-2。设 t 、$t+\Delta t$ 时刻质点位矢分别为 $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$，则 Δt 时间间隔内位矢变化为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1-5}$$

称 $\Delta\boldsymbol{r}$ 为 $t - t + \Delta t$ 时间间隔内质点的**位移**。

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} \tag{1-6}$$

大小为 $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

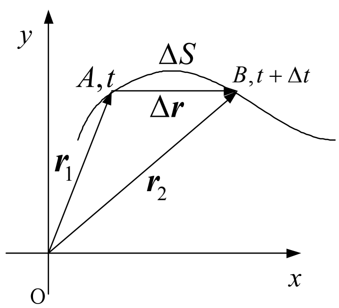

图 1-2

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与位矢 $\boldsymbol{r}$ 均为矢量，但是前者是过程量，后者为瞬时量。在国际单位制（SI）中，单位为米（m）。

二、速度

速度是描述质点运动快慢及方向的物理量。

1. 平均速度

如图 1-2 所示，设质点在 $t - t + \Delta t$ 时间间隔内发生的位移的 $\Delta\boldsymbol{r}$ ，定义质点在 $t - t + \Delta t$ 内的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

其大小为

$$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|$$

其方向与 $\Delta \boldsymbol{r}$ 方向相同。

2. 瞬时速度

$\bar{\boldsymbol{v}}$ 粗略地描述了质点的运动情况。为了精确地描述质点在某一时刻或某一位置的运动快慢，而引出瞬时速度概念，对式（1-7）中的时间间隔取极限为

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\boldsymbol{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

称 $\boldsymbol{v}$ 为质点在 t 时刻的瞬时速度，简称速度。

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

即质点的速度等于位矢对时间的一阶导数。

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j} \tag{1-9}$$

式中，$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ 。v_x、v_y 分别为 $\boldsymbol{v}$ 在 x、y 轴方向的速度分量。

速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向为所在位置的切线向前方向。$\boldsymbol{v}$ 与 x 正向轴夹角满足 $\mathrm{tg}\theta=\frac{v_y}{v_x}$ 。

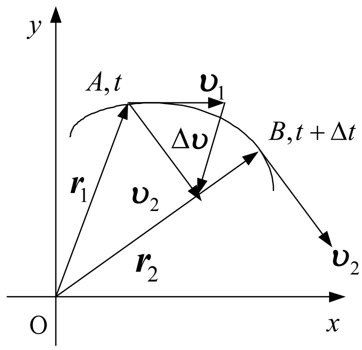

图 1-3

三、加速度

为了描述质点速度变化的快慢，从而引进加速度的概念。

1. 平均加速度(average acceleration)

如图 1-3 所示，设质点在 $t-t+\Delta t$ 时间间隔内速度增量为 Δ$\boldsymbol{v}$，定义质点在 $t-t+\Delta t$ 内的平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\bar{\boldsymbol{v}}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$$

2. 瞬时加速度(instantaneous acceleration)

为了精确地描述质点运动速度变化的快慢，对上式时间间隔取极限有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\boldsymbol{a}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{dt}$$

称 $\boldsymbol{a}$ 为质点在 t 时刻的**瞬时加速度**，简称**加速度**，它等于速度对时间的一阶导数或位矢对时间的二阶导数。

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=\boldsymbol{a}_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$$

式中　$a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$，$a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$。$a_x$、$a_y$ 分别称为 $\boldsymbol{a}$ 在 x、y 轴上的加速度分量。

$\boldsymbol{a}$ 的大小为　　$|a|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$

$\boldsymbol{a}$ 的方向为　　与 x 轴正向夹角满足 $\mathrm{tg}\theta=\dfrac{a_y}{a_x}$

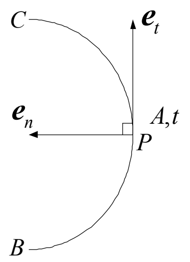

图 1-4

四、圆周运动(circular motion)

圆周运动是曲线运动的一个特例。为了研究方便，首先介绍一种新的坐标系。

1. 自然坐标系

图 1-4 中，BAC 为质点轨迹，t 时刻质点 P 位于 A 点，$\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$、$\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$ 分别为 A 点切向及法向的单位矢量，以 A 为原点，$\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$ 和 $\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$ 方向为坐标轴，由此构成的参照系称为**自然坐标系**。自然坐标系是随着质点运动而运动的。

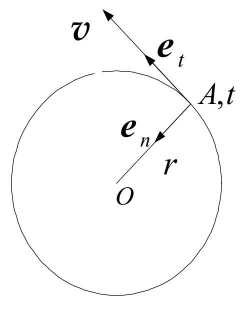

图 1-5

2. 圆周运动的切向加速度及法向加速度

(1) 切向加速度(tangential acceleration)

如图 1-5，质点做半径为 r 的圆周运动，t 时刻，质点速度为

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t \tag{1-11}$$

式（1-11）中，$v=|\boldsymbol{v}|$ 为速率。加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

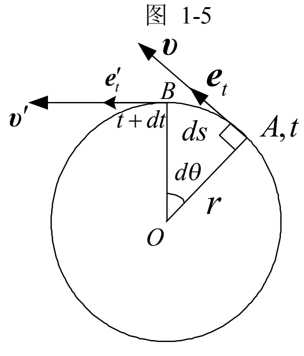

图 1-6

式（1-12）中，第一项是由质点运动速率变化引起的，方向与 $\boldsymbol{e}_t$ 共线，称该项为**切向加速度**，记为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t = a_t\boldsymbol{e}_t \tag{1-13}$$

式（1-13）中，

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

a_t 为加速度的切向分量。切向加速度分量等于速率对时间的一阶导数。

(2)法向加速度(normal acceleration)

式（1-12）中第二项是由质点运动方向改变引起的。

如图 1-6 所示，质点由 A 点运动到 B 点时，因为 $\boldsymbol{e}_t \perp OA$，$\boldsymbol{e}'_t \perp OB$，所以 $\boldsymbol{e}_t$、$\boldsymbol{e}'_t$ 夹角为 $\mathrm{d}\theta$ 。

如图 1-7 所示，$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t = \boldsymbol{e}'_t - \boldsymbol{e}_t$

当 $\mathrm{d}\theta \to 0$ 时，有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t| = |\boldsymbol{e}_t|\mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\theta$ 。

因为 $\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t \perp \boldsymbol{e}_t$，所以 $\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t$ 由 A 点指向圆心 O，可有

$$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t = \mathrm{d}\theta\ \boldsymbol{e}_n$$

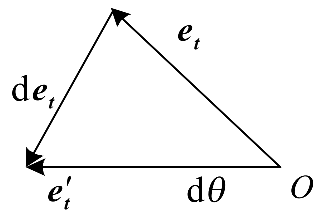

图 1-7

式（1-12）中第二项为

$$\boldsymbol{a}_n = v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n = \frac{v}{r}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n = \frac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n$$

该项为矢量，其方向沿半径指向圆心。称此项为**法向加速度**，记为

$$\boldsymbol{a}_n = \frac{\boldsymbol{v}^2}{r}\boldsymbol{e}_n \tag{1-15}$$

大小为

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

a_n 是加速度的法向分量。法向加速度分量等于速率平方除以曲率半径 。

3. 总加速度

如图 1-8 所示，总加速度为切向和法向加速度的矢量和

$$a = a_t + a_n = a_t\mathrm{e}_\mathrm{t} + a_n\mathrm{e}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}_\mathrm{t} + \frac{v^2}{r}\mathrm{e}_n$$

大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2} \tag{1-16}$$

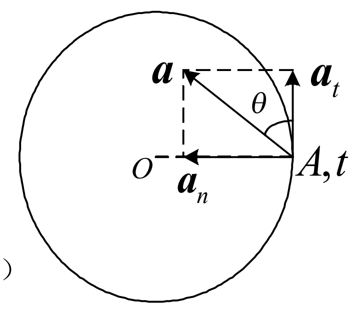

图 1-8

方向满足

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{a_n}{a_t}$$

实际上，对于一般曲线运动，上述 a_t、a_n 表达式形式仍成立，只不过在 a_n 表达式中的曲率半径 r 为变量。

第三节　牛顿运动定律

一、牛顿运动定律

1. 牛顿第一定律

任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，除非它受到其他物体对它的作用迫使它改变这种状态，这就是牛顿第一定律。其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = 0, \qquad \boldsymbol{v} = \text{恒矢量}$$

牛顿第一定律表明物体具有保持其运动状态不变的性质，这个性质称为**惯性**，所以牛顿第一定律也称为**惯性定律**。牛顿第一定律还表明力是改变物体运动状态的原因。

2. 牛顿第二定律

牛顿第一定律指出了力是物体速度改变的原因,但是并没有确定力和质量及加速度之间的定量关系，牛顿第二定律则解决了这个问题。在国际单位制（SI）中，其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \tag{1-17}$$

在应用牛顿第二定律时，应注意以下几点：

⑴牛顿第二定律只适用于质点的运动；

⑵牛顿第二定律中的外力为合外力；

⑶牛顿第二定律是瞬时定律；

⑷牛顿第二定律表达式为矢量式，解题时常采用分量形式：

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases} \text{（直角坐标系）} \qquad \begin{cases} F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{r} \\ F_t = ma_t = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \end{cases} \text{（自然坐标系）}$$

3. 牛顿第三定律

两个物体之间的相互作用力总是大小相等、方向相反且沿同一直线，这就是牛顿第三定律。其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}' \tag{1-18}$$

作用力与反作用力在同一直线上，但作用在不同物体上，同时产生，同时消除，任何一方都不能独立存在。

4.几种常见的力

力学中常见的力有万有引力、弹性力、摩擦力等，这里不再赘述。

5.惯性系(inertial system)

在运动学中，参照系可任选，在应用牛顿定律时，参照系不能任选，因为牛顿运动定律不是对所有的参照系都适用。凡是牛顿定律成立的参照系称为**惯性系**。牛顿定律不成立的参照系称为**非惯性系**。一个参照系是否为惯性系，要由观察和实验来判断。天文学方面的观察证明，以太阳中心为原点，坐标轴方向指向恒星的参照系是惯性系。理论证明，凡是对惯性系相对静止或作匀速直线运动的参照系都是惯性系。地球有自转和公转，所以地球对太阳这个惯性系不是作匀速直线运动的，严格讲地球不是惯性系。但是，地球自转和公转的角速度都很小，故地球可近似地认为是惯性系。同样，静止在地球上或相对地球作匀速直线运动的物体也都可以近似地看做惯性系。

二、牛顿定律应用举例

例题 1-1：如图 1-9，水平地面上有一质量为 M 的物体，静止于地面上。物体与地面间的静摩擦系数为 μ_s， 若要拉动物体，求最小的拉力是多少？沿什么方向？

解：⑴研究对象：M

⑵对研究对象进行受力分析：M 受四个力，重力 $\boldsymbol{P}$，拉力 $\boldsymbol{F}$，地面的正压力 $\boldsymbol{N}$，地面对它的摩擦力 $\boldsymbol{f}$，如受力图 1-9。

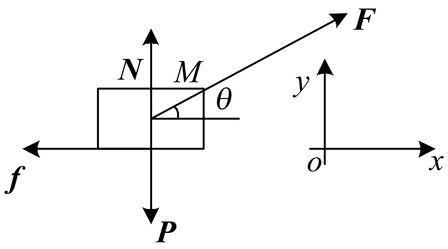

图 1-9

⑶在直角坐标系中牛顿第二定律分量式为

x 分量： $$F\cos\theta - f = Ma \quad ①$$

y 分量： $$F\sin\theta + N - P = 0 \quad ②$$

物体启动时，有

$$F\cos\theta - f > 0 \quad ③$$

物体刚启动时，摩擦力为最大静摩擦力，即 $f = \mu_s N$，由②解出 N，求得

$$f = \mu_s(P - F\sin\theta) \quad ④$$

将④代入③中，有

$$F > \mu_s Mg/(\cos\theta + \mu_s\sin\theta) \quad ⑤$$

可见，$F = F(\theta)$。$F = F_{\min}$ 时，要求分母 $(\cos\theta + \mu_s\sin\theta)$ 最大。

设 $A(\theta) = \mu_s\sin\theta + \cos\theta$

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\theta} = \mu_s \cos\theta - \sin\theta = 0$$

得　　$\mathrm{tg}\theta = \mu_s$

因为　　$\dfrac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}\theta^2} = -\mu_s \sin\theta - \cos\theta < 0$

所以　　$\mathrm{tg}\theta = \mu_s$ 时，$A = A_{\max}$，此时

$F = F_{\min}$，$\theta = \mathrm{arctg}\mu_s$ 代入⑤中，得

$$F > \frac{\mu_s Mg}{\mu_s^2 \dfrac{1}{\sqrt{1+\mu_s^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{1+\mu_s^2}}} = \frac{\mu_s Mg}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

$\boldsymbol{F}$ 方向与水平方向夹角为 $\theta = \mathrm{arctg}\mu_s$。

第四节　功和能

功和能是物理学中两个重要概念，它们关系密切，但意义又不相同。

一、功

我们知道，在力的作用下物体的运动状态要发生变化，而这种变化又是通过物体的运动过程体现出来的。为了考察力在运动过程中对物体所引起的效应，引进了功的概念。把力在质点位移方向上的分量与位移大小的乘积称为**力的功**。

1. 恒力的功

如图 1-10 所示，恒力是指力的大小和方向均不变，恒力所做的功为

$$W = F\cos\alpha S \tag{1-19}$$

上式可写成

$$W = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{S} = FS\cos\alpha \tag{1-20}$$

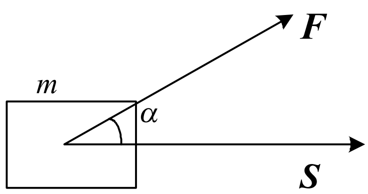

图 1-10

功为标量，其值可正可负或为零。功是过程量，是力对空间的积累效应。

2. 变力的功

设质点在变力 $\boldsymbol{F}$ 作用下沿曲线从 A 运动到 B，$\boldsymbol{F}$ 为变力，在元位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 上力可视为恒力，力对物体元功为

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

质点从 A 到 B 的过程中，力 $\boldsymbol{F}$ 对质点做的功为

$$W=\int_A^B \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{1-21}$$

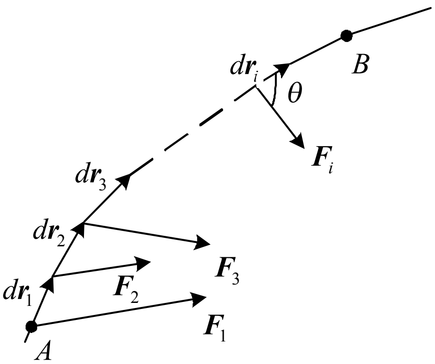

图 1-11

二、质点的动能定理

1. 动能(kinetic energy)

物体质量和速率平方乘积的一半，称为**物体的动能**，用 E_k 表示，即

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2 \tag{1-22}$$

动能为标量，是瞬时量。

2. 质点的动能定理

如图 1-12 所示，设质点在合力 $\boldsymbol{F}$ 作用下，沿曲线运动，在 A、B 二点速度分别为 $\boldsymbol{v}_1$、$\boldsymbol{v}_2$。在任一点 C 处，沿切线方向，由牛顿定律有

$$F_t=ma_t \text{（切线上）}$$

即
$$F\cos\alpha=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

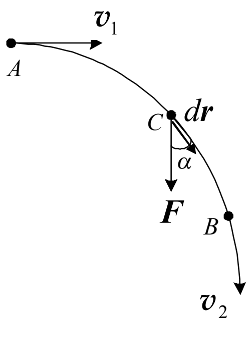

图 1-12

用元弧长同时乘以上式两边有：$F\cos\alpha \mathrm{d}s = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}s$　　即

$$\boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = vm\mathrm{d}v$$

质点从 A 点运动到 B 点过程中，合外力做功为

$$W=\int_A^B \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}=\int_{v_1}^{v_2} mv\mathrm{d}v=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \tag{1-23}$$

可见，合外力对质点做的功等于质点动能的增量，这一结论称为**质点的动能定理**。质点的动能定理是从牛顿第二定律推导出来的，由于牛顿第二定律只对惯性系成立，因而动能定理成立的条件也是惯性系。功为过程量，动能为状态量，过程量用状态量之差来表示，简化了计算过程。同时指出，功是能量变化或转化的量度。

3. 质点系的动能定理

设系统中由 n 个质点组成，第 i 个质点受合外力为 $\boldsymbol{F}_{i外}$，合内力为 $\boldsymbol{F}_{i内}$，在某一过程中，合外力功为 $\mathrm{W}_{i外}$，合内力功为 $\mathrm{W}_{i内}$，由单个质点的动能定理，对第 i 个质点有

$$W_{i外}+W_{i内}=\frac{1}{2}m_i v_{i2}^2-\frac{1}{2}m_i v_{i1}^2 \qquad (i=1,2,\cdots)$$

上式两边对质点求和，有

$$\sum_{i=1}^{n}W_{i外}+\sum_{i=1}^{n}W_{i内}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_{i2}^2-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_{i1}^2$$

$$W_{外}+W_{内}=E_{k2}-E_{k1} \tag{1-24}$$

可见，外力功之和与内力功之和的总和等于系统动能的增量。这一结论称为**质点系的动能定理**。

例题 1-2：如图 1-13 所示，篮球的位移为 $\boldsymbol{S}$，$\boldsymbol{S}$ 与水平线成 45° 角，$S=4\mathrm{m}$，球质量为 M，求重力的功。

解：⑴研究对象：球

⑵重力为恒力

$$W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{S}=\boldsymbol{FS}\cos\alpha=\boldsymbol{FS}\cos135^\circ=mg\cdot4\cos135^\circ=-2\sqrt{2}mg$$

例题 1-3：质量为 $m=3\mathrm{kg}$ 的质点，受合外力为 $\boldsymbol{F}=6t\mathbf{i}\,(\mathrm{SI})$，质点沿 x 轴运动，$t=0$ 时，$v_0=0$，求前二秒内 $\boldsymbol{F}$ 对 m 做的功。

解：⑴研究对象：m

⑵直线问题，$\boldsymbol{F}$ 沿 $+x$ 轴方向。

方法一：由功的定义 $W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{x}$ 解

$$W=\int_a^b 6ti\cdot \mathrm{d}xi=\int_a^b 6t\mathrm{d}x$$

因为　$F=ma=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=6t$

所以　$m\mathrm{d}v=6t\mathrm{d}t$

对上式积分　$3\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t 6t\mathrm{d}t$

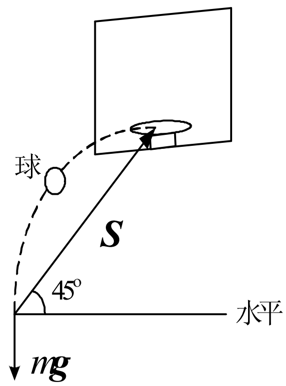

图 1-13

有 $v=t^2$

因为 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v=t^2$ 即 $\mathrm{d}x=t^2\mathrm{d}t$

所以 $\mathrm{W}=\int_0^2 6\mathrm{t}\cdot\mathrm{t}^2\mathrm{dt}=\dfrac{3}{2}\mathrm{t}^4\Big|_0^2=24\mathrm{J}$

方法二：由动能定理得

$$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)=\frac{1}{2}\times3(2^4-0)=24\mathrm{J}$$

三、 保守力与非保守力

1. 重力功

如图 1-14 所示，设质点 m 沿路径由 a 运动 b，位移为 $\boldsymbol{S}$，在地面附近重力可视为恒力，故功为

$$W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=mgs\cos\alpha=mg(y_a-y_b) \tag{1-25}$$

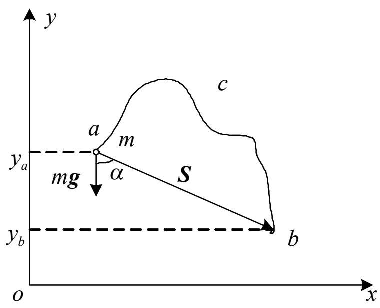

图 1-14

可见，重力功只与物体始末二位置有关，而与运动路径无关。

2. 弹性力功

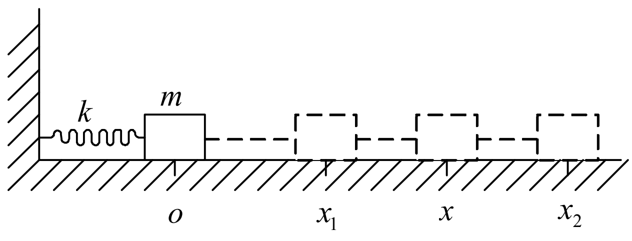

图 1-15

如图 1-15 所示，将弹簧一端固定，另一端连一物体，使物体在光滑的水平面上运动，O 为平衡位置，取此为坐标原点，物体位于 x 处时，受到弹性力为

$$F=-kx$$

式中，k 为弹簧的弹性系数，x 为物体相对原点的位移。物体从 x_1 运动到 x_2 过程中，弹性力