全国五年制高等职业教育通用教材

初 等 数 学

主　编　杜吉佩　李广全

高等教育出版社

内容提要

本套教材是根据 2000 年教育部颁布的五年制高等职业教育“应用数学基础”课程基本要求编写的。全套教材分初等数学、高等数学、技术数学共三册出版。本书是第一册，其内容包括集合、不等式与逻辑用语、基本初等函数、数列、平面向量、解析几何与立体几何、排列、组合与二项式定理。标有“ * ”的内容，供不同专业选用。

本书的适用面比较宽，可以作为五年制高等职业教育教材。另外，第一册还可以作为中等职业教育教材，第二册和第三册还可以作为高中起点的三年制高等职业教育教材。

策划编辑　邵　勇　责任编辑　王文颖　封面设计　李卫青　责任绘图　尹文军
版式设计　王艳红　责任校对　朱惠芳　责任印制

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 64054588
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网　　址	http: // www.hep.edu.cn
总　　机	010 - 82028899		http: // www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷			
开　　本	787×1092　1/ 16	版　　次	年　月第 1 版
印　　张	23.5	印　　次	年　月第　次印刷
字　　数	480 000	定　　价	29.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

全国五年制高等职业教育语文、数学
课程教材编写委员会

主　任　王军伟

副主任　丘维声　倪文锦　邹德林

委　员　(以姓氏笔画为序)

王社光　王学进　白金良　朱　丹　纪　拓

刘景连　苏立康　杜吉佩　李广全　张志增

张晓献　邵　勇　常晓宝　章雪冬　董　强

谢宝善　谢海泉

数学教材编写组

主　编　杜吉佩　李广全

副主编　李茂强　郭　为

编　者　(以姓氏笔画为序)

王稳权

李广全

郭　为

翟素娟

主　审　杨尚俊

前　言

本教材遵照教育部 2000 年 2 月颁布的五年制高等职业教育“应用数学基础”课程基本要求，根据高等职业技术特点和各专业实际需要精心编写而成。

全套教材分初等数学、高等数学、技术数学三个部分，并附有 Mathematica 软件操作简介。

第一册为初等数学，共分十章。主要内容包括集合与逻辑基本知识、简单不等式解法、基本初等函数、向量与复数、数列、平面解析几何和立体几何、排列、组合、二项式定理。总授课时数约需 160 至 180 学时。

第二册为高等数学，共分五章。主要内容包括极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、常微分方程、级数。总授课时数约需 80 至 100 学时。

第三册为技术数学，共分五个模块。主要内容包括数学建模、线性代数初步、复变函数、积分变换、概率论与数理统计。供有关专业根据需要选学。

教材总的编写原则是注重实际应用。教材淡化数学理论推导，强化数学能力培养，突出数学模型的建立及数学工具的正确使用。

教材内容的选取以“必需、够用”为度，尽量做到有所创新。具体编排是按照由浅入深，由易到难，由具体到抽象，循序渐进的原则进行，并努力做到概念清楚，条理清晰，语言精练，便于理解和掌握。

教材在编写体例上，适应学生的年龄特征和心理特点；在知识处理上，符合学生各学段的认知规律，着重使用先进的教学手段和近代数学思想，培养学生的数学素养和综合能力；在语言表述上，力求通俗易懂，增强趣味性和可读性。

本套教材的主要特色如下：

1. 适用对象的宽泛性　教材适用面比较宽，第一册符合中等职业学校的教学大纲的最低要求，可作为中等职业学校的教材；第二册和第三册可作为高中起点的高等职业学校的教材。

2. 数学知识的整合性　注意与初中学段的数学内容的衔接。结合五年制高等职业教育的特点，对教学内容作如下的整合：

(

与“空间解析几何”进行整合；

(

样避免了高中

(

(

分整合为微分学、积分学，使得内容连贯，思路连续，一气呵成，且节省教学时数。

3. 教材内容的更新性　根据信息时代的要求，适度更新了教学内容。由于计算机等技术的高速发展，离散数学的重要作用越来越被人们所认识，因此，我们将离散数学的知识渗透在教材中。例如，用映射的观点定义函数，理解函数的概念。

4. 知识运用的灵活性　用向量作工具处理几何内容，使代数与几何、数与图形更紧密地结合。处理具体问题时，则注意灵活运用。当使用综合法比较简单时，则用综合法，不用向量法；当用综合法较繁，而用向量法较简单时，则用向量法。这样处理，既培养了学生的空间想像能力和逻辑思维能力，又可以使学生学会用较简捷的方法解决问题。

5. 教材设计的参与性　教材的正文中灵活安排了想一想、做一做、议一议、小知识等相关内容，以利于学生主动参与教学的全过程，激发学习兴趣，培养举一反三的能力及创新精神。

6. 数学知识的应用性　教材中对欲讨论的问题大多以生产、生活中的实例引入，展示数学应用的广泛性，使读者初步了解建立数学模型的方法，并将数学建模单列一章加以讨论，以培养学生的综合数学素质和应用能力。

7. 习题设计的系统性和科学性　本教材对习题的设计，体现了系统性与科学性。

(1) 本套教材安排了十个数学实验。初等数学部分安排两个实验，主要以 CASIO *fx*-82 *MS* 计算器为主；高等数学和技术数学两部分共安排八个数学实验，以软件包 Mathematica 4.0 为蓝本。通过系统的数学实验课的学习，使学生基本具备利用现代工具进行数学计算的能力。

(2) 本套教材每节后面都配有足够数量，为不同层次读者准备的习题。这些习题可以帮助读者检测本节的学习效果。有些题可以训练解题技巧，开拓思路；有些题则是正文内容的补充。读者演练这些习题定会有所收益。

(3) 教材每节后的第一题，均设计为简答题。通过简答题，给出读者在本节中必须掌握的内容。其目的是帮助读者理解基本概念，复习、巩固本节内容。

(4) 本套教材每章的最后一节是本章学习指导。它包括四个方面：一是以知识框图的形式，给出一章的知识要点、各节内容之间的相互联系；二是对重点和难点进行解析，疑难问题给予解惑；三是对典型例题进行详细解剖，其主要目的是帮助读者掌握本章的知识体系，掌握分析问题和解决问题的思想方法；四是安排一组检测题，这些检测题包含了本章的 80％以上的知识点，供读者检测学习效果。

参加本套教材编写工作的有西安理工大学高等技术学院王稳权、宁夏吴忠市职业技术学院叶宁 、渤海船舶职业学院杜吉佩、天津机电职业技术学院李广全、河南农业大学农业职业学院李茂强、天津工业职业技术学院李剑霞、陕西省教育科学研究所职成研究室郭为、吉林教育学院董强、山西省第二人民警察学校谢宽物、河北交通职业技术学院翟素娟。全书结构设计、统稿、定稿由杜吉佩和李广全完成。

安徽大学杨尚俊教授仔细审阅了本套教材的初稿，提出许多有价值的修改建议，在此编者表示衷心的感谢！

本套教材的编写过程中，得到辽宁、天津、吉林、河北、河南、山西、陕西、宁夏等省、市、自治区的教育行政部门及编者所在院校领导的大力支持，得到了有关专家和同行的帮助。高等教育出版社对本套教材的编写、出版给予了很大支持。高等教育出版社中职分社社长邹德

林、首席策划张东英、高级策划邵勇为本套教材的出版付出了大量的劳动。在此一并致谢！

限于编者的水平，不当之处，恳请读者提出宝贵意见。

杜吉佩

2004 年 3 月于渤海船舶职业学院

目　　录

第一章　集合、逻辑用语与不等式

先来看一个实际问题:

某一小区的居民中，订阅

订阅

如果回答，这个小区中，共有600户居民订阅了报纸，就不一定正确．因为订阅报纸的居民，有可能同时订阅两种或三种报纸．只有在每户居民只订阅一种报纸时，上面的回答才正确．

描述和解决这样的问题，就需要本章所介绍的集合的知识．本章还要介绍不等式与逻辑用语的有关知识．

集合是数学的基本概念，逻辑用语是数学的基础语言，不等式是研究和表示数或式子不等关系的基础知识．本章知识是学习数学和其他相关课程的基础和工具．

§1-1　集　　合

一、集合

我们先来看几个例子:

(

(

(　　　　　　　　O 距离等于 3 cm 的所有的点形成的圆;

(

(

上述例子都是由一些对象组成的整体，而这些对象又是能够被确定的．

集合 set
元素 element
自然数 natural number
整数 integer
正整数 positive integer
有理数 rational number
实数 real number

一般地，由某些确定的对象组成的一个整体就叫做集合(简称集)集合里的每一个对象叫做这个集合的元素．例如，小于 8 的全体正整数的集合是由 1，2，3，4，5，6，7 这 7 个数组成的集合，而这 7 个数就是组成这个集合的元素．

含有有限个元素的集合叫做有限集．上面例子中，

无限集．上面例子中的

集合通常用大写的英文字母 A，B，C，…表示，元素通常用小写的英文字母 a，b，c，…表示．有时也用大写希腊字母来表示集合，相应的元素用小写希腊字母表示．

数学中几个常用的集合，用固定的大写字母来表示：

所有非负整数组成的集合叫做非负整数集(或自然数集) **N**．

所有正整数组成的集合叫做正整数集，记作 $\mathbf{N}^*$ (或 $\mathbf{N}_+$)

所有整数组成的集合叫做整数集，记作 **Z**．

所有有理数组成的集合叫做有理数集，记作 **Q**．

所有实数组成的集合叫做实数集，记作 **R**．

?

这几个常用的集合间有什么区别和联系？

非负整数 non-negative integer
空集 empty set
非空集合 nonempty set

如果 a 是集合 A 中的元素，就说元素 a 属于集合 A，记做 $a\in A$，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 中的元素，就说元素 a 不属于集合 A，记做 $a\notin A$，读作“a 不属于 A”．例如，$3\notin\mathbf{N}$； $-3\notin\mathbf{N}$； $0\in\mathbf{N}$，$0\notin\mathbf{N}^*$；$\pi\in\mathbf{R}$．

观察由小于 -1 的自然数组成的集合．显然这个集合中不含任何元素．不含任何元素的集合叫做空集，记作 ．至少含有一个元素的集合叫做非空集合．

例 1 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(____ **Z**; ____ **R**; ____ $\mathbf{N}^*$； 2____ **Q**．

解 **Z**; **R**; / $\mathbf{N}^*$； $2\notin\mathbf{Q}$．

二、集合的表示方法

我们知道，中国古代四大发明的集合是由指南针、造纸、活字印刷及火药四个元素组成，所以这个集合可以表示为

{指南针，造纸，活字印刷，火药}．

加上大括号的原因是因为集合是指一个整体．

一般地，把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合的方法叫做列举法．对于元素不太多的有限集合，一般经常采用这种方法来表示．

用列举法表示集合的时候，要注意以下几点：

(

么顺序去列举元素，都表示同一个集合．

例 2　用列举法表示下列集合：

(　　　$x-2=0$ 的解集；

(

(

(

解

(

(

单起见，一般把它写作

(

观察由大于 5 的实数所组成的集合．因为集合中含有无穷多个元素，所以我们无法用列举法来表示它．那么，怎样表示这个集合呢？

分析这个集合中的元素，我们发现它们所具有的特征：都是实数并且都大于 5．利用这些特征，这个集合表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid x>5\}.$$

一般地，给定 x 的取值范围 A，如果属于集合 M 的任一元素 x 都具有性质 p　$x)$，并且，具有性质 p　$x)$ 的元素都属于集合 A，这时性质 p　$x)$ 叫做集合 M 的特征性质．集合 M 利用它的特征性质可以表示为

$$\{x\in A\mid p\quad x)\}.$$

这种把集合的特征性质描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做描述法．如果从前后关系看，集 A 已经很明确，特别是当 A 为实数集 $\mathbf{R}$ 时，集合可以表示为

$$\{x\mid p\quad x)\}.$$

例如，大于 5 的实数组成的集合可以表示为　$x\mid x>5\}$

例 3　用描述法表示下列集合：

(　　　$x^2-2x-3=0$ 的解集；

(

(

(

(　　　$y=2x+1$ 图像上的所有点组成的集合；

(

解　　　$x\mid x^2-2x-3=0\}$；　　　　$x\in\mathbf{Z}\mid -2<x<8\}$；

由方程的解组成的集合叫做这个方程的解集．

解集 solution set

集合 {0} 与空集一样吗？和数字 0 一样吗？它们之间有什么关系？

$x \mid x = 2k,\ k \in \mathbf{N}^*\}$;　　$x \mid x = 2k - 1,\ k \in \mathbf{Z}\}$;

(　$x, y)$　$y = 2x + 1\}$;　　$x, y) \mid x > 0,\ y > 0\}$

有些集合可以有几种不同的表示方法．例如，例 3 中的
可以表示为 $x \mid x = 3$，或 $x = -1\}$
示方法，一般我们选用更加简单的表示法．如上例中选用

例 4　自选一种方法来表示下列集合:

(　$x + 5 = 2$ 的解集;

(

(

(　$y = \dfrac{1}{x}$ 的图像上的所有点组成的集合;

偶数 even number

(

解　(1)　$-3\}$;　　(2)　$x \mid x = 4k,\ k \in \mathbf{N}^*\}$;

(3)　$x, y) \mid x < 0,\ y > 0\}$;　　4)　$(x, y) \left| y = \dfrac{1}{x} \right.$;

(5)　$4, 6, 8, 10\}$．

三、集合之间的关系

子集 subset

观察集合
素都是集合

一般地，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作 A　B (或 B　A)　　***A* 包含于 *B*”(或“ *B* 包含 *A*”)**

符号　也可以用代替，符号　也可以用　代替．

由于非空集合 A 的任何一个元素都属于 A，故任何非空集合 A 都是它本身的子集，即 A　A．

我们还规定: 空集是任何集合的子集，即　A．

由子集的定义，容易看出包含关系具有传递性．即若 A　B，B　C，则 A　C．例如，$\mathbf{N}^*$　$\mathbf{N}$，$\mathbf{N}$　$\mathbf{Z}$，故 $\mathbf{N}^*$　$\mathbf{Z}$．

当集合 A 不是集合 B 的子集时，记作 Aǎ B 或 Bǹ A．读作“ A 不包含于 B”，或“ B 不包含 A”．

由上面的分析，我们知道
这是因为 $3 \notin$

真子集 proper subset

一般地，如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 A　B 或 B　A．

由真子集的定义，空集是任何非空集合的真子集，即　A．例如

真包含关系也有传递性，即如果 A　B，B　C，那么 A　C .

通常我们用一条封闭曲线的内部表示一个集合 . 图 1 - 1 表示集合 A，图 1 - 2 表示集合　　A 是集合 B 的真子集，那么就把表示集合 A 的区域画在表示集合 B 的区域的内部，如图 1 - 3 所示 .

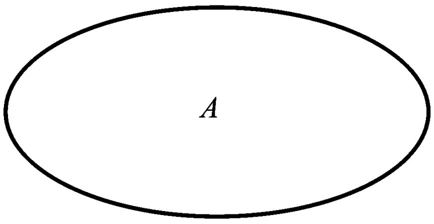

图 1 - 1

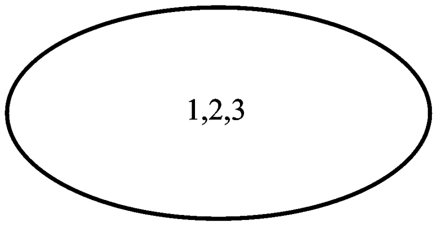

图 1 - 2

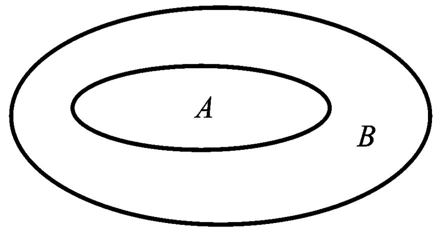

图 1 - 3

用图形表示集合或集合之间的关系的方法叫做图示法，如图 1 - 1，图 1 - 2 和图 1 - 3 所示 .

用来表示集合与集合之间关系的图形也称为文

1923 年，英国逻辑学家)

例 5　写出集合{1, 2, 3}

解　子集有:　,

上述集合中，除去集合

观察集合　　$x \mid x^2 - 1 = 0\}$

同，即

$\{-1, 1\}$　　$x \mid x^2 - 1 = 0\}$　　$x \mid x^2 - 1 = 0\}$

一般地，对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 也是集合 A 的子集，那么我们就说这两个集合相等，记作 " $A = B$ ".

例 6　用适当的符号($\in$, $\notin$,　,　, =)

(1)　a ______　b, $c\}$

(2)　1, 2\} ______ 1, 2, 3, 4\}

(3)　$-2, 2\}$______　$x \mid x^2 - 4 = 0\}$

(4)　1, 3) ______　$x, y) \mid y = 2x + 1\}$

解　(1)　$a \notin \{b, c\}$

(2)　1, 2\}　\{1, 2, 3, 4\}

(3)　$-2, 2\} = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$

(4)　$1, 3) \in \{(x, y) \mid y = 2x + 1\}$

习题　1 - 1

1 . 简答题:

(

(

(

(

(

2. 下列语句是否能表示一个集合:

(

(

(

(

3. 用列举法表示下列集合:

(

($x^2-9=0$ 的解集;

(

合;

(

4. 用描述法表示下列集合:

($x-9\leq 0$ 的解集;

(

(

(

5. 选择适当的方法表示下列集合,并指出是有限集还是无限集:

($x^2-x-2=0$ 的解集;

(

(2的所有实数组成的集合;

(

(

($y=x-1$ 图像上的所有点组成的集合;

(

($y=3x$ 的图像和函数 $y=x+2$ 的图像的交点组成的集合 .

6. 写出集合 $a, b, c\}$

7. 用适当的符号填空:

(____ d ____ $\{a, b, c\}$

(____ ____ $x \mid x^2-3x+2=0\}$

(____ ____ $x \mid x^2=4\}$

8. 指出下列集合之间的关系,并用图形表示它们之间的关系:

(1) $A=\{x \mid x$ 是正方形$\}$　$B=\{x \mid x$ 是矩形$\}$

(2) $A=\{x \mid x^2-5x+4=0\}$　$B=\{1\}$　$C=\{1,4,6\}$

§1 - 2　集合的运算

和数字相类似，集合之间也可以进行运算．集合的运算是指已知集合按照某种约定的方式，构造新的集合．主要有交、并、补三种运算．

一、交集

先看下面的例子：

如果某班参加数学竞赛的同学组成的集合是：

$A =$

参加英语竞赛的同学组成的集合是

$B =$

则该班两项竞赛都参加的同学组成的集合是

{王平，刘峰}．

显然，这个集合是由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作“A 交 B”．即

$$A\cap B = \quad x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

交 intersection

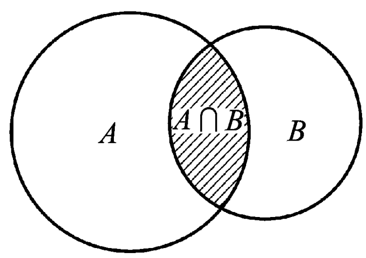

图 1 - 4

两个集合 A 与 B 的交集可用图 1 - 4 中的阴影部分表示．

由交集的定义，容易得出下面的性质：

对任意集合 A，B，有

(　$A\cap B = B\cap A$;

(　$A\cap A = A$;

　$A\cap \quad = \quad$;

(　$A\cap B \quad A$，$A\cap B \quad B$．

求交集的运算叫做交运算．

例 1　已知集合 $A =$　　　　$B =$　　　　$A\cap B$．

解　$A\cap B =$

例 2　已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + 2y = 5\}$　$B = \{(x, y) \mid 5x - 2y = 1\}$　$A\cap B$．

解　$A\cap B = \quad (x, y) \left| \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 5x - 2y = 1 \end{array} \right. \quad =$

例 3　设集合 $A = \quad x \mid -2 < x < 1\}$　$B = \quad x \mid -1 < x < 3\}$　　$A\cap B$．

解　$A\cap B = \quad x \mid -2 < x < 1\} \quad x \mid -1 < x < 3\}$

$= \quad x \mid -1 < x < 1\}$

?

如果 $A \quad B$，那么 $A\cap B$ 与 A 和 B 各有何种关系？如果 $A \quad B$，情况是否会发生变化？

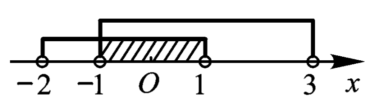

图 1 - 5

二、并集

在本节开始的例子中，该班至少参加一项竞赛的所有同学组成的集合是

{李明，王平，张强，刘峰，郭进，胡军}．

显然，这个集合是由所有属于集合 A 或属于集合 B 的同学所组成的．

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即

$$A\cup B= \quad x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

并 union

由并集的定义可知，$A\cup B$ 是由至少属于 A，B 两个集合中的一个集合的所有元素所组成的集合．

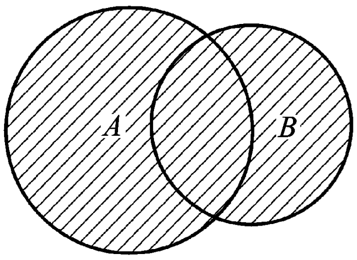

图 1-6

集合 A 与集合 B 的并集可用图 1-6 中的阴影部分表示．

由并集的定义，容易得出下面的性质：

对任意集合 A，B，有

($A\cup B=B\cup A$;

$A\cup A=A$;

($A\cup \quad =A$;

($A\cup B \quad A$，$A\cup B \quad B$．

?

如果 $A \quad B$，那么 $A\cup B$ 与 A 和 B 有何关系？如果 $A \quad B$，情况是否会发生变化？

求并集的运算叫做并运算．

例 4 已知集合 $A=$ $B=$ $A\cup B$．

解 $A\cup B=$

$=$

例 5 设 $A=\quad x \mid |x|=2\}$ $B=\quad x\mid x-2=0\}$ $A\cup B$．

解 因 $A=\quad x \mid |x|=2\}$

$B=\quad x\mid x-2=0\}$

故 $A\cup B=$

例 6 设 $A=\quad x\mid -1<x\leq 2\}$ $B=\quad x\mid 0<x\leq 5\}$ $A\cup B$．

解 $A\cup B=\quad x\mid -1<x\leq 2\} \quad x\mid 0<x\leq 5\}$

$=\quad x\mid -1<x\leq 5\}$

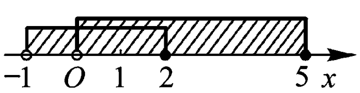

图 1-7

三、全集、补集

先看一个例子：

设集合 U 表示某校一年级所有同学的集合，集合 A 表示一年级中所有参加数学竞赛的同学的集合，集合 B 表示一年级中所有没参加数学竞赛的同学的集合．

容易看出，集合 A，B 都是集合 U 的子集，并且集合 B 是由集合 U 中所有不属于集合 A 的同学所组成的集合．

一般地，如果一个集合含有要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集．全集通常用 U 表示．U 可以用一个矩形的内部表示

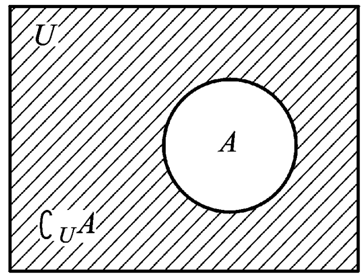

图 1-8

全集　universal set

如果集合 A 是全集 U 的子集，那么由 U 中所有不属于集合 A 的元素所组成的集合，叫做 A 在 U 中的补集，记作 $\complement_U A$，读作“A 在 U 中的补集”，即

$$\complement_U A = \quad x \mid x \in U, \text{且 } x \notin A\}$$

A 在 U 中的补集，可用图 1-8 中的阴影部分表示．

符号“$\complement$”是英文 complemantary c 的花写．

补集　complement

由补集的定义，容易得出下面的性质：

(　$A \cap \complement_U A =$　;

(　$A \cup \complement_U A = U$;

(　$\complement_U(\complement_U A) = A$．

在实数范围内讨论问题时，全集通常取作 $\mathbf{R}$，根据问题的需要有时全集也可以取其他集合．如果全集 U 已经很明确，那么可以省去 U，将 $\complement_U A$ 记为 $\complement_A$．

求补集的运算叫做补运算．

例 7　已知 $U=$　　　$A=$　　　$B=$　　　$\complement_U A$，$\complement_U B$，$\complement_U A \cap \complement_U B$，$\complement_U A \cup \complement_U B$．

解　$\complement_U A=$

$\complement_U B=$

$\complement_U A \cap \complement_U B=$

$\complement_U A \cup \complement_U B=$

例 8　已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\ \ x \mid x>0\}$　$B=\ \ x \mid -1<x\leq 2\}$　$\complement_U A$，$\complement_U B$，并在数轴上表示出这四个集合．

解　$\complement_U A=\ \ x \mid x\leq 0\}$

$\complement_U B=\ \ x \mid x\leq -1$ 或 $x>2\}$

在数轴上的表示如图 1-9 所示．

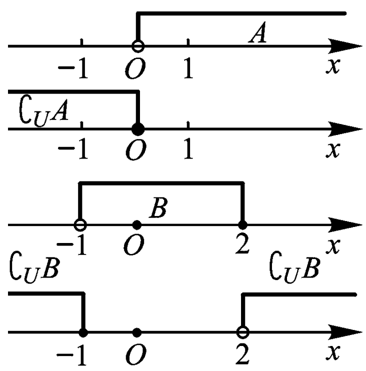

图 1-9

下面介绍集合知识的简单应用．如果集合 A 是有限集，我们用 card　A)　　　A 的元素的个数．例如，若 $A=\ \ x\in\mathbf{N} \mid x\leq 4\}$ card　A)

例 9　某小区共有 1 000 户居民，U 表示小区全体居民户组成的集合，A 表示订　　　B 表示订

户居民的集合，小区中有 300 户居民这两种报刊都没订，问同时订这两种报刊的有多少户居民？