

新编考研辅导丛书

Mechanics of Materials

材料力学辅导

袁一红 主编

重点·难点·考点

典型例题解析

精选习题与解答

模拟试卷与答案

西安电子科技大学出版社

<http://www.xdpuh.com>



新编考研辅导丛书

材料力学辅导

黄一红 主编

西安电子科技大学出版社

本书介绍了硕士研究生“材料力学”课程入学考试的重点、难点和考点。书中例题多数选自全国重点高等院校研究生入学考试试题，并附有总结性的分析与讨论，以加深应考者对材料力学基本概念、基本理论的理解和解题能力的提高。书中还配有自测题、模拟试题和近两年西安电子科技大学研究生入学考试的试题及题解，以提高考生的应试能力和技巧。带“*”号部分可供选学。

本书是考研的必备辅导书，也可作为本科生、教师和技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学辅导/黄一红主编. —西安:西安电子科技大学出版社, 2000. 10
(新编考研辅导丛书)

ISBN 7 - 5606 - 0934 - 1

I. 材… II. 黄… III. 材料力学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 49612 号

责任编辑 李惠萍 汪雨帆

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)8227828 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfbx@pub.xaonline.com

经 销 新华书店

印 刷 西安兰翔印刷厂

版 次 2000 年 10 月第 1 版 2001 年 6 月第 2 次印刷

开 本 787 毫米×960 毫米 1/16 印张 19

字 数 378 千字

印 数 4 001~8 000 册

定 价 23.00 元

ISBN 7 - 5606 - 0934 - 1/O · 0046

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本书封面贴有西安电子科技大学出版社的激光防伪标志，无标志者不得销售。

前 言

“材料力学”在工科高等院校中始终是一门必修的基础理论课，在工程实践中也是众多工程技术人员所必须掌握的基础知识，同时也是报考硕士研究生时许多专业必考的一门专业基础课。众所周知，在有限的学习时间内选多少和挑哪些题练习才能收到最好的效果，这一直是考研者和自学者热切希望得到解答的一个问题。为此，编者结合多年参加硕士研究生“材料力学”入学考试命题工作的经验编写了此书，希望使应试者在短时间内掌握这门课的精髓，达到事半功倍的效果，在通往研究生的道路上奠定一块基石。

编者根据近 20 年来从事“材料力学”课程教学工作的经验，在编写中力求注重基础概念，用较多的篇幅以例题示范。其中不乏典型问题及较难的例题，以说明解题的一般方法，书中特别指出了读者在解题中容易出现的错误和应该注意的问题。有的例题则给出几种解法，以便对不同方法进行比较，使读者熟悉一些解题技巧。本书的一个最大特点就是给出了该课程的重点、难点、考点，这对考研者是非常重要的。

书中所选题型有一部分模拟了研究生入学考试的考题类型，具有典型性、多样性。主要是通过练习使读者既巩固基础知识，又熟悉解题方法和技巧，为参加研究生考试打下良好的基础。书中有自测题、硕士研究生入学考题和模拟试题，读者可进行自测，以了解当前“材料力学”研究生入学考试试题的题型和难易程度。

本书第 1#，2#，3 章由王芳林编写；第 4#，5#，6#，7#，8 章和附录由黄一红编写；第 9、10#，11 章由朱应敏编写。全书由黄一红统稿并任主编。

本书在编写过程中，得到了朱兵老师的悉心指导，力学教研室的许多老师也给予了帮助和支持，在此一并致以衷心的感谢。

限于编者的水平，疏误之处在所难免，敬请读者指正。

编 者

2000 年 5 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 重点、难点、考点	1
1.1.1 本章重点与难点	1
1.1.2 本章考点	4
1.2 典型例题分析	4
1.3 自测题	6
第 2 章 拉伸、压缩与剪切	8
2.1 重点、难点、考点	8
2.1.1 本章重点	8
2.1.2 本章难点	12
2.1.3 本章考点	13
2.2 典型例题分析	14
2.3 自测题	23
第 3 章 扭转	31
3.1 重点、难点、考点	31
3.1.1 本章重点	31
3.1.2 本章难点	34
3.1.3 本章考点	35
3.2 典型例题分析	35
3.3 自测题	43
第 4 章 弯曲内力	46
4.1 重点、难点、考点	46
4.1.1 本章重点	46
4.1.2 本章难点	48
4.1.3 本章考点	49
4.2 典型例题分析	49
4.3 自测题	58

第 5 章 弯曲应力	64
5.1 重点、难点、考点	64
5.1.1 本章重点	64
5.1.2 本章难点	66
5.1.3 本章考点	67
5.2 典型例题分析	68
5.3 自测题	86
第 6 章 弯曲变形	93
6.1 重点、难点、考点	93
6.1.1 本章重点	93
6.1.2 本章难点	95
6.1.3 本章考点	96
6.2 典型例题分析	96
6.3 自测题	116
第 7 章 应力状态与强度理论	123
7.1 重点、难点、考点	123
7.1.1 本章重点	123
7.1.2 本章难点	128
7.1.3 本章考点	129
7.2 典型例题分析	129
7.3 自测题	142
第 8 章 组合变形	149
8.1 重点、难点、考点	149
8.1.1 本章重点	149
8.1.2 本章难点	150
8.1.3 本章考点	152
8.2 典型例题分析	153
8.3 自测题	169
第 9 章 能量方法及静不定系统	176
9.1 重点、难点、考点	176
9.1.1 本章重点	176
9.1.2 本章难点	179

9.1.3 本章考点	180
9.2 典型例题分析	181
9.3 自测题	192
第 10 章 动载荷	198
10.1 重点、难点、考点	198
10.1.1 本章重点与难点	198
10.1.2 本章考点	202
10.2 典型例题分析	203
10.3 自测题	213
第 11 章 压杆稳定	220
11.1 重点、难点、考点	220
11.1.1 本章重点	220
11.1.2 本章难点	222
11.1.3 本章考点	224
11.2 典型例题分析	224
11.3 自测题	237
附录 A	243
A.1 1998 年西安电子科技大学硕士研究生入学考试试题及解答	243
A.2 1999 年西安电子科技大学硕士研究生入学考试试题及解答	251
A.3 2000 年西安电子科技大学硕士研究生入学考试试题及解答	258
A.4 1999 年西北工业大学硕士研究生入学考试试题	266
A.5 2000 年西北工业大学硕士研究生入学考试试题	269
附录 B	272
B.1 模拟试卷 1	272
B.2 模拟试卷 2	276
B.3 第三届全国力学竞赛材料力学试题	279
各章习题参考答案	283
参考文献	293

第1章

绪 论

材料力学是一门研究构件强度、刚度及稳定性的科学，是固体力学在工程中应用最为广泛的分支。材料力学的基本任务是在保证构件满足安全性要求的前提下，以最经济的代价，为合理设计构件尺寸、形状，选择适宜的材料，提供必要的理论基础、计算方法与实验技术，从而合理地解决构件设计中的安全性与经济性这对基本矛盾。

1.1 重点、难点、考点

1.1.1 本章重点与难点

1. 外力、内力与截面法

外力是指其它物体对构件的机械作用，它主要包括载荷和约束反力，其中载荷是指其它物体作用于构件上的主动力，而约束反力是指由载荷及构件的约束形式所决定的被动力。在外力作用下，构件内部各部分间的相互作用力将有所改变，这种由外力引起的构件内部相互作用力的改变量称为内力。内力是成对出现的，大小相等，方向相反，分别作用在构件的两部分上，只有把构件剖开，内力才能“暴露”出来。

截面法是求内力的基本方法，它贯穿于“材料力学”课程的始终。利用截面法求内力可归纳为以下四步：一截、二取、三代、四平。

一截：在欲求内力的截面处，用假想截面把构件截开，分成两部分。

二取：任取一部分作为研究对象。至于选取哪一部分，视计算的简便与否而定。

三代：用内力代替抛去部分对保留部分的作用力。一般地说，在空间问题中，内力有

六个分量，合力的作用点为截面形心。如在切开截面建立右手坐标系，以截面形心为原点，则六个内力分量为 N_x , Q_y , Q_z , M_x , M_y 和 M_z (图 1-1)。

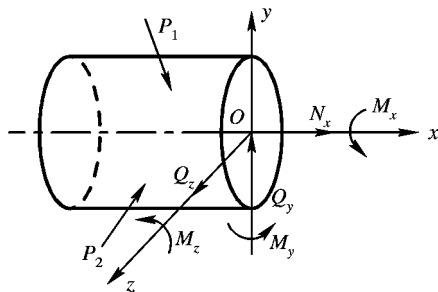


图 1-1

四平：原来结构在外力作用下处于平衡，则研究的保留部分在外力与内力共同作用下也处于平衡，可建立平衡方程，由已知外力求出各内力分量。

2. 应力——正应力和剪应力

应力是指截面上一点处的内力的强弱程度(内力集度)。根据连续性假设，在外力作用下构件任一截面上的内力是连续分布的，而且一般情况下截面上各点内力的大小和方向是因点而异的。

如图 1-2(a)所示，m—m 截面上任一点 C 处的应力用 p 表示

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

ΔP 为微面积 ΔA 上的合内力。

一点处的应力可以分解为两个应力分量。垂直于截面的分量称为正应力，用符号 σ 表示；平行于截面的分量称为剪应力，用符号 τ 表示(图 1-2(b))。应力单位为 Pa(帕斯卡， $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$)， $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ ， $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。应力的量纲和压强的量纲相同，但是二者的物理概念不同，压强是单位面积上的外力，而应力是单位面积上的内力。

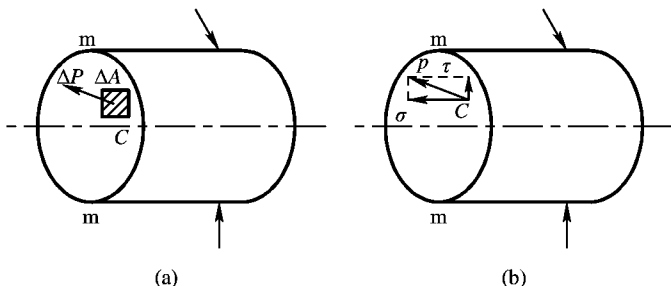


图 1-2

3. 变形——线应变和角应变

构件在受力产生内力的同时，体内任意两点的距离和任意两条线段的夹角都可能改

变。如果在物体内 A 点附近取出一个微单元体(边长为微量的微小的正六面体), 它的一个边 AB 变形前平行于坐标轴 x , 长度为 Δx (图 1-3(a)), 变形后长度变为 $\Delta x + \Delta u$, Δu 为 AB 的变形量, 如 AB 上各点的变形程度相同, 则比值(图 1-3(b))

$$\epsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

称为 AB 线段的平均线应变, 而极限

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

定义为 A 点沿 x 方向的线应变。

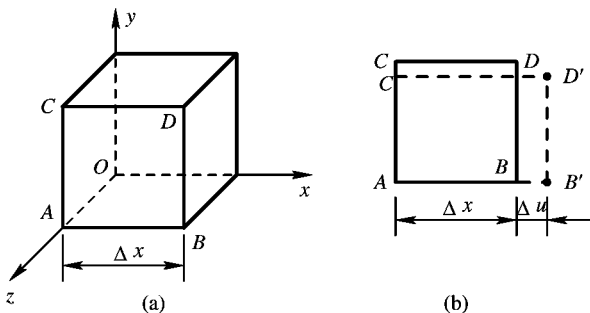


图 1-3

变形前 AB 与 AC 两线段夹角为直角, 变形后夹角发生改变(图 1-4), 其改变量 γ 称为角应变或剪应变。

线应变和角应变都为无量纲量。角应变用弧度来度量。线应变 ϵ 和角应变 γ 是度量构件变形程度的两个基本量, 不同方向的线应变是不同的, 不同平面的角应变也是不同的, 它们都是坐标的函数。因此, 在描述物体的线应变和角应变时, 应明确应变发生在哪一个点、哪一个方向或者哪一个平面里。

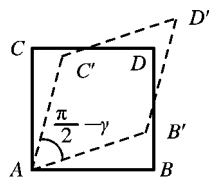


图 1-4

4. 变形固体的基本假设及其在解决材料力学问题时的应用

构件一般由变形固体制成, 受力后其尺寸、形状都发生改变。为了简化问题研究, 材料力学对变形固体作下列假设:

- ① 连续性假设;
- ② 均匀性假设;

③ 各向同性假设。

根据连续性假设，可使用连续函数描述变形固体受力后所产生的各种力学现象及力学量，利用高等数学工具去分析、研究材料力学问题。

根据均匀性假设，可在构件任何部分截取微小六面体（即单元体）进行研究，并将所得结论推广到整个构件上去；可将宏观实验所得结果用于该实验材料所制构件的单元体上，从而为分析研究材料力学问题带来方便。

根据各向同性假设，可从构件任何方向截取单元体进行研究；对单元体进行分析时可认为其各个方向具有相同的性质，并可将研究结果推广到构件任何方向上去。

同时，在材料力学的研究中，一般将变形限于小变形范围内，即所谓的小变形假设，就是基于大多数材料在受力后变形比较小，材料力学对所研究的问题，其变形限于与构件原始尺寸相比是十分微小的变形这一规定。根据这个假设，在研究构件的平衡、变形、内力计算等问题时，均可按原始尺寸进行计算，特别是在计算变形时，还可使问题线性化，即按线弹性处理。

1.1.2 本章考点

本章要求学生了解材料力学的研究目的，对强度、刚度及稳定性等重要概念有深刻的理解。了解材料力学的研究对象是变形固体，这也是它与理论力学的重要区别。对变形固体的三个基本假设要从宏观角度理解，了解材料力学的研究范围是小变形和线弹性物体，且主要限于杆件，特别是直杆。学会区分四种基本变形。

本章试题主要为概念题（如判断题、填空题等）。

1.2 典型例题分析

例 1-1 直杆 ABC 如图 1-5(a) 所示， $\alpha=30^\circ$ 。试求 1—1 横截面上的内力。

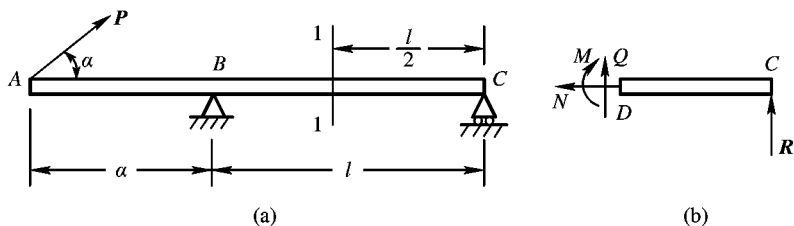


图 1-5

解：(1) 求支座 C 的约束反力。

$$\sum m_B = 0 \quad P \sin \alpha \cdot a - R \cdot l = 0$$

$$R = P \sin \alpha \cdot \frac{a}{l} = \frac{Pa}{2l}$$

(2) 沿 1—1 截面将杆截开, 取右段, 左段对右段的作用力用 N , Q 和力偶 M 代替。

$$\sum X = 0 \quad N = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad Q = -R = -\frac{Pa}{2l}$$

$$\sum m_D = 0 \quad M = R \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pa}{4}$$

讨论: 本题是一平面问题。对平面问题, 杆件截面上的内力分量只有三个, 即轴力 N , 剪力 Q 和弯矩 M 。材料力学课程主要讨论平面问题。

例 1-2 图 1-6(a) 所示之平面折杆 ABC 的 A 端为固定端, C 端受集中力 P 及 F , P 力与折杆 ABC 所在平面垂直, F 力在 ABC 平面内且与 BC 段垂直。已知 $AB \perp BC$, $AB = l$, $BC = a$, 试求折杆根部 A 截面上的内力分量。

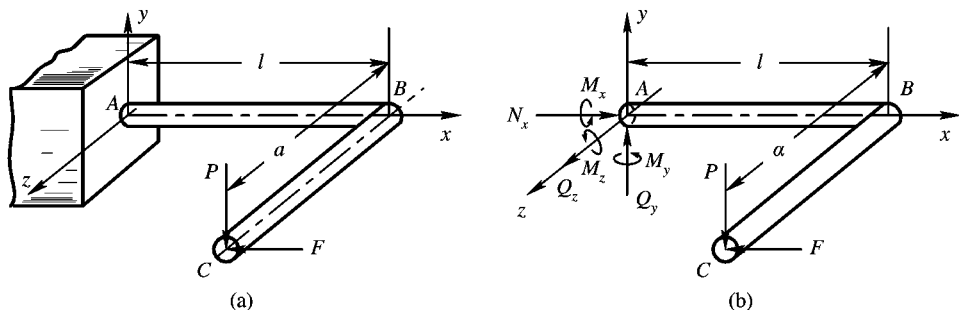


图 1-6

解: 从 A 截面处截开, 并在 A 截面上加六个内力分量(如图 1-6(b) 所示)。

$$\sum X = 0 \quad N_x = F$$

$$\sum Y = 0 \quad Q_y = P$$

$$\sum Z = 0 \quad Q_z = 0$$

$$\sum m_x = 0 \quad M_x = -Pa$$

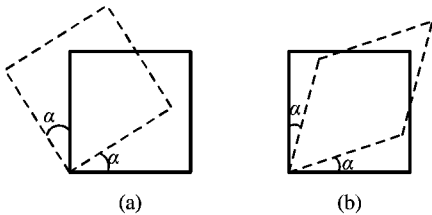
$$\sum m_y = 0 \quad M_y = Fa$$

$$\sum m_z = 0 \quad M_z = Pl$$

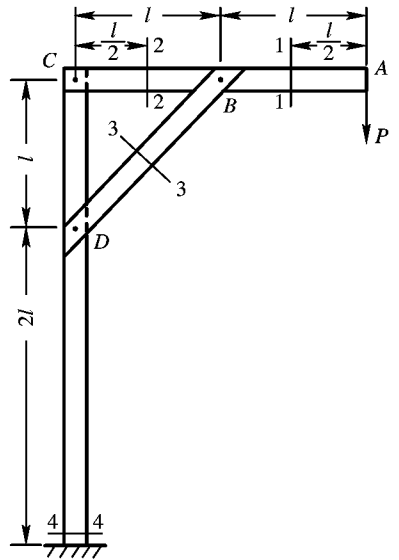
讨论：本题是一空间问题。对空间问题，构件截面上的内力分量应为六个。至于哪些分量不为零，由构件受力情况确定。

1.3 自 测 题

1-1 图中所示两个微元体受力变形后如虚线所示，图(a)、(b)所示微元体的剪应变分别是 $\gamma_a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\gamma_b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



题 1-1 图

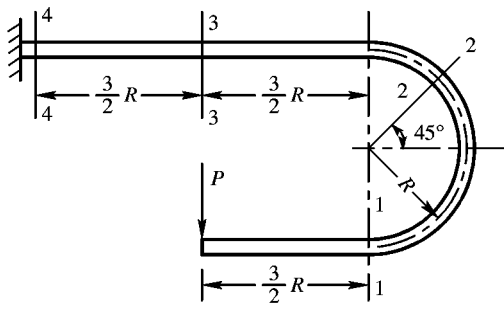


题 1-2 图

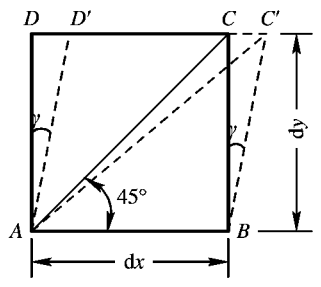
1-2 托架如图所示，试求 1—1#，2—2#，3—3 及 4—4 各横截面上的内力(B、C、D 处均为销钉)。

1-3 图示为一端固定的圆弧形杆。试求 1—1#，2—2#，3—3 及 4—4 各横截面上的内力。

1-4 单元体 ABCD 的边长为 dx #， dy ，其 $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$ ，但其剪应变为 γ ，试求与 x 或 y 都成 45° 方向的 AC 线的线应变 ϵ_{AC} 。



题 1 - 3 图



题 1 - 4 图

第2章

拉伸、压缩与剪切

2.1 重点、难点、考点

2.1.1 本章重点

1. 轴向拉(压)的基本概念

受力特点：外力作用线与杆件轴线重合。

变形特点：杆件轴线在受力后均匀伸长(缩短)，即杆件两横截面之间沿杆件轴线方向产生相对的平行移动。

2. 轴向拉(压)杆的内力

轴向拉(压)杆的内力称为轴力，用符号 N 表示。当 N 的方向与截面外向法线方向一致时，规定为正，反之为负。求轴力可采用截面法。

求内力时，一般将所求截面的内力假设为正，这一方法称为“设正法”。如结果为正，则说明假设正确，是拉力；如是负值，则说明假设错误，是压力。设正法在以后求其它内力时也要用到。

3. 轴向拉(压)杆的应力

1) 横截面上的应力

根据简单拉压实验及“平面假设”，可以判定横截面上仅有拉(压)正应力且按均匀的规律分布。横截面上各点处的拉(压)正应力可按下式计算，即

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-1)$$

式中, N 为横截面上的轴力; A 为杆件的横截面面积。

应当指出, 上述公式在应用时有以下条件:

① 外力(或其合力)通过横截面形心, 且沿杆件轴线作用;

② 可适用于弹性及塑性范围;

③ 适用于锥角 $\alpha \leq 20^\circ$, 横截面连续变化的直杆;

④ 在外力作用点附近或杆件横截面面积突然变化处, 应力分布并不均匀, 不能应用此公式, 稍远一些的横截面上仍能应用。

2) 斜截面上的应力

若轴向拉(压)杆上任一斜截面与横截面的夹角为 α , 则斜截面上的应力为

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha \quad (2-2)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (2-3)$$

式中, α 为横截面与任意斜截面的夹角, 且规定由横截面至斜截面的夹角 α , 以逆时针转向为正。

3) 轴向拉(压)杆的强度计算

等直杆轴向拉(压)时的强度条件为

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma] \quad (2-4)$$

其中, $[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$, σ_u 称为材料的极限应力, 塑性材料的极限应力为材料的屈服极限, 脆性材料的极限应力为材料的强度极限。 n 称为安全系数, 它是大于 1 的数。对于塑性材料, 由于拉伸和压缩时的 σ_u 相同, 因此 $[\sigma]$ 相同。对等直杆, 最大正应力发生在轴力绝对值最大的截面上, 该截面称危险截面。对脆性材料, 由于拉伸和压缩时的 σ_u 数值不同, 因此, 危险截面可能有两个, 一个是拉力最大截面, 另一个是压力最大截面, 进行强度校核, 需对此两个截面分别校核。

强度计算一般有以下三类问题:

(1) 强度校核: 已知外力 P , 杆件横截面面积 A , 以及材料的许用应力 $[\sigma]$, 校核该杆件是否安全。

(2) 截面设计: 已知外力 P , 材料许用应力 $[\sigma]$, 设计杆件截面尺寸。

(3) 许可载荷计算: 已知杆件横截面面积 A 及材料许用应力 $[\sigma]$, 求所能承受的最大外力。

4. 轴向拉(压)杆的变形

轴向拉(压)杆的变形可利用胡克定律求得

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (2-5)$$

式中, E 为材料的弹性模量, 其量纲与应力相同; EA 为杆件抗拉刚度, 它反映了材料抵抗拉、压变形的能力。

上式在应用时, 应注意应力在比例极限内, 且在计算长度 l 内, N 、 E 、 A 均为常数。

轴向拉(压)杆的轴向线应变 ε 为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad (2-6)$$

轴向拉(压)杆的横向应变 ε' 为

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \quad (2-7)$$

式中, μ 为泊松比, 是材料弹性常数之一, 无量纲。

5. 材料的力学性能和低碳钢拉伸实验

材料的力学性质, 是指材料在外力作用下所表现出的变形与破坏方面的特性。

在常温静载条件下低碳钢拉伸时, 以 $\sigma = N/A$ 为纵坐标, 以 $\varepsilon = \Delta l/l$ 为横坐标, 可以得到图 2-1 所示的应力—应变曲线。

从图中可看到:

(1) 变形分为四个阶段: 弹性阶段 Ob , 屈服阶段 cd , 强化阶段 de , 局部变形阶段 ef 。

(2) 四个强度指标: 比例极限 σ_p , 线弹性阶段结束时(a 点)所对应的应力数值。弹性极限 σ_e , 弹性阶段结束时(b 点)所对应的应力数值。

屈服极限 σ_s , 下屈服点 c 所对应的应力数值。强度极限 σ_b , 试件破坏之前所能承受的最高应力数值。

(3) 一个弹性指标: 由图 2-1 可以看出, 材料弹性模量 $E = \sigma/\varepsilon = \tan\alpha$ 。

(4) 两个塑性指标: 如果试件原标距长度为 l , 拉断后变为 l_1 , 试件原有横截面积为 A , 拉断处横截面积为 A_1 , 则

延伸率

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\% \quad (2-8)$$

断面收缩率

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\% \quad (2-9)$$

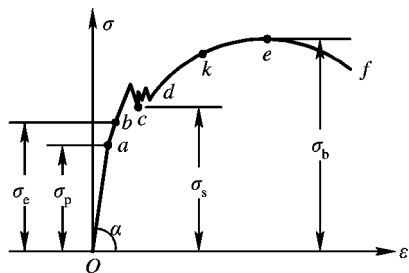


图 2-1