

MBA 联考清华辅导教材

数 学

程佳惠
邵光砚
吴洁华

赵衡秀
钱小军 编

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

该书是根据《MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲精心编写而成的。全书共分五个部分,即初等数学、微积分、线性代数、概率论随机变量及随机向量。每部分都紧扣考试大纲的要求,按考试内容及要求分节,将有关概念、公式及定理归纳成条,然后给出典型例题和规范解法,对易出错、易混淆的概念及性质给予特别提醒。每节后面配有适当数量的习题及参考答案。书后还备有 1997—2000 年 MBA 入学考试试题及试题解析。该书对提高 MBA 考生的应试能力将起到有力的辅助作用。

该书适合 MBA 入学考试的考生及广大 MBA 自学者学习、使用。

书 名: MBA 联考清华辅导教材 数学

编 者: 程佳惠 等

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编 100084)

[http:// www .tup .tsinghua .edu .cn](http://www.tup.tsinghua.edu.cn)

印刷者: 北京世兴印刷厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787 × 960 1/16 印张: 26 字数: 552 千字

版 次: 2001 年 6 月第 2 版 2001 年 6 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-03677-2/F · 234

印 数: 00001 ~ 15000

定 价: 48.00 元

总 序

随着我国社会主义市场经济体制的逐步建立,经济体制改革不断深化,能掌握市场经济的一般规律,熟悉其运行规则,而又了解中国企业实情的经济管理人才短缺的矛盾也就更加尖锐地暴露出来。近几年来,为适应这一需要,以培养企业经营管理战略后备人才为目标的 MBA 得到极为迅速的发展。

为了确保我国 MBA 健康有序地发展,在教育部高校学生司和国务院学位办公室的直接领导下,全国 MBA 教育指导委员会设计了 MBA 入学联考方案,并从 1997 年开始实施全国 MBA 入学联考。1998 年又开通了主要面向国有大中型企业管理干部的“企业管理干部在职攻读 MBA 学位”的渠道,组织了相近的全国联考,有数万人参加了 1999 年的考试。全国联考提高了考试的质量,规范了考试的要求,促进了考生之间的竞争。

清华大学经济管理学院辅导的考生在全国 MBA 入学联考以来,连续取得各科总平均第一和多数单科第一的好成绩。在刚刚结束的 2001 年全国工商管理硕士(MBA)招生联考中,报考我校的考生总成绩在全国名列首位。这也是自 1997 年我国实行 MBA 联考以来,我校第五次夺得第一名。

今年报考我校并参加考试者达 2877 人。在联考的 4 张试卷中,报考我校的考生在我校语文和逻辑、数学二门课程上的平均成绩分别为 61.37 分、70.95 分,均居第一位,这二张试卷的全国平均成绩分别是 58.12 分、62.47 分;我校考生的管理和英语考试成绩分别为 58.14 分、67.20 分,位居第二,这二门课程的全国平均分分别为 56.92、60.80 分。报考我校的考生四门联考总成绩平均为 252 分,在各院校中也是第一名,比全国平均成绩高出 20 分。为了帮助应考人员更好地准备入学考试,清华大学出版社组织近年来参加考前辅导的有关专家教授编写了《MBA 联考清华辅导教材》,共分“英语”、“数学”、“语文”、“逻辑”、“管理”五册。

这套辅导教材充分体现了“MBA 考试大纲”的要求,作者本着确保工商管理硕士生入学考试的信度和效度,既反映工商管理专业的特点,又有利于有

实践经验的中青年管理干部入学,促进工商管理教育的发展的精神,编写了本套辅导教材。

本套辅导教材考虑了应试人员的专业背景。注意侧重提高应试人员的逻辑思维能力,汉语和英语的阅读、表达及运用能力,抽象概括能力,空间想象能力,基本运算能力,以及运用基本知识分析和解决实际管理问题的能力。本丛书包含了大量的例题和习题,训练应试人员在理解理论要点的基础上,提高分析和解题能力;包含了以往联考的试题分析;并附有模拟试题和题解,帮助应试人员进行自我训练和自我检验。

最后,本书的顺利出版要感谢清华大学经济管理学院教学办公室主任程佳惠教授所做大量的组织工作,要感谢清华大学出版社,更要感谢各位作者所付出的辛勤劳动。

清华大学经济管理学院副院长
陈章武

前 言

为了帮助报考工商管理硕士(MBA)的考生能更全面、更准确地理解和掌握由全国 MBA 教育指导委员会制定的《MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲的要求,在考前系统复习有关的数学知识,编写了本书。

全书按照考试大纲的要求分为初等数学、微积分、线性代数、概率论和随机变量及随机向量五部分,每部分都紧扣数学考试大纲的要求,按考试内容及要求分节,每节先将有关概念、公式及定理总结归纳成条,然后举出典型例题及经典规范解法,重视总结例题的分析方法及技巧,对容易出错或容易混淆的概念及性质还特别提出考生应注意的问题。每节配有相当数量的练习题及练习题参考答案。为提高考生应试能力,本书附有 3 套模拟题。还有 1997 年、1998 年、1999 年、2000 年四年的全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题解析,供考生分析、了解入学考试的命题结构及发展动向。

参加编写本书的专家、教授都是清华大学教师。自 1997 年设置全国联考以来,他们连续四年参加清华大学考前辅导工作,对数学考试大纲理解深刻,具有丰富的辅导经验。清华大学的 MBA 入学考试,数学科目平均成绩四年蝉联全国第一名。本书由邵光砚编写初等数学(第 1 章),赵衡秀、吴洁华编写微积分(第 2 章),程佳惠编写线性代数(第 3 章),钱小军编写概率论(第 4~5 章)。本书既可供考生自学参考,也可作为教师辅导用书。

由于作者水平所限,书中缺点与错误之处,恳请读者批评指正。

编者 于清华园

目 录

第一部分

1 初等数学	3
1.1 绝对值和平均值	3
1.1.1 绝对值的定义与性质	3
1.1.2 绝对值的几何意义	3
1.1.3 绝对值运算的规则	3
1.1.4 平均值	3
练习题	6
练习题参考答案	6
1.2 比与比例, 整式与分式的运算	7
1.2.1 比的定义和性质	7
1.2.2 比例	7
1.2.3 正反比例	8
1.2.4 整式与分式的运算	8
练习题	12
练习题参考答案	13
1.3 方程和方程组	13
1.3.1 一元一次方程	14
1.3.2 一元二次方程	14
1.3.3 二元一次方程组	14
练习题	19
练习题参考答案	21
1.4 不等式和不等式组	22
1.4.1 不等式(组)的解集及解不等式(组)	22
1.4.2 一元一次不等式(组)及其解法	22
1.4.3 一元二次不等式及其解法	23
1.4.4 含有绝对值的不等式的解法	23
练习题	28
练习题参考答案	30
1.5 数列	30
1.5.1 基本概念	30

1.5.2	等差数列	31
1.5.3	等比数列	31
	练习题	34
	练习题参考答案	36
1.6	排列、组合、二项式定理	36
1.6.1	两个基本原理	36
1.6.2	排列	36
1.6.3	组合	37
1.6.4	二项式定理	37
	练习题	41
	练习题参考答案	42

第二部分

2	微积分	45
2.1	函数、极限、连续	45
2.1.1	函数	45
2.1.2	极限	50
2.1.3	函数的连续性	51
	练习题(函数部分)	59
	练习题(极限与连续部分)	62
	练习题参考答案(函数部分)	65
	练习题参考答案(极限与连续部分)	66
2.2	导数与微分	67
2.2.1	导数的概念	67
2.2.2	导数的运算、高阶导数	68
2.2.3	微分概念	69
2.2.4	罗必达法则	70
2.2.5	函数的增减性、极值、最大最小值	71
2.2.6	函数图形的凹性、拐点及其判定	71
2.2.7	相关变化率问题	72
	练习题(导数与微分部分)	93
	练习题(导数应用部分)	96
	练习题参考答案(导数与微分部分)	100
	练习题参考答案(导数应用部分)	101
2.3	不定积分与定积分	103
2.3.1	原函数、不定积分概念	103
2.3.2	不定积分的基本性质	103
2.3.3	不定积分的基本积分法	104

2.3.4	定积分的概念与基本性质	104
2.3.5	变限的定积分与牛顿-莱布尼兹公式	105
2.3.6	定积分的几何应用之一——计算平面图形的面积	106
2.3.7	无穷限的广义积分	107
	练习题(不定积分部分)	124
	练习题(定积分及其应用部分)	126
	练习题参考答案(不定积分部分)	129
	练习题参考答案(定积分及其应用部分)	131
2.4	多元函数微分学	132
2.4.1	多元函数概念、偏导数概念及计算	132
2.4.2	全微分(以二元函数 $z = f(x, y)$ 为例)	134
2.4.3	复合函数的微分法	135
2.4.4	隐函数的微分法	136
2.4.5	二元函数的极值	137
	练习题	147
	练习题参考答案	150

第三部分

3	线性代数	155
3.1	行列式	155
3.1.1	n 阶行列式的‘递归’定义	155
3.1.2	行列式的性质	155
3.1.3	行列式按行(列)展开	157
3.1.4	几种特殊行列式的计算	157
3.1.5	克莱姆法则	158
	练习题	168
	练习题参考答案	172
3.2	矩阵	173
3.2.1	矩阵的定义	173
3.2.2	矩阵的运算及其运算律	173
3.2.3	几种特殊矩阵	175
3.2.4	初等变换与初等矩阵	176
3.2.5	逆矩阵	178
	练习题	186
	练习题参考答案	188
3.3	n 维向量	191
3.3.1	向量的定义及运算	191
3.3.2	向量的线性关系	191

3.3.3	向量的线性组合	192
3.3.4	向量组的秩	193
	练习题	199
	练习题参考答案	200
3.4	线性方程组	201
3.4.1	线性方程组的矩阵形式	201
3.4.2	线性方程组解的判定定理	202
3.4.3	线性方程组解的结构	202
	练习题	213
	练习题参考答案	215

第四部分

4	概率论	221
4.1	随机事件及其运算	221
4.1.1	随机现象	221
4.1.2	随机试验	221
4.1.3	随机事件	221
4.1.4	样本空间	222
4.1.5	事件之间的关系及其运算	222
	练习题	227
	练习题参考答案	228
4.2	事件的概率及其性质	229
4.2.1	古典概型试验	229
4.2.2	概率的统计定义	229
4.2.3	概率的公理化定义	229
4.2.4	古典概率	230
4.2.5	概率的基本性质	230
4.2.6	概率的广义加法公式	230
	练习题	235
	练习题参考答案	237
4.3	条件概率与乘法公式	239
4.3.1	条件概率	239
4.3.2	条件概率的性质	239
4.3.3	乘法公式	240
	练习题	244
	练习题参考答案	245
4.4	事件的独立性及独立试验序列概型	246
4.4.1	事件的独立性	246

4.4.2	事件独立性的性质	246
4.4.3	独立试验序列概型	246
	练习题	248
	练习题参考答案	249
4.5	全概率公式与贝叶斯公式	249
4.5.1	全概率公式	249
4.5.2	贝叶斯公式	249
	练习题	253
	练习题参考答案	253

第五部分

5	随机变量及随机向量	257
5.1	随机变量及其分布	257
5.1.1	随机变量的概念	257
5.1.2	离散型随机变量及其分布	257
5.1.3	连续型随机变量的概率分布	257
5.1.4	随机变量的分布函数	258
5.1.5	随机变量函数的分布	259
5.2	常见的随机变量	264
5.2.1	常见的离散型随机变量	264
5.2.2	几种连续型随机变量	265
	练习题	272
	练习题参考答案	273
5.3	随机变量的数字特征	275
5.3.1	随机变量的数学期望及其性质	275
5.3.2	方差及标准差	276
5.4	常见随机变量的数学期望和方差	281
5.4.1	0—1 分布	281
5.4.2	二项分布	281
5.4.3	泊松分布	281
5.4.4	均匀分布	282
5.4.5	指数分布	282
5.4.6	正态分布	282
5.4.7	伽玛分布	282
5.4.8	对数正态分布	282
	练习题	288
	练习题参考答案	288
5.5	随机向量	289

5.5.1	随机向量的概念	289
5.5.2	二维离散型随机向量	290
5.5.3	随机变量的独立性	292
5.5.4	两个离散型随机变量和的分布	293
5.6	随机向量的数字特征	298
5.6.1	随机向量的期望向量	298
5.6.2	离散型随机变量的协方差和相关系数	298
5.6.3	离散型随机向量的协方差矩阵和相关系数矩阵	300
5.6.4	随机变量的和与积的数学期望和方差	301
	练习题	308
	练习题参考答案	309
模拟试题一	311
模拟试题一参考答案	314
模拟试题二	317
模拟试题二参考答案	320
模拟试题三	323
模拟试题三参考答案	326
附录 A	1997 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	329
附录 A 参考答案	331
附录 B	1998 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	337
附录 B 参考答案	340
附录 C	1999 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	350
附录 C 参考答案	354
附录 D	2000 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	362
附录 D 参考答案	365
附录 E	1997 年全国在职攻读工商管理硕士学位联考数学试题	374
附录 E 参考答案	377
附录 F	1998 年全国在职攻读工商管理硕士学位联考数学试题	384
附录 F 参考答案	387
附录 G	1999 年全国在职攻读工商管理硕士学位联考数学试题	395
附录 G 参考答案	398

第一部分

1 初等数学

1.1 绝对值和平均值

考试内容与要求:

1.1.1 绝对值的定义与性质

实数 a 的绝对值定义为: $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

性质: $|a| \geq 0$; $|a| = 0 \iff a = 0$; $|a| = |-a|$.

1.1.2 绝对值的几何意义

实数 a 的绝对值就是数轴上实数 a 所对应的点到原点的距离, 如图 1-1 所示.

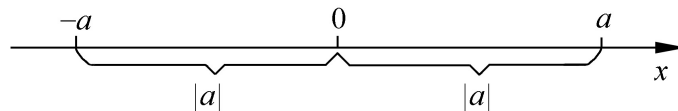


图 1-1

因此, 适合不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的所有实数 x 所对应的就是全部与原点距离小于 a 的点, 即: $|x| < a \iff -a < x < a, (a > 0)$.

同理可得: $|x| > a \iff x < -a$ 或 $x > a, (a > 0)$.

1.1.3 绝对值运算的规则

$$(1) |a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|;$$

$$(2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$$

$$(3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, (b \neq 0).$$

1.1.4 平均值

(1) 算术平均值: 设 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n , 我们称

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

为这 n 个数的算术平均值. 简记为 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

(2) 几何平均值: 设 n 个正数 x_1, x_2, \dots, x_n , 我们称

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

为这 n 个正数的几何平均值. 简记为 $x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$.

例题分析:

例 1. 求适合下列条件的所有 x 的值:

(1) $|x - 3| = 8$;

(2) $|x - 3| < 8$;

(3) $|x - 3| \geq 8$.

解: (1) 由绝对值定义, 得

$$x - 3 = 8 \text{ 或 } x - 3 = -8,$$

$$x = 11 \text{ 或 } x = -5.$$

注意: 也可以由绝对值的几何意义, 在数轴上找出与 3 所对应的点距离是 8 的两个点对应的实数.

(2) 由绝对值的几何意义, 得

$$-8 < x - 3 < 8,$$

$$-5 < x < 11.$$

(3) 由绝对值的几何意义, 得

$$x - 3 \leq -8 \text{ 或 } x - 3 \geq 8,$$

$$x \leq -5 \text{ 或 } x \geq 11.$$

注意: 解(2), (3)时, 也可以根据绝对值的定义化去不等式中的绝对值符号, 即当 $x - 3 \geq 0$ 时, $|x - 3| = x - 3$; 当 $x - 3 < 0$ 时, $|x - 3| = -(x - 3) = 3 - x$, 将已知不等式化为两个不等式组.

例 2. 若 $|a - 30| + |b + 40| + (c - 10)^2 = 0$, 求 $a + b + c$ 的值.

解: 由绝对值、算术根、完全平方数的性质可知: 等式左边的三项均为非负数. 要使它们的和为零, 它们每一项都必须为零. 故得

$$|a - 30| = 0,$$

$$|b + 40| = 0,$$

$$(c - 10)^2 = 0.$$

解得 $a = 30, b = -40, c = 10$.

$$a + b + c = 0.$$

例 3. 设 $|x - 3| + |y + 4| = 1$, 求满足此等式的整数 x 和 y 的值.

解: x 和 y 都是整数, 且 $|x - 3| = 0, |y + 4| = 0,$

$|x - 3|$ 和 $|y + 4|$ 都是非负整数, 而和为 1 的两个非负整数只能是 0 和 1.

$$|x - 3| = 1, \quad \text{或} \quad |x - 3| = 0,$$

$$|y + 4| = 0. \quad \text{或} \quad |y + 4| = 1.$$

解得如下四组解:

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 3, \quad x_4 = 3,$$

$$y_1 = -4; \quad y_2 = -4; \quad y_3 = -3; \quad y_4 = -5.$$

例 4. 某班学生共 40 人, 期中数学考试成绩统计如下(见表 1-1):

表 1-1

成绩	90 ~ 100	80 ~ 89	70 ~ 79	60 ~ 69	50 ~ 59
人数	12	18	5	0	5

问该班期中数学考试平均成绩不会低于多少分?

解: 以每个分数段的最低分计算平均值, 即

$$\bar{x} = \frac{90 \times 12 + 80 \times 18 + 70 \times 5 + 50 \times 5}{40} = 78.$$

答: 平均成绩不会低于 78 分.

例 5. 将一条长为 a 的线段截成长为 x 和 $a - x$ 的两条线段, 使 x 恰是 a 与 $a - x$ 的几何平均值. 我们称对任意一个量 a 的这种分割为黄金分割. 试求 x .

解: 由已知, 得 $x = \sqrt{a(a - x)}$, 两边平方, 整理得

$$x^2 + ax - a^2 = 0,$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} a, \text{舍去负值,}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a \approx 0.618a.$$

解题要点:

1. 含有绝对值的式子的变形关键是化去式中绝对值符号, 常用方法有以下三种:

方法一: 确定(或讨论)绝对值号内式子的符号, 依绝对值定义, 化去绝对值符号.

如: $|x - 3| > 8$ 化为:

$$\begin{aligned} x - 3 > 8, \quad \text{或} \quad x - 3 < -8, \\ x - 3 > 8. \quad \text{或} \quad -(x - 3) > 8. \end{aligned}$$

方法二: 依绝对值的几何意义, 化去绝对值符号.

如: $|x - 3| > 8$, 表示 $(x - 3)$ 的值在数轴上对应的点与原点的距离大于 8, 因此这些点必位于 $+8$ 和 -8 所对应点之外. 故有

$$x - 3 < -8 \text{ 或 } x - 3 > 8.$$

方法三: 当 $a \in \mathbb{R}$ 时, 有 $|a|^2 = a^2$, 故可用平方的方法化去绝对值符号.

如: $|x - 3| = 8$ 两边平方, 整理得

$$x^2 - 6x - 55 = 0, \text{ 即 } (x - 11)(x + 5) = 0,$$

$$x = 11 \text{ 或 } x = -5.$$

2. 在求平均值时, 应首先明确是求哪几个数的平均值, 否则极易出错.

如: 某年级共有三个班, 考试后各班平均分统计如下:

一班: 40 人, 平均分 80 分,

二班: 35 人, 平均分 82 分,

三班: 42 人, 平均分 78 分.

把年级平均分计算为 $\frac{80 + 82 + 78}{3} = 80$ 是错误的. 这是因为, 年级平均分是全年级 117 人所得的 117 个分的算术平均值. 正确计算如下:

$$\bar{x} = \frac{80 \times 40 + 82 \times 35 + 78 \times 42}{40 + 35 + 42} = 79.$$

练习 题

1. 若 $|x - 3| = 3 - x$, 则 x 的取值范围是

- A. $x > 0$ B. $x = 3$ C. $x < 3$ D. $x \geq 3$

2. 满足关系式 $\frac{|x - 1| - 1}{x - 2} = 0$ 的 x 是

- A. 0 B. 2 C. 0 或 2 D. 0 或 -2

3. 不等式 $|x - 2| \leq 2$ 的解集是

- A. $x \leq 0$ B. $x \leq 4$ C. $0 \leq x \leq 4$ D. $x \leq 0$ 或 $x \leq 4$

4. 若 $|a| = \frac{1}{2}$, $|b| = 1$, 则 $|a + b|$ 等于

- A. $\frac{3}{2}$ 或 0 B. $\frac{1}{2}$ 或 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

5. 已知 $(|x| - 1)^2 + (2y + 1)^2 = 0$, 则 $x + y$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -1

6. 已知 $(x - 2y + 1)^2 + |x - 1| + |2x - y + z| = 0$, 求 x^{y+z} 的值.

7. 某工厂 1997 年 10 月、11 月、12 月的月产值分别是 30 万元、42 万元、50 万元, 求:

(1) 1997 年后三个月的平均月产值;

(2) 1997 年 11 月份的平均日产值.

8. 已知 x, y 均为正整数, 若它们的算术平均值为 2, 几何平均值也为 2, 求 x, y 的值.

练习题参考答案

1. D. 2. A. 3. D. 4. D. 5. A. 6. 1.

7. (1) 约 40.67 万元; (2) 1.4 万元. 8. $x = 2; y = 2$.

1.2 比与比例, 整式与分式的运算

考试内容与要求:

1.2.1 比的定义和性质

(1) 定义: 两个数相除, 又称为这两个数的比. 即 $a : b = \frac{a}{b}$ (或 $a : b = a \div b$). 其中 a 叫做比的前项, b 叫做比的后项. 相除所得商叫做比值.

如: $3 : 2 = 1.5$. 比值

前项 后项

(2) 基本性质: 比的前项与后项同乘(或除)以同一个不为零的数, 其比值不变.

如: $\frac{4}{3} : 2 = 4 : 6 = 2 : 3$.

(3) 百分比: 在实际应用中, 常将比值表示成分数, 称为百分比(或百分率). 此时, 分母 100 用符号“%”表示.

如: $3 : 4 = 75\%$, $4 : 2 = 200\%$.

1.2.2 比例

(1) 定义: 两个比相等时, 称为比例. 用字母表示为:

$$a : b = c : d \text{ 或 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

其中 a, d 称为比例外项; b, c 称为比例内项.

若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 时, 称 b 为 a, c 的比例中项. 显然当 a, b, c 均为正数时, b 是 a, c 的几何平均值.

(2) 性质: 比例 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 有以下性质.

$$ad = bc \text{ (外项积 = 内项积);}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ 或 } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (互换外项或内项);}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ (合比定理);}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ (分比定理);}$$