

# 圆环道物理学难题

彼特·纳德

吉拉·哈涅克编著

肯·瑞利

李菘徐永利任世宏  
吴金闪刘文彪摇摇摇摇译

李菘校

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

# 圆环道物理学难题

彼特·纳德

~~马莱奥尼~~ ~~坎普~~

罗兰德依亚托斯大学 布达佩斯

吉拉·哈涅克

~~贝奇~~ ~~贝奇~~ ~~贝奇~~

拉诺提文法学校 布达佩斯

肯·瑞利

~~坎普~~ ~~坎普~~ ~~坎普~~

卡文迪许实验室 克莱尔学院 剑桥

剑桥大学出版社





# 目 录

---

---

如何使用本书 .....	( i )
主题词与相应的问题 .....	( ii )
物理常数 .....	( iii )
习题 .....	( 1 )
提示 .....	( 43 )
解答 .....	( 71 )



## 前 言

按照我们的经验，掌握物理定律最好的办法是在实际的问题中应用它们。然而，往往许多书本中的问题只能通过冗长而复杂的数学运算才能解决，这些运算机械而枯燥，对于学生来说是一件苦差事。有时候，即使是那些掌握了所有必要技能的最好的学生，也会感觉那样的问题不足以吸引他们，因为冗长乏味的计算使他们的创造力得不到充分的发挥。

这本书的目的就是要让大家知道，并非所有的物理问题都是如此，我们希望您会被下面这样的问题所吸引：

- 白天的长度与车辆靠哪边行驶有何关系？
- 为什么跳高中背越式要比跨越式更好？
- 老实泉喷泉的水穴在地下多深？
- 火星上最高的山能有多高？
- 观赏喷泉形成的水“钟”的形状是怎样的？
- 考虑摩擦力，立在笔尖上的铅笔将如何翻倒？
- 静止的伸向空中的绳子是否可以作为 UFO 存在的证据？
- 一个正电子掉入法拉第笼中，将如何运动？
- 月球上的跳高记录应该是多少？
- 为什么夜虫会不幸地被光源吸引？
- 太阳的光比月亮的光亮多少？
- 消防水龙解开得能有多快？
- 怎样安放两个磁铁，才能使两者相互之间的力偶不是大小相等方向相反？
- 需要多长时间才能使 8 t 重的西伯利亚猛犸象解冻？
- 食钛的小绿人吞食他们的星球，他们面临着怎样的危险？



- 一根均匀带电杆的电场方向如何？
- 产能电容问题中的陷阱是什么？
- $N$  维立方体的等效电阻是多大？
- 哪些因素决定着沙漏的周期？
- 单极发电机是怎样工作的？
- 盒子中的电子可以停在多深的地方？

这些问题，和其他 180 个问题一样，通过恰当地选择变量和坐标系，或者特异的思维方式，甚至一些“小聪明”和类比，就能够得到优美的解答。当灵感出现，或找到问题的关键时，常常只要几行的简单计算或者推论就可以得到答案。这使学生们有理由为自己感到兴奋。

仅有逻辑是不够的，如果没有对物理基本定律的理解，就无法想象那些富于创造力的步骤。也就是说，我们不鼓励在没有学习过足够深入的知识之前就试图来解决这些问题。尽管成功地求解这些题目是当然的首要目标，但仅靠逻辑来求答案是不行的。没有人能够在不懂得、不理解物理定律的情况下提出充满创造性的解法。因此，我们不鼓励大家在深入学习某一领域之前就来演算这些问题。那么您可能会问，有什么提示吗？我们在您解题的各个阶段给出的提示，相信会给您带来启发和兴奋。对于我们的一部分解答，大家肯定会说“真聪明”、“真漂亮”，而有些可能会得到“太明显了”或“太笨拙了”的评价。我们的目标是尽可能多地展示“技巧”来扩大大家解题的武器库。我们希望本书能给您带来快乐与帮助。如果您发现了与此类似的物理问题，恳请您发送给我们，以求与大家共享。

本书收集了我们多年教学中所遇到的 200 道难题。有些是我们自己发现的，有些出自《匈牙利高中数学物理》期刊，它已经有 100 多年的历史。也有一些问题选自匈牙利或国际物理奥林匹克竞赛，或剑桥大学入学考试题，经过重新改写后收录于本书中。同事们对本书的建议与评论使我们受益颇多。在此我们特别感谢 Masaaki Kato 有益的意见和建议以及 Alfonso Diaz-Jimenz 关于发射空间探测器的有意思的注释（见解 17）。要确定国际化的“点子市场”中每一道题的原创者是不可能的，然而，我们还是要特别感谢那些最难的题目的原创者们，包括 Tibor Biro, Laszlo Holics, Frederick Karolyhazy, George Marx, Ervin Szegedi 和 Istvan Varga, 以及其他认识的或不认识的，提出、记录和改进过这些难题的人们。

彼特·纳德 吉拉·哈涅克  
布达佩斯 2000  
肯·F·瑞利  
剑桥 2000



## 如何使用本书

本书中收集的问题并不是按照主题词排列的，而是大致按照难度或者按照类似的解题方法排列的。因此，对有些问题而言，不能很好地归属为力学、热力学或电磁学。其实，自然界的秘密本就不应该由教科书中的哪一部分（力学或热力学等）来揭示，而是依赖于所用的处理方法和思想的来源。因而，界定我们所面对的是怎样类型的问题也成为我们解题任务的一部分。然而，作为信息导引，读者可以找到一个主题词列表，以及在此主题词下的或多或少有点关系的问题。有些问题还被列在不止一处的地方。其后还给出了物理基本常数的符号和数值，天文学数据，以及某些物质的性质。

大部分问题并不容易解答，有一些甚至有相当难度。我们鼓励您，我们的读者，独立解决这些问题。如果您成功了，您将体会到胜利的喜悦；如果您尚不能完成，您也千万不要放弃，去查看一下提示，继续完成。大多数情况下，提示会给您很大的启发，尽管做出完整的解答还要做很多工作。如果您完成了，需要检查答案；或者您完全放弃了，您可以参考最后一章的解答。

通过类似的方法解决的问题通常放在一起。如果一个问题还与其他部分的问题相关的话，我们会在提示与解答中做一个交叉索引。那些需要比较复杂的逻辑推理或数学运算来解决的问题，我们用一星或两星做了标记。

有些问题的解答会带来进一步的可能超出了本书范围的新问题。通常我们会在解答时指出需要进一步考虑的问题，但是我们不讨论关于此类问题的解答。



## 主题词与相应的问题

运动学：1, 3, 5, 36, 37, 38\*, 40, 41, 64, 65\*, 66, 84\*, 86\*。

力学：2, 7, 8, 12, 13, 24, 32\*, 33, 34, 35, 37, 38\*, 39\*, 70\*, 73\*, 77, 78\*, 79\*, 80\*\*, 82, 83, 85\*, 90, 154\*, 183\*, 184\*, 186\*, 193\*, 194。

引力：15, 16, 17, 18, 32\*, 81\*\*, 87, 88, 109, 110\*, 111\*, 112\*, 116, 134\*。

机械能：6, 7, 17, 18, 32\*, 51, 107。

碰撞：20, 45, 46, 47, 48, 71, 72\*, 93, 144\*, 194, 195。

刚体力学：39\*, 42\*\*, 58, 60\*, 61\*\*, 94, 96\*, 96, 97\*, 98, 99\*。

静力学：9, 10\*, 11, 14\*, 25, 26, 43, 44, 67, 68, 69\*。

绳、铰链：4, 67, 81\*\*, 100, 101\*, 102\*\*, 103\*, 104\*, 105\*\*, 106\*, 108\*\*。

液体、气体：19, 27, 28, 49\*, 50, 70\*, 73\*, 74, 75\*, 91\*, 115\*\*, 143, 200。

表面张力：29, 62, 63, 129, 130\*, 131\*, 131\*, 143, 199\*。

热力学：20, 21\*, 133, 135\*\*, 136, 145, 146\*, 147, 148。

相变：134\*, 137\*, 138, 140\*, 141\*。

光学：52, 53, 54, 55, 56, 125\*, 126, 127, 128\*。

静电学：41, 90, 91\*, 92, 113\*, 114, 117\*, 118, 121, 122, 123\*, 124\*, 149, 150, 151\*, 152, 155, 156, 157, 183\*, 192\*, 193\*。

静磁学：89\*\*, 119, 120\*, 153\*, 154\*, 172, 186\*。

电路：22, 23, 158, 159, 160\*, 161, 162\*, 163\*, 164\*, 165, 169, 170\*, 172。

电磁学：30, 31, 166, 167, 168\*, 171\*, 173\*, 174\*, 175\*, 176, 177, 178\*, 179, 180, 181\*, 182\*, 184\*, 185\*, 186\*, 187\*。

原子与粒子：93, 188, 189\*, 190\*, 191, 194, 195, 196, 197\*, 198\*。

量纲分析、标度、估计：15, 57, 58, 59\*, 76\*, 77, 126, 139, 142, 185\*, 199\*

\*, \*\*：单星或双星标记表示本题需要困难的逻辑推导或者复杂的数学运算。



## 物理常数

万有引力常量, $G$	$6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
真空光速, $c$	$2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$
基本电量, $e$	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
电子质量, $m_e$	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
质子质量, $m_p$	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
玻尔兹曼常量, $k$	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
普朗克常量, $h$	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
阿伏伽德罗常量, $N_A$	$6.022 \times 10^{23}$
气体常数, $R$	$8.315 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$
真空介电常量, $\epsilon_0$	$8.854 \times 10^{-12} \text{ C/V} \cdot \text{m}$
库仑常数, $k = 1/4\pi\epsilon_0$	$8.987 \times 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C}$
真空磁导率, $\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s}^2/\text{C} \cdot \text{m}$

## 天文学数据

平均地球半径, $R$	6371 km
日地距离 (一个天文学单位, Astronomical Unit, ua)	$1.49 \times 10^8 \text{ km}$
平均地球密度, $\rho$	$5520 \text{ kg/m}^3$
重力加速度, $g$	$9.81 \text{ m/s}^2$



## 物性常数

水的表面张力, $\gamma$	0.073 N/m
水的气化热, $L$	2256 kJ/kg (= 40.6 kJ/mol)
钢的抗拉强度, $\sigma$	500 ~ 2000 MPa

密度,  $\rho(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ 

氢气	0.0899	钛	4510
氦气	0.1786	铁	7860
空气	1.293	水银	13550
水(4 )	1000	铂	21450

折射率,  $n$ 

水	1.33
冰	1.31
玻璃	1.5 ~ 1.8
钻石	2.42



### 问题 1

三只小蜗牛所在的位置形成一个等边三角形，三角形的边长为 60 cm。第一只蜗牛出发向第二只蜗牛爬去，同时，第二只向第三只爬去，第三只向第一只爬去，每只蜗牛爬行的速度都是 5 cm/min。在爬行的过程中，每只蜗牛都始终保持对准自己的目标。经过多长时间蜗牛们会相遇？相遇的时候，它们各自爬过了多长的路程？它们经过的路线可以用怎样的方程来描述？若将蜗牛视为质点，那么在它们相遇前，绕着它们的最终相遇点转了多少圈？

### 问题 2

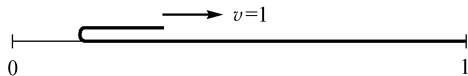
一个小物体在水平桌面的边沿，因受到一个力的作用，而从桌子的另一边掉落。已知桌子的宽度为 1 m，掉落前物体的运动时间为 2 s。问这个小物体有轮子吗？

### 问题 3

一艘小船在静止水中的速度为 3 m/s，一个船夫要驾此船渡河，同时需要在渡河时走过的距离最短。问在下面的情况下，船夫应该选择向哪个方向划船？情况 (i)：水流速度 2 m/s；情况 (ii)：水流速度 4 m/s。假设水流的速度在各处都是相同的。

### 问题 4

地上铺着一张长而薄的柔软地毯。地毯的一端折起，以恒定的速度将折起的一端向后拉，覆盖在地毯静止的部分之上。求地毯被拉起的部分质心的速度。如果地毯具有单位长度和单位质量，求拉动地毯运动部分所需的最小力量。



### 问题 5

4 只蜗牛在一个非常大的平台上各自做匀速直线运动，其运动路径的方向是随机的，(但是没有平行的，也就是说任何两只蜗牛都可能相遇)，但是没有任何两条以上的蜗牛路径会相交于一点。如果  $(4 \times 3) / 2 = 6$  次可能相遇中的 5 次已经发生，我们是否可以预言第六次相遇也会发生？

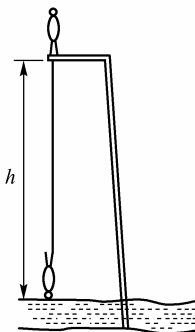
### 问题 6

两条各 20 g 的扁虫子爬一堵非常薄的墙，墙高 10 cm。一条虫子长 20 cm，另一条宽一些但长度只有 10 cm，当两条虫子的中点正好在墙头上的时候，哪一只克服重力做的功多一些？两条虫子做功总量的比是多少？

## 问题 7

一个身高 2 m 的人从湖边高 25 m 的平台上做蹦极跳,弹性绳的一端系在他的脚上,另一端固定在平台上,他从静立开始下落。弹性绳的长度和弹性选择为恰好当他的头触及湖面时,其速度减小为零。最终静止时,人的头高于水面 8 m。

- (i) 求没有被拉伸时的绳长。
- (ii) 求在跳下过程中的最大速度和加速度。



## 问题 8

一座冰山呈尖端向上的正金字塔形,露出水面 10 m 高。忽略水的运动造成的影响,求冰山做小幅度上下振动的周期。冰的质量密度为  $900 \text{ kg/m}^3$ 。

## 问题 9

4

汽车上用来悬吊 4 轮的弹簧是相同的。假设汽车车体为刚体,当它的右前轮停在 8 cm 高的人行道上时,车体在每个轮子处升高多少?如果两个右侧的轮子都停在人行道上呢?结论和车上坐了多少人以及人坐的位置有没有关系?

## 问题 10\*

在维克多·雨果的小说《悲惨世界》中,主人公冉阿让是一个逃犯,他有能力利用两面直角相交的墙的墙角爬上墙头。求他在爬墙时最小需要用多大的力来推墙?同时,求他要完成这项技艺,他和墙面之间可能的最小摩擦系数。

## 问题 11

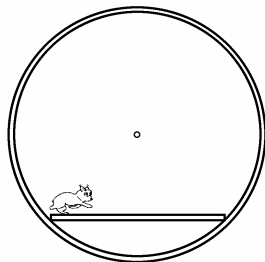
一个球,由两个不一样的匀质半球粘在一起。放在一个与水平面成  $30^\circ$  角的斜面上。这个球在斜面上能保持平衡么?

## 问题 12

一个小弹性球竖直到长的倾斜平面上,平面和水平面间的夹角为  $\alpha$ ,球相邻落地点之间的距离是否成等差级数增加?假设碰撞是完全弹性的,空气阻力可以忽略不计。

## 问题 13

仓鼠的笼子是一个转轮,笼子有一个无摩擦的中轴。一个





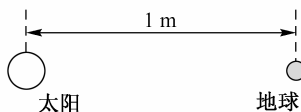
水平的平台固定在中轴之下，初始状态时，仓鼠在平台的一端。当平台被释放时，仓鼠开始跑，因为仓鼠的运动，平台和轮子保持相对固定，确定仓鼠是怎么运动的。

### 问题 14\*

一辆支撑着的自行车，能够前后运动但不会翻倒。自行车的脚踏板在最高和最低的位置。一个学生蹲在车旁边，给在最低位置的脚踏板一个水平向后的力，问

- (i) 自行车向哪个方向运动？
- (ii) 飞轮转动的方向和后轮转动的方向相同还是相反？
- (iii) 较低的踏板相对地面如何运动？

### 问题 15



如果太阳系等比例地缩小，当地球和太阳间的平均距离为 1 m 的时候，1 年对应的时间有多长？假设各物体密度不变。

### 问题 16

如果双子星的一个的质量都等于太阳的质量，它们间的距离等于太阳和地球之间的距离，那么它们旋转的周期是多少？

### 问题 17

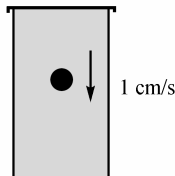
- (i) 将一颗地球卫星送上圆形轨道所需要的最小发射速度是多少？
- (ii) 将地球卫星送入两极轨道所需的能量要比赤道轨道高多少倍？
- (iii) 空间探测器离开地球引力场需要多大的初始速度？
- (iv) 对空间探测器而言，是离开太阳系需要的能量大还是撞击太阳需要的能量大？

### 问题 18

一枚火箭将要离开地球的重力场。它的主引擎中的燃料略少于所需要的量，因此必须要用到只能工作一小段时间的辅助引擎。问什么时候使用辅助引擎最好，是刚离开的时候？火箭相对于地球快要停止的时候？还是任何时候都没有区别？

### 问题 19

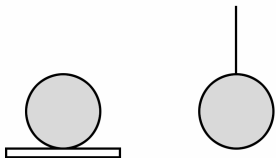
一个  $1 \text{ cm}^3$  的钢球在一个装满蜂蜜的罐子里，以  $1 \text{ cm/s}$  的速度下沉。如果蜂蜜的密度为  $2 \text{ g/cm}^3$ ，则蜂蜜的动量为多大？



## 问题 20

温度为  $T$  的气体装在初始温度为  $T_1$  的容器中, 是当  $T_1 < T$  的时候, 还是当  $T_1 > T$  的时候, 气体作用在容器壁上的压力较大?

## 问题 21\*

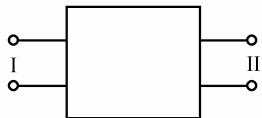


两个相同的铁环, 一个立在热绝缘的板上, 另一个悬吊在热绝缘的线上。传给两个铁环等量的热能, 问哪一个温度高一些?

## 问题 22

两个学生 (不是学物理的)  $A$  和  $B$ , 住在大学宿舍的相邻寝室。为了节约, 他们将天花板上的灯串联了起来, 商定双方都安装  $100\text{ W}$  的灯泡, 电费平分。但是双方都希望能让对方多付钱而使自己获得更好的照明, 其中  $A$  安装了  $200\text{ W}$  的灯泡, 而  $B$  安装了  $50\text{ W}$  的灯泡。请问在最后的期末测试中谁考得不好?

## 问题 23



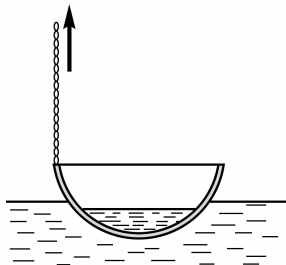
如果电压为  $V$  的电池接在黑箱的  $I$  端, 如图所示, 则接在  $II$  端的伏特计的读数为  $V/2$ 。如果电池接在  $II$  端, 则  $I$  端的伏特计读数为  $V$ 。已知黑箱中只有无源的电器元件, 问他们是什么样子?

## 问题 24

一桶水用绳子悬挂在固定点上。水桶处于运动状态, 整个系统像钟摆一样摆动。然而, 水桶是漏的, 桶中的水慢慢从底部漏出。问随着水的流失, 摆的周期怎样变化?

## 问题 25

一个空的烧杯质量为  $100\text{ g}$ , 半径为  $30\text{ mm}$ , 烧杯壁厚忽略不计, 其重心高于底面  $100\text{ mm}$ 。问当烧杯中注入多少水的时候, 烧杯处于最稳定的状态?



## 问题 26

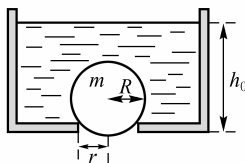
鱼汤盛在半径为  $40\text{ cm}$  的半球形铜碗内。铜碗放在湖



水中冷却,它漂浮在水上,浸入水中 10 cm。碗沿上的一点用链子固定,向上拉起 10 cm,问水是否会流入碗中。

**问题 27**

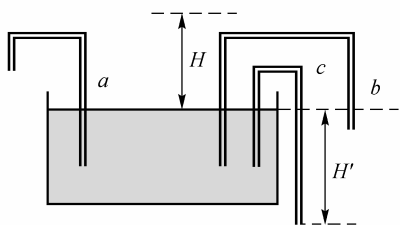
一个装满水的容器底部有一个半径为  $r$  的圆洞,洞由一个质量为  $m$ 、半径为  $R (>r)$  的球堵住。容器中的水慢慢减少,当达到一个确定值  $h_0$  时,球从圆洞处升起,求  $h_0$ 。



**问题 28**

肥皂泡中充满了氦气,漂浮在空气中,问肥皂泡的壁和其中充的氦气哪个更重?

**问题 29**



水通过浸润可以在毛细管壁上上升到高度  $H$ 。三个“绞架”形的毛细管  $a$ ,  $b$  和  $c$  使用相同的管子制成,管子的一端放入盛满水的大盘子,如图所示。

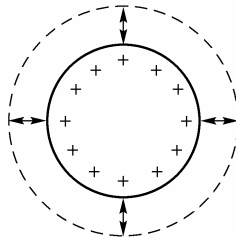
问水会从毛细管的另一端流出么?

**问题 30**

一个充电的球形电容,由于绝缘层的轻微漏电而缓慢地放电。问放电的电流产生的磁场大小和方向如何?

**问题 31**

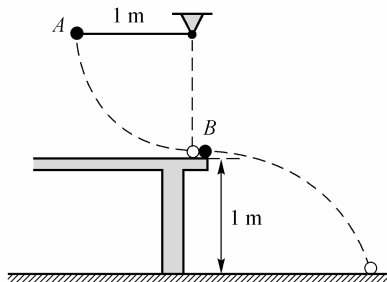
一个充电的导体球做辐射方向的“脉动”,即,其半径周期性地以固定的幅度变化(如图所示)。球表面上的电荷,作用和偶极天线相同,发出电磁辐射。问球发出的辐射是怎样的?



**问题 32\***

男子跳高世界纪录保持者(室内运动会)在月球上能跳多高?

## 问题 33



小钢球  $B$  停放在高  $1\text{ m}$  的桌边上，另一个钢球  $A$  作为一个  $1\text{ m}$  长的单摆的摆锤，从单摆悬挂点的平面自由释放，并撞击  $B$  球，如图所示。两个球的质量是相同的，碰撞是完全弹性的。

考察  $B$  的运动直到它首次碰到地面：

- (i) 哪个球运动的时间较长？
- (ii) 哪个球移动的路径较长？

## 问题 34

一个小摆锤固定在一根长  $50\text{ cm}$  的绳子的一端。作为绳子的另一端做适当受迫运动的结果，摆锤以均匀速度  $3\text{ m/s}$  做半径为  $50\text{ cm}$  的竖直圆周运动。画出圆周轨道以  $15^\circ$  为单位间隔，绳子两端的运动轨迹，在相同的端注明各点。

## 问题 35

点  $P$  位于斜面上方，它可以通过一根无摩擦的金属丝在重力的作用下，滑到斜面上。金属丝连接  $P$  和平面上一一点  $P'$ ，问怎样选取  $P'$  使得所需的时间最短？

## 问题 36

教堂时钟的分针是时针的两倍长，问在午夜后的哪个时间，分针的末端以最快的速度远离时针的末端？

## 问题 37

最大与地面成什么角度抛出石头，才能使石头在运动过程中始终远离抛掷石头的人？

## 问题 38\*

一根直径  $20\text{ cm}$  的树干平放在水平的地上。一只懒惰的蚱蜢想跳过树干，求蚱蜢满足条件的最小离地速度（空气阻力忽略不计）。

## 问题 39\*

一根直的刚性毛发平放在光滑的桌面上，毛发的两端都坐着一只跳蚤。如果毛发的质量  $M$  不是远远大于跳蚤的质量  $m$ ，它们能否同时以相同的速度和起跳角度起跳，



变换位置而不在半空中撞在一起？

### 问题 40

一个喷泉有一个小的半球形的玫瑰(喷嘴),位于水池中水的表面,如图所示。玫瑰上有很多平均分布的小洞,通过这些小洞,水以相同的速度向不同的方向射出。喷头形成的水“钟”的形状是怎样的?



### 问题 41

一个质量为  $m$ , 带电量为  $Q$  的粒子, 受到重力和均匀水平电场(场强为  $E$ ) 力的合力作用。粒子以速度  $v$  从平行于场强的竖直平面上抛出, 与水平面间的夹角为  $\theta$ , 求粒子在回到初始点水平高度前, 在水平方向上行进的最大距离。

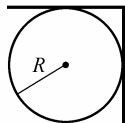
### 问题 42\*\*

一根均匀的棍子, 质量为  $m$ , 长度为  $\ell$ , 其两端被我的两个食指水平支撑着。同时我缓慢地移动我的两个手指, 使它们在棍子的质心汇合, 棍子在这个食指或者那个食指上滑动。若静摩擦系数为  $\mu_{\text{静}}$ , 动摩擦系数为  $\mu_{\text{动}}$ , 在此过程中我做了多少功?

### 问题 43

四块相同的砖叠放在桌边。是否可能将它们水平滑动, 使得最上面的砖能够突出到全部砖体在桌外? 如果砖的个数可以任意增加, 最上面的砖位移的理论极限是什么?

### 问题 44



一块板, 沿中线折成直角, 放置在水平固定的半径为  $R$  的圆柱体上, 如图所示。圆柱体和板之间的静摩擦系数需要有多大, 才能使板子不滑开?

### 问题 45

两个质量为  $m_1$  和  $m_2$  的塑料球叠放在一起(之间有很小的空隙), 然后一起落在地面上。比率  $m_1/m_2$  为多大时, 上面的小球最终获得总能量中的部分最大? 要使上面的小球弹起得最高, 质量的比率需为多少?

