第一章

社会决策概念与基本假定

第一节　对社会的基本假定

我们对社会做这样的三个假定：(1) 社会由许多可以独立地做出决策并行动的个体所构成；　(2) 每一个个体是理性的；(3) 每个个体的得益不仅取决于自己的行动，同时取决他人的行动。

这三个假定分别可称为“多主体假定”、“理性人假定”和“得益依存性假定”。

需要说明的是，理性的行动者或主体（agent）是力图通过自己的行动使自己的目标最大化的人。在经济活动中的理性人即是经济人，即努力使自己的经济目标最大化的人。然而，当一个社会存在不止一个理性人时，行动者的利益的获取不仅取决于自己的行动，而且取决于其他人的行动。此时，行动者的目标在多个行动者的互动（interaction）中得以实现。

在决策中每一个行动者必须考虑其他人有同样的使自身利益最大化的想法，而每一个人也要考虑其他人知道自己在考虑其他人的这个同样的想法……这是一个无穷的过程。即“每个人是理

性的”,是行动者之间的“公共知识”。[①]

上述假定是博弈论（game theory）的对一个博弈进行研究的基本假定或者预设，也是我们这里研究的前提。

这里，我们对社会做这样的预设：社会是由许多理性的行动者所构成，而所有的社会现象是由单个的理性者的行动复合而成。本人这里的做法是“还原论”的方法，尽管整体论或系统论有一定的道理，但本人认为整体论或系统论作为科学的方法是有很大局限的，如果不是有害的话。

在本书中，我们所关心的是多个理性的人组成的群体是如何进行决策的。这里，每个决策者根据自己的偏好做出投票决策，而群体（社会）加总各个个体的决策而形成一个结果。本书的研究属于广义的博弈论的研究范围，但不同于一般的博弈论。

第二节　什么是社会决策

正确的决策是有效行动的前提。一个群体或社会，做出正确的社会决策是该群体有效地进行社会行动或者集体行动的前提。

对于集体行动的方案的得出，社会经常采取的方式是通过投票来确定。

所谓投票就是群体中的多个表决者按照某种预先规定的程序与规则，对某个提案表达出自己的偏好，而群体根据每一个投票者的投票结果确定出一个结果来。群体进行这个决策的整个过程就是社会决策。或者说，社会决策就是群体中的成员以投票的方

①我们在第十章中将探讨“公共知识”概念。

式使群体或者社会的某个或某些“提案”得以“通过”或“否决”的方式。我们给出如下的定义：

定义 1-1。社会决策。所谓社会决策是指，一个由至少两个人组成的群体面对一个“问题”时，该群体在一个确定的规则下做出“通过”或“未通过”的表决，以便集体行动。

群体需要表决的“问题”被称为“提案”（proposal），表决者或者投票者（voter）对该“提案”（proposal）存在“偏好”（preference）。表决者根据自己的偏好做出具体的表决或者投票。群体根据表决规则确定“提案”获得“通过”还是“未通过”。

这里，我们区分两类决策“问题”或“提案”：一类是“私人的”或者“个体的”决策问题，一类的是“群体的”或“社会的”决策问题。区别在于，前者的决策结果只对当事人有影响，而对其他人没有影响，决策后的行动也往往由当事人去实现，不涉及其他人的行动；后者的决策即“群体的”决策，其结果对决策群体中的每个成员产生影响，此时，做出的决策也往往需要群体中的每一个人做出相应的行动。我们这里所讨论的问题是“群体的”或者“社会的”。

在决策论中，决策者在进行决策时，存在这两个决策原则：“占优原则”与“（期望）效用极大化原则”。它们均是关于个体的。所谓“占优原则”是指，决策者剔除“被占优”策略（dominated strategy 或者“劣策略”，采取“占优”（dominant）策略——如果只有一个“占优”策略的话；而（期望）效用极大化原则是指，决策者有多种策略的情况下，计算各个策略下的（期望）效用，选择使（期望）效用极大化的策略。对个体决策的问题不是我们这里所要讨论的。我们这里所关心和研究的是群体的

决策与个体的决策之间的关系。

因此，我们对表决人做两个假定：（1）对于一个“提案”来说，投票人的偏好是给定了的。我们不研究个体是如何做出确定偏好的。（2）投票人或者表决人对“提案”的表决只能是“同意”和“不同意”两个选择中的一个选择。我们这里不研究投票者“弃权的”情况。

对于“提案”，我们的假定是：（1）经过表决后“提案”只有两个可能结果，或者“通过”，或者“未通过”，而不可能有第三种情况。（2）“提案”的表决结果依赖于表决群体的各表决人的具体投票以及表决规则。

第三节　社会决策的普遍性

人是社会中的人，他作为投票者在群体的决策中发挥着作用。对提案进行表决是投票者的任务，同时也是投票者的权力体现。个人是群体决策或社会决策的最小单位，这里我们将人视为社会决策的基元（element），或者说，人是最基本的决策单位。具有决策能力的单个人组成了有结构的社会。在不同结构中不同决策者在其中的作用不同。

同时，社会中的人不是作为一个决策变量，而是多个决策变量。社会中的人就是一组决策变量的集合体！这些决策变量作用于不同的组织，决定这些组织的决策结果。同一个人在不同的组织中发挥着作用。这就是我们常说的“每个人在社会中扮演不同的角色”。马克思认为，人是社会性的动物。马克思的观点对本书下面的研究具有方法论的意义。

社会决策随处可见，而不仅仅是政治行为。人们在社会行动中的各种行为均可以看做是“选择”，或者“投票”，因此，社会中的许多现象均可以看做是社会决策产生出来的结果。比如，厂家生产出来的产品投向市场，可以看成是让消费者“表决”，消费者购买商品就是给该种商品投上一票。一种商品获得的票多，生产该产品的企业就获得生存的空间；而很少有人买的商品，生产厂家就可能被淘汰，淘汰掉的厂商如同政治选举中得票少的候选人被淘汰掉一样。

因此，所有的社会现象均可以看成是一个群体对个人决策进行加总即社会决策的结果。当然，此时加总个人决策的方式是“自然的”，与人为设计的方式是有区别的。

第四节　对个体决策者的基本假定

在本书下面，我们这里所说的策略决定者是理性的。我们这里的“理性的”意味着是给定目标下“计算的”。不同的策略决定者的“目标”也许不同，但在给定目标下，经过计算，如果在某种策略下能最大实现他的目标，那么策略决定者将采取这种策略。当然很有可能的是，决策者的理性是有限的，并且信息也是不充分的。

什么是理性？研究社会选择的经济学家一般将理性定义在偏好关系上或者定义在选择规则上。① 我们这里也同样将之定义在偏好关系上。

① ［美］安德鲁·马斯-科莱尔，迈克尔·D. 温斯顿：《微观经济学》［M]，中国社会科学出版社 2001 年版，第 7页。

根据经济学家所说，理性的偏好关系体现在关于偏好关系 ≥（弱优于）’的两个基本假设即完备性和传递性之中。具体地说，我们假定决策者是理性的，即他的偏好关系 ≥满足：

（1）完备性。任何两个备选对象 a、b∈S，它们的关系是，或者 a≥b，或者 b≥a。两者必居其一。

（2）传递性。对于任意的三个备选对象：a，b，c∈S，如果 a≥b，b≥c，那么 a≥c。[①]

阿罗将这两个假定看做公理。满足完备性假定的偏好关系被他称为连通关系（connected），满足传递性偏好关系被他称为传递性（transitive）。[②]

除此之外，对表决人我们还做如下的假定：

（3）偏好在时间上的一致性。如果理性人对一策略给出他的偏好顺序，他将不改变这个顺序。即偏好顺序不会随时间的变化而发生变化。[③]

（4）无关变化的独立性。对于任一表决者来说，在一策略空间 S 中（a，b∈S），假定 a 优于 b；在 S，中（a，b∈S’）——S 增加或减少策略后构成的 S’，a 仍优于 b。

（5）决策独立性。所有行动者是“独立地”做出决定的，也

① [美] 安德鲁·马斯科莱尔，迈克尔·D. 温斯顿：《微观经济学》[M]，中国社会科学出版社 2001 年版，第 7 页。

② 肯尼思·阿罗：《社会选择：个性与多准则》，首都经济贸易大学出版社 2000 年版。第 25—26 页。

③ 这个假定排除了偏好发生倒转的现象。在实际中，由于多种因素——如他人的影响、自己知识的增加、外界信息的变化——使得决策者的偏好顺序发生变化，这往往表现为决策者的学习过程。但在本书下面的研究中（如第八章“重复性策略投票”）不考虑偏好的这些变化，而只研究偏好顺序不变的情况。

就是说，决策者完全是根据自己的理性或者计算，考虑自己的目标下做出判断以及行动。[①]

这五个假定是基本的。我们对所研究的决策者同时做如下“有限理性假定”：

（6）有限理性。我们所研究的决策者因为下面三个中的一个或者两个或者全部因素，而使得其决策是有限理性的。这三个因素是：第一，计算能力的有限；第二，相关知识的有限；第三，获取的相关信息的有限。这个假定意味着不同的决策者在“计算能力”“相关知识”“相关信息”三方面存在差别，或者说在这三方面存在所谓的“非对称性”，从而使得群体中的决策者进行策略决策时，存在优势和劣势之分——当然这并不是说在这三方面存在劣势的决策者在策略决定中一定处于劣势。

这六个假定是我们进行研究的前提。这些假定可以看做是公设。

第五节　本书的研究工具

我们的研究对象是决策群体，我们要研究的是，该决策群体中的各个表决者的偏好给定的情况下，并且表决规则给定，投票人的投票与表决结果之间的关系。

我们所用的方法是“数学的”或“逻辑的”，而非“实证的”。本书不是发现个人的以及某个群体的“实证的”、“规律”——这是实证科学或者叫经验科学的内容。这里所指的群体

① 这个假定排除了他人胁迫下的决定行为。当然在他人胁迫下做出某种决策也是理性的，但这不是我们这里考虑的问题。

的实证的规律，如在经济学中我们有失业与通货膨胀之间的负相关的菲力浦斯定律。本书的目的是建立一个分析框架，以分析集体表决逻辑结构。而现实中的个人或者群体是如何决策的——即服从什么样的“规律”，则是实证社会科学家的任务。

投票者面对提案而表达“同意”或者“不同意”，群体对各个表决者的表决结果进行“汇总”，这个现象是社会中进行加总集体偏好的一种较简单的情况。实际中，有许多社会决策的种类。如：在不止一个候选人之中选出一个优胜者，如美国的总统选举，就是一个普遍的投票决定现象。但这不是我们这里所要研究的问题。

本书采用的工具是逻辑代数（Logic Algebra）或者称为布尔代数（Boolean Algebra）。逻辑代数为 19 世纪英国的乔治·布尔（G.Boole，1815—1964）所创立，现今在逻辑电路设计中得到广泛应用。本书可看成是逻辑代数应用于社会决策的分析。因此，本书的研究既可看成是应用逻辑学的著作，也可以看成是数理政治学的著作。书中涉及的逻辑代数（布尔代数）的内容，读者如果对之不熟悉，可参阅有关书籍。书后附录附上了逻辑代数常用公式及基本定理。

第二章

群体表决代数系统与决策函数

第一节　表决的“0—1”分析方法

决策者进行投票的过程，即是对某项提案说“同意”（“是(yes)”)或‘不同意’(“否(no)”)的过程。对单个投票者来说,这是最简单的两中择一的选择方式；在这个过程中，决策者要根据自己的偏好做出选择。而对于群体来说，对各个个体决策的这个简单选择进行加总，以形成一个确定的群体的决策，即社会决策。

个体决策者进行投票时，在确定投“同意”或者“不同意”票时可能并不容易。原因是，决策者要计算投“赞成”与投“反对”票两者相比较，哪个给表决者带来的好处更大。对于实际中的决策者，这不一定是显而易见的，但这不是我们这里研究的内容。这里，我们假定了个体决策者对提案通过与否有明确的偏好，在投票时决策者能够给出一个明确的选择来。

我们关心的是，群体或社会如何加总（collect）各个个体的具体选择以形成群体的表决结果。即，群体如何确定投票者的投票方式与投票结果之间的关系。在实际中，人们往往用“投票规则”对各个投票者的投票进行加总。表2-1是两个决策者A、B在一个确定投票规则下，对“提案”表示“同意”和“不同意”各种组合下的投票结果：

表 2－1　　　　2人表决的一个可能结果

A	B	结果
不同意	不同意	未通过
同意	不同意	未通过
不同意	同意	未通过
同意	同意	通过

从上表中我们可看出，此时的“投票规则”是：只有当 A、B均“同意”时，结果才获得“通过”，否则是“未通过”。

我们用投票变量来表示投票者的选择，由于对决策者只用“同意,,和“不同意’两种选择,[①] 我们可以用“1”和“0’,来表示。

同样，我们用“1”、“0”分别表示群体对投票者的投票进行“加总’的结果，“1”表示提案获得“通过”，“0’，表示提案“没有通过”。群体决策结果用一个变量“F”表示。表 2－1也可用下表表示：

表 2－2　　　　2人表决的“0—1”表示法

A	B	F
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

表 2－2对应如下的逻辑式：

①投票者也可以选择“弃权”或“不投票”，我们这里不作讨论。

$$F = A \cdot B$$

这里，A、B 为 投 票 变 量 ，它 们 取 0、1 值； ·”是逻辑“与”的意思。“·”、“+”（逻辑或）及“~”（逻辑非）为逻辑的三个基本运算符。“·”用于命题逻辑时往往用“∧”表示，而“+”用“∨”来表示。我们下面全部用“·”、“+”及“~”来

F = A·B [illegible]2－1 与表 2－2或表

对应。由此可以看出，用逻辑

[illegible]

第二节 基本的符号表示与投票表决代数系统

策与决策结果的关系。a，b· 我们用小写字母 voter）··来表示投票者，或投票博 A，B，弈的参与者。用大写字母

……表示投票变量。 1 [illegible]0” ”或“

。[illegible]取“ 0’’值时，表示“同意”，为“

，值时，表示“不同意”。 + ” —— ”

“·“ —— ” ~“ —— ”

“逻辑非”。

[illegible]

系统。2－1定义 L。[illegible]

A、B、C中， L [illegible]

上定义三 ·个运算+“ ~

。(1)（ $A + B = B + A$；$A \cdot B = B \cdot A$；

(2交换律：

(B·C)；

(3) 分配律：$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$；$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$；

(4) 对合律：$\sim\sim A=A$；

(5) 0—1 律：$A+0=A$，$A\cdot 0=0$；$A\cdot 1=A$，$A+1=1$；

则（L，+，·，~，0，1）构成了一个表决代数系统。

表决代数系统就是一逻辑代数系统，投票变量之间的运算规律及公式见附录。下面，为了论述的方便，我们将投票表决人与表决变量均用大写字母来表示。

对投票变量进行“+”、“·”、[1]“~”运算构成不同的逻辑式或逻辑函数。这些逻辑式或逻辑函数的可能意义是什么？

第三节 决策函数的定义

逻辑式或逻辑函数的一个意义是，它是一个群体的表决人投票变量与表决结果之间的关系。

群体决策是一个博弈（game）。任何理性人的互动（interaction）均可以看做博弈。在一般的博弈中，参与人不同策略组合下有不同的博弈结果。对于 2人博弈，人们用支付矩阵来表示参与人不同策略组合下的博弈结果，如 2人囚徒困境：

在一个确定策略组合下，每个参与人都有一个确定的博弈支付相对应，而每个参与人如果改变策略，结果将随着改变。如：双方均由“不招认”策略改变到双方均“招认”策略时，博弈结

①我们常常省略“·”,如“A·B”，我们常常写成“AB”。

果由 A、B 各判 1 年徒刑变为各判 5 年徒刑。

表 2-3　　　　　　　　　　囚徒困境博弈

A \ B	招认	不招认
招认	-5，-5	0，-10
不招认	-10，0	-1，-1

在社会决策中，社会决策的结果只有两种可能性：提案获得“通过”，或者，提案“没有通过”。这个结果取决于各个投票者的具体投票以及投票规则。当投票人采取一组投票时，群体有一个决策结果，此时，如果某些投票人改变投票时，群体的决策结果有可能发生改变，当然也有可能不发生变化。

我们用决策函数来表示投票者的具体投票与投票结果之间的关系。与表 2-1或表 2-2 对应的 $F=A\cdot B$ 就是一个决策函数。

定义 2-2。决策函数：对于 n个投票者组成的一投票系统，这 n个投票者的投票变量为 A_1，A_2，…，A_n，F 为该群体的决策结果。当投票变量 A_1，A_2，…，A_n 取任意一组确定的值时，F 有惟一的一个值与其相对应，那么我们把 F 称做投票变量 A_1，A_2，…，A_n 的决策函数。记作：$F(A_1, A_2, \cdots, A_n)$。

上面已经述说，投票变量的取值为“0”或“1”；同样，决策函数的取值为“0”，或“1”。当各个投票变量取一组值时，相应地决策函数有惟一确定的值（0 或 1）与之对应。此时表示群体取得一个表决结果。决策函数刻画的投票变量与结果之间的关系。当决策函数的值为“1”时，群体决策的结果为提案获得“通过”，决策函数的值为“0”时，决策结果为提案

“未通过”。

我们用逻辑运算符号“＋”　—　将投票变量A1，A2，…，An来连接起来，即：F　(A1，A2，…，An) 是一逻辑表达式。

对于投票变量与决策函数之间的关系 F　(A1，A2，…，An) 我们可用图来刻画：

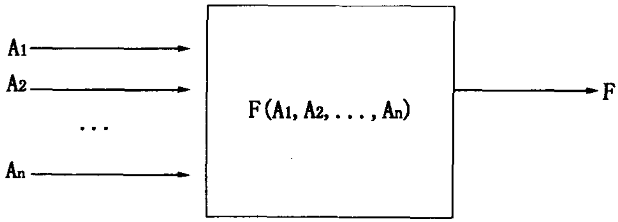

图 2–1　n人组成的投票群体表决结构示意图

“，或 H1 （当为“0”时表示该投票人“同意”某提案，当为“1”时投票人不同意该提案）。F为 1时，群体取得的投票结果为“通过”，而 F为 0表示投票结果为“未通过”。

要注意的是，存在两个特殊的群体决策函数，它们是两个常数函数：

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 0$$

这两个常数函数表示，无论投票者的投票变量取何值，投票的结果均为一确定的值—— 1或 0。这表明，表决结果与投票者的实际投票没有关系。我们称这两个函数为“平凡的”函数。

第四节　决策函数表达的完备性定理

在逻辑上有三种基本的“逻辑表达式”，它们是：$F=A+B$，$F=A\cdot B$，$F=\sim A$。这三个基本的逻辑式子的意思是：

（1）$F=A+B$：投票人 A、B 至少有一个人“同意”提案就获得“通过”；

（2）$F=A\cdot B$：AB 必须两个人均“同意”提案才能获得“通过”；

（3）$F=\sim A$：提案当 A“不同意”时获得“通过”。

在逻辑上，它们是“基本的”，任何复杂的决策函数均可以是这三种表达式的叠加，或者说，任何复杂的函数形式均是由这三种运算复合而成。问题是，用这三种运算来表示任何一种可能的投票状态或结构够用吗？即：这三种运算能不能表示实际中的各种逻辑可能性？

在逻辑代数中，存在一完备性定理：任何一个逻辑变量与另外的一组逻辑变量之间的关系，均可用“+”“·”“~”来表示。根据这个定理，我们有决策函数表达的完备性定理。

定理 2－1。决策函数表达的完备性定理：任何一个决策函数均可用投票变量经有限次的“+”“·”“~”运算得来。

这个定理表明，“+”“·”“~”可用来表示投票结果与投票变量之间的任何一个可能的组合。

为了证明这个定理，我们先证明另外一个定理。

定理 2－2。设 $F(A_1, A_2, \cdots, A_n)$ 为含 n 个变量的决策函数。当 A_1“同意”时投票体的决策函数为 $F(1, A_2, \cdots, A_n)$，

A_1“不同意”时的决策函数为 $F(0, A_2, \cdots, A_n)$。它们之间满足：$F(A_1, A_2, \cdots, A_n) = A \cdot F(1, A_2, \cdots, A_n) + \sim A \cdot F(0, A_2, \cdots, A_n)$。

证明：A_1 的值只可能取 1 和 0。当 $A_1 = 1$ 时：

左边 $= F(1, A_2, \cdots, A_n)$

右边 $= 1 \cdot F(1, A_2, \cdots, A_n) + \sim 1 \cdot F(0, A_2, \cdots, A_n)$

$= F(1, A_2, \cdots, A_n)$

左边 = 右边。

当 $A_1 = 0$ 时：

左边 $= F(0, A_2, \cdots, A_n)$

右边 $= 0 \cdot F(1, A_2, \cdots, A_n) + \sim 0 \cdot F(0, A_2, \cdots, A_n)$

$= F(0, A_2, \cdots, A_n)$

左边 = 右边。

证毕。

让我们证明定理 2－1。根据定理 2－2，对于决策函数 $F(A_1, A_2, \cdots, A_n)$，其中 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为投票变量，我们可将之表示成：

$$F(A_1, A_2, \cdots, A_n) = (A_1 + F(0, A_2, \cdots, A_n))(\sim A_1 + F(1, A_2, \cdots, A_n)) = A_1 F(1, A_2, \cdots, A_n) + \sim A_1 F(0, A_2, \cdots, A_n)$$

我们可以以同样的方式展开 $A_2, \cdots, A_n$ 注意的是，展开后的式子中，函数 F 当变量 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 取一组确定的值时为一常数。这样，函数 $F(A_1, A_2, \cdots, A_n)$ 就可表示成“+”“·”“~”对变量的运算。

证毕。

这个定理也说明，投票变量值与表决结果之间的任何一个可能组合，均能够用投票变量经过“+”“·”“~”运算得到，这样，实际中的任何决策规则均能够用逻辑函数来表示。我们将在第五章探讨决策规则与决策函数的关系。