

工商管理硕士课程系列教材

管理数学(下)

——运筹学

蓝伯雄

程佳惠 编著

陈秉正

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 提 要

现代管理的理论与方法中,既有定性分析也有定量分析,毫无疑问,现代管理人才需要掌握一定的定量分析方法。管理科学与运筹学是用定量方法研究管理问题的一门科学,其特点是将管理中出现的问题归结为抽象的数学模型,应用数学等科学方法找到求解模型的途径,并借助于计算机进行求解,为管理决策提供支持。

本书重点介绍了管理科学中应用最为广泛的线性规划、整数规划、动态规划、图与网络、排队论、对策论和决策理论等定量分析的理论和方法。针对工商管理硕士教学的特点,在保持运筹学理论体系完整的前提下,本书力图体现理论与实际的结合。书中备有大量的例题和习题,不仅适用于课堂教学,也便于读者自学。

本书是 MBA(工商管理硕士)系列教材之一。内容符合试办工商管理硕士协作小组编写的工商管理硕士教学大纲的要求,可用于高层次管理人才的培养。本书也适合于经济管理专业的本科生、研究生和从事管理工作的企业管理者和政府部门有关人员学习科学管理方法之用。

图书在版编目(CIP)数据

管理数学(下):运筹学/蓝伯雄等编著. —北京:清华大学出版社,1997.6
ISBN 7-302-02547-9

. 管... . 蓝... . 管理学:数学-高等教育-教材 运筹学-应用-
管理学-高等教育-教材 .C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 11699 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)

印刷者: 印刷厂

发行者:新华书店总店北京科技发行所

开本: × 1/ 印张: 14.25 字数: 368 千字

版次: 199 年 月第 版 199 年 月第 次印刷

书号: ISBN 7-302- - /

印数: 000001 ~ 00000

定价: 0.00 元

MBA 课程系列教材编委会名单

主任委员 赵纯均

副主任委员 李子奈 仝允桓

委 员 (以姓氏笔划为序)

王承继 仝允桓 孙礼照

李子奈 陈小悦 赵 平

赵纯均 赵家和 徐国华

蓝伯雄

前 言

随着中国改革开放的不断深入和经济的迅速发展,亟需大批拥有广博的知识基础、懂得市场经济的一般规律、熟悉其运行规则、掌握必要的管理技能、了解中国企业实情、具有决策能力、创新意识和开拓精神的管理人才,培养足够数量的这类人才,是我国管理教育界面临的紧迫任务。

工商管理硕士(Master of Business Administration,简称 MBA)教育是发达国家普遍采用的培养高层次管理人才的重要方式,是大学管理教育的主流,美国每年 MBA 学位授予人数约占全部硕士学位授予人数的四分之一。从 1991 年开始,我国国务院学位委员会授权清华大学等九所高等院校开展培养工商管理硕士(MBA)的试点工作,我国的 MBA 教育正式起步。1994 年起招收 MBA 研究生的试点院校扩大到 26 所。并成立了全国工商管理教育指导委员会。

我国工商管理硕士(MBA)教育的目标是培养德智体全面发展,适应我国工商企业和经济管理部门需要的高层次务实型综合管理人才。根据这一目标,清华大学经济管理学院在 MBA 培养试点工作中总结改革开放后十几年来培养高层次管理人才的经验,借鉴国外优秀管理院校的成功做法,学习国内兄弟院校的长处,对 MBA 的培养方案、课程体系、教学内容和教学方法进行了系统研究并不断加以改进和完善,同时陆续编写了一批用于 MBA 教学的教材、讲义和案例集。

随着 MBA 培养规模的逐步扩大和对 MBA 教育规律认识的不断深化,国内原有的以编译为主的教材已不能适应 MBA 教育

发展的要求,需要编写一套体系完整配套、内容实用新颖、具有国际可比性,同时符合中国国情的 MBA 课程系列教材。基于这一认识,我们组织力量对教材的选题、体系的组织和内容的取舍进行了认真的研究,在清华大学出版社的支持下,向读者奉献了这套教材。

这套系列教材在体系上充分考虑了对 MBA 知识结构的要求,覆盖了 MBA 培养方案中内容相对稳定的主要课程。既保证了各门课程知识的系统性,又照顾到课程之间的联系与协调。在教材内容上突出了“宽、新、实”的特点,即:知识面要宽,兼收并蓄中外管理科学的优秀理论与方法;内容要新而实,反映各学科的最新进展,理论联系实际,符合中国国情,具有可操作性。

本系列教材包括 15 门 MBA 主要课程中使用的 16 本教材。教材的编写者都是从事该课程教学多年的经验丰富的教师。教材的内容与体系经过了多轮教学实践的检验。

这套教材主要适于工商管理硕士课程教学,也可供管理科学与管理工程专业研究生和高年级本科生使用。还可作为企业和各级经济管理部门实际管理工作者自学的参考书。

管理学科是一个迅速发展的学科,由于我们的水平所限,这套教材中难免有疏漏和不足之处,希望广大读者提出宝贵意见,使这套教材在再版时能更加完善。

清华大学经济管理学院工商管理硕士
(MBA)课程系列教材编写委员会
1995 年 1 月

目 录

绪言	
第 1 章 线性规划与单纯形方法.....	1
1.1 线性规划的基本概念	2
1.2 线性规划应用举例.....	10
1.3 线性规划的基本理论.....	16
1.4 单纯形方法.....	22
1.5 退化、循环和防止循环的方法	40
1.6 改进单纯形方法.....	45
习题	49
第 2 章 线性规划的对偶理论及其应用	58
2.1 线性规划的对偶问题.....	58
2.2 线性规划的对偶理论.....	63
2.3 对偶解的经济解释.....	65
2.4 对偶单纯形方法.....	71
2.5 敏感性分析.....	76
习题	86
第 3 章 整数规划	92
3.1 整数规划问题.....	92
3.2 分枝定界法.....	95
3.3 割平面法	102
3.4 整数规划应用举例	106
习题.....	117
第 4 章 动态规划.....	122

4.1	动态规划的基本概念和方法	123
4.2	动态规划的基本原理	132
4.3	动态规划模型的建立与求解	136
4.4	应用举例	157
	习题.....	179
第 5 章	图与网络模型.....	185
5.1	图	186
5.2	最小树问题	201
5.3	最短路问题	208
5.4	最大流问题	218
5.5	最小费用流问题	228
	习题.....	255
第 6 章	统筹方法.....	264
6.1	网络图的绘制	266
6.2	网络图的计算	272
6.3	网络计划的优化	285
6.4	网络计划的控制	296
	习题.....	299
第 7 章	对策论.....	305
7.1	引言	305
7.2	矩阵对策的基本理论	310
7.3	矩阵对策的解法	324
7.4	其它类型对策简介	334
	习题.....	343
第 8 章	决策分析.....	346
8.1	决策分析的基本问题	346
8.2	风险型决策方法	348
8.3	不确定型决策方法	357

8.4	效用函数方法	362
8.5	多目标决策分析简介	367
8.6	层次分析法	376
	习题.....	380
第9章	排队论.....	383
9.1	引言	383
9.2	生灭过程简介	391
9.3	M/M/s 等待制排队模型	394
9.4	M/M/s 混合制排队模型	405
9.5	其它排队模型简介	414
9.6	排队系统的优化及例子	425
	习题.....	431

绪 言

运筹学(operations research)是近 40 年来发展起来的新兴学科,尽管古朴的运筹学思想可以追溯到几百年甚至上千年以前,世界上公认的运筹学的起源是第二次世界大战期间,英、美等国的军事部门为战争需要而成立的一些研究小组的研究活动。最初,人们称这类研究为“运作研究”(operational research),或“运作分析”(operational analysis)。这些研究的最主要的特点是集中一批跨多种学科领域的科学研究人员,有组织地对一特定问题进行全面、系统的分析,提出提高某武器系统效率的操作方法和执行策略。比较成功的研究案例有:英国防空部门对如何布置防空雷达,建立最有效的空防预警系统进行的研究;英、美空军对如何提高轰炸机对德国地面目标轰炸的命中率进行的研究;英、美海军在反潜作战中,如何安排反潜巡逻飞机的飞行路线,如何投放深水炸弹以及如何确定深水炸弹的起爆深度等研究。这些研究大大提高了盟军的作战能力,为取得反法西斯战争的最后胜利作出了巨大的贡献。

第二次世界大战结束后,运筹学的研究方法在理论上得到全面的发展,线性规划、非线性规划、动态规划、网络分析、整数规划、对策论、排队论等运筹学的分枝得到迅速的发展和完善。运筹学的应用也从军事部门迅速向经济和工业部门转移,并得到越来越广泛的重视。经过 40 多年的发展,运筹学已成为一个门类齐全、理论完善、有着广泛应用前景的新兴的科学学科。

一、什么是运筹学

什么是运筹学,人们一直试图给运筹学下一个简单明了的定义。但是事情并不那么简单,由于运筹学研究问题的广泛性和复杂

性,以及与相邻学科的相似性,人们一直还没有形成一个统一的运筹学定义。以下是一些教科书给运筹学下的一些定义:

“运筹学是一种科学决策的方法”;

“运筹学是依照给定目标和条件从众多方案中选择最优方案的最优化技术”;

“运筹学是一门寻求在给定资源条件下,如何设计和运行一个系统的科学决策的方法”

等等。

以上定义都过于简单,不能令人满意。运筹学的内涵决不仅仅是解决复杂问题的优化技术或各种科学决策方法的组合。它实际是一种对系统进行科学的定量分析,从而发现问题、解决问题的哲学方法论。运筹学具有多学科交叉的特点,它广泛地应用现代科学技术知识,如:数学、经济学、社会学、心理学、物理学、生物学、化学等,解决人们在各类实践活动中提出的管理问题。运筹学通过一整套规范化的分析方法和分析步骤,提高人们对实际问题的把握与理解,并为决策者选择最优决策提供定量分析的依据。

运筹学与其它自然科学明显的区别在于它研究的对象是“事”而不是“物”。它揭示的是事的内在规律,研究的是如何把事办的更好。因此也有人称运筹学为“事理科学”。“事”是相对“物”存在的,物是看得见、摸得着的实实在在的东西;而事是指有人参与的活动,是看不见、摸不着的。物的运动有明显的规律性,人们比较容易认识它,大量的关于物的科学构成了自然科学的主体;而事有明显的权变性,不同的人办相同的事可能得到不同的结果,因此,人们长期以来认为如何办事属于经验和艺术的范畴,不存在普遍的规律性。在 20 世纪之前,事的复杂性并不突出,人们也没有必要去寻找如何办事的科学。工业革命发生之后,事情发生了明显的变化,由于科学技术的加速发展,使人们面临的事物越来越复杂,人们无法再凭单纯的经验对如此复杂的系统进行管理。这些因素促

使人们寻找如何办事的科学,从而引来的新的学科——运筹学的发展。

人们认识和实践的对象包含物和事两个方面:物是“硬件”,如企业的厂房、设备和原料,战争中的军队和武器;事是“软件”,如企业的管理方法,战争中的战法和战略。很明显,硬件只有在软件的配合下才能发挥出更大的作用。物有物理,事有事理,事的权变性不可能取消它的规律性,只是它更复杂,更难被认识而已。运筹学的分析表明,许多看起来毫不相关的事,背后都被共同的规律支配着。一旦人们认识这些规律之后,就掌握了如何办事的主动权,“事在人为靠运筹”说的就是这个道理。

运筹学的开拓者大都是自然科学家和数学家,良好的科学训练使他们意识到事理科学的存在,并将它们发掘出来。他们把自然科学方法应用到对事的规律的分析上,创造出运筹学的分析方法,成功地完成了对事的内在规律的形式化、定量化的描述,建立起可以研究和应用的理论框架。

运筹学研究的核心是将科学方法应用到对具体事物的分析中去。从方法论上讲,运筹学和一些相邻学科有着密切的关系。例如,人们常常把运筹学和管理科学联系在一起。然而,管理科学涵盖的领域要比运筹学更宽一些。可以说,运筹学是管理科学最重要的组成部分。再例如,运筹学与系统科学、系统分析、工业工程等学科也有很多共同之处,但它们涉及的面要比运筹学窄一些。运筹学研究的特点可以简单地归纳如下:

1. 科学性:运筹学研究是建立在科学的基础上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面:首先,它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;其次,它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学研究不仅仅涉及数学,还要涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其它学科。

2. 实践性:运筹学是一门实践的科学,它完全是面向应用的。

离开实践, 运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象, 通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系, 利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验, 并被用来指导实际系统的运行。

3. 系统性: 运筹学用系统的观点来分析一个组织(或系统), 它着眼于整个系统而不是一个局部, 通过协调各组成部分之间的关系和利害冲突, 使整个系统达到最优状态。

4. 综合性: 运筹学研究是一种综合性的研究, 它要涉及问题的方方面面, 应用多学科的知识, 因此, 要由一个各方面的专家组成的小组来完成。

二、运筹学模型

许多科学研究都要利用模型, 模型通常是指为特定目的建立的、反映某种客观存在的特征和特性的一种结构。模型可以是实际模型, 也可以是抽象模型。运筹学研究的模型主要为抽象模型——数学模型。数学模型的基本特点是用一些数学关系(数学方程、逻辑关系等)来描述被研究对象的实际关系(技术关系、物理定律、外部环境等)。利用模型进行研究有以下优点:

1. 在建立模型的过程中, 需要对被研究系统进行深入细致的分析, 可增加人们对系统的了解和把握;

2. 模型可以更全面的描述一个复杂的系统, 并揭示系统的一些用其它方法不可能发现的内在联系;

3. 利用模型, 人们对系统进行多种试验分析, 而这种分析是不可能利用实际系统完成的。

模型的种类是多种多样的, 分类的方法也很多, 如:

(1) 按呈现和表达的方式可分为:

实物模型: 规模缩小的由实物制成的模型, 如建筑模型、飞机模型等;

符号模型: 用数学符号表示的写在纸上或其它记录介质上

的模型;

计算机模型: 模型表现为可在计算机上执行的由计算机语言表达的程序。

(2) 按描述方法的特点可分为:

描述型模型: 这类模型仅仅描述实际发生的具体过程而不探讨过程背后的原因。许多统计模型、模拟模型和排队模型都是这类描述性模型;

规范化模型: 这类模型使用规范的方法, 对影响系统的内在规律进行探索, 并详细描述系统的变量、目标和约束。大部分优化模型属于这类模型, 也是我们主要研究的模型;

启发式模型: 这类模型是一种经验模型, 它主要由一些直观的经验 and 规则构成。

(3) 按模型变量和参数的性质可分为:

确定型模型: 模型的参数和变量都是确定型的, 如本书将要介绍的线性规划、整数规划、网络规划模型;

随机型模型: 模型的参数和变量是随机型的, 如排队模型、决策模型和对策模型就属于随机模型。

(4) 按模型是否考虑时间因素还可分为:

静态模型: 模型只反映某一固定时点的系统状态, 变量、参数与时间无关;

动态模型: 模型反映一段时间内系统变化的状态, 变量、参数与时间有关, 如动态规划模型就是典型的动态模型。

还有很多准则可用来对运筹学模型进行分类, 这里就不一一列举了。

运筹学模型的一个显著的特点是它们大部分为优化模型。一般来说, 运筹学模型都有一个目标函数和一系列约束条件, 模型的目标是在满足约束条件的前提下使目标函数最大化或最小化。

三、运筹学分析的主要步骤

运筹学的分析步骤一般包括:发现和定义待研究的问题;构造数学模型;寻找经过模型优化的结果,并通过应用这些结果来改善系统的运行效率。具体步骤如图 1 所示。

图 1 运筹学研究的基本步骤

1. 系统分析和问题描述

运筹学分析的第一步是分析问题和提出问题,它是从对现有系统的详细分析开始的,通过分析找到影响系统的最主要的问题。另外,通过分析,还要明确系统或组织的主要目标,找出系统的主要变量和参数,弄清它们的变化范围、相互关系以及对目标的影响。问题提出后,还要分析解决该问题的可能性和可行性。一般需要进行以下分析:

- (1) 技术可行性——有没有现成的运筹学方法可以用来解决存在的问题;
- (2) 经济可行性——研究的成本是多少,需要投入什么样的资源,预期效果如何;
- (3) 操作可行性——研究的人员和组织是否落实,各方面的配合如何,研究能否顺利进行。

通过以上分析,可对研究的困难程度,可能发生的成本,可能获得的成功和收益做到心中有数,使研究的目的更加明确。

2. 模型的建立和修改

模型建立是运筹学分析的关键步骤。运筹学模型一般是数学模型或模拟模型,并以数学模型为主。模型是对现实世界的一种抽象和映射。由于实际问题的复杂性,模型不可能完全准确地反映现实世界或实际问题,人们在构造模型时,往往要根据一些理论的假设或设立一些前提条件来对模型进行必要的抽象和简化。人们对问题的理解不同,根据的理论不同,设立的前提条件不同,构造的模型也会不同。因此,模型构造是一门基于经验的艺术,既要有理论作指导,又要靠不断的实践来积累建模的经验。模型建立不是一个一次性的过程,由于实际问题与人们对它的认识之间存在的差异,模型往往要经过多次修改才能在允许的限度内符合实际情况。

一个典型的模型包括以下组成部分:

- (1) 一组需要通过求解模型确定的决策变量;
- (2) 一个反映决策目标的目标函数;
- (3) 一组反映系统复杂逻辑和约束关系的约束方程;
- (4) 模型要使用的各种参数。

简单的模型可以用一般的数学公式表示,复杂的模型由于必须借助于计算机求解,还必须表达为相应的计算机程序。

3. 模型的求解和检验

模型建成之后,它所依赖的理论和假设条件的合理性,以及模型结构的正确性都要通过试验进行检验。通过对模型的试验求解,人们可以发现模型的结构和逻辑错误,并通过一个反馈环节退回到模型建立和修改阶段,有时甚至还需要退回到系统分析阶段。模型结构和逻辑上的问题解决之后,通过收集数据、数据处理、模型生成、模型求解等过程得到了模型的最优解。值得强调的是,由于模型和实际之间存在的差异,模型的最优解并不一定是真实问题的最优解。只有模型相当准确地反映实际问题时,该解才是趋近于实际最优解的近似。

4. 结果分析与实施

运筹学分析的最后一步是获取分析的结果并将之付诸实施。运筹学研究的最终目的是要提高被研究系统的效率,因此,这一步也是最重要的一步。绝不能把运筹学分析的结果理解为仅仅是一个或一组最优解,它也包括获得了这些解的方法和步骤,以及支持这些结果的管理理论和方法。通过分析,要使管理人员与运筹学分析人员对问题取得共识,并使管理人员了解分析的全过程,掌握分析的方法和理论,并能独立完成日常的分析工作,这样才能保证研究分析成果的真正实施。

线性规划与单纯形方法

线性规划是运筹学中应用最广泛的方法之一。自从 1947 年 G. B. Dantzig 发明了求解线性规划的单纯形方法后, 线性规划已被广泛地应用于解决经济管理和工业生产中遇到的实际问题。曾经有人进行过调查, 在世界 500 家最大的企业中, 有 85% 的企业使用过线性规划解决经营管理中遇到的复杂问题。线性规划的使用已为使用者节约了数以亿万计的资金。

线性规划实质上是解决稀缺资源在有竞争的使用方向中如何进行最优分配的问题。这类最优分配问题大部分是从经营管理中引出的, 例如: 产品的最优组合, 生产排序, 最优投资方案, 人力资源分配等。在这类问题中, 一个共性的问题是一些稀缺或有限的资源必须被分配到一些指定的生产活动中去, 而这些资源的使用会伴随着费用或效益的发生。线性规划可用于合理分配这些资源, 并使付出的费用最小或获得的收益最大。

在本章中我们将首先介绍什么是线性规划问题, 线性规划问题的数学表达式, 简单线性规划问题的图解法等线性规划的基本概念, 然后介绍线性规划的基本理论和求解线性规划的单纯形方法。