

计算机在农业工程中的应用丛书

主 编 郑学坚

副主编 汪懋华

农 业 机 械

计算机辅助分析和设计

赵 匀 著

叶海建 审

清 华 大 学 出 版 社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书是《计算机在农业工程中的应用丛书》之一。论述了从耕作、收获到农产品加工的各种农机具的计算机模拟分析和参数优化。通过实例培养读者分析实际问题,建模、编程和处理与分析实验结果的能力。

全书共 9 章,内容包括:计算机辅助分析基础,电路模拟,物料的线、面和空间运动学和动力学分析,农机平面与空间常用机构的运动学和动力学分析,犁的空间力系和结构参数计算机分析,农机系统问题的计算机模拟分析以及平面连杆机构的综合。

读者对象:农机专业科技人员和高等院校农机专业师生。

图书在版编目(CIP)数据

农业机械计算机辅助分析和设计/赵匀著.-北京:清华大学出版社,1998

ISBN 7-302-02925-3

.农... .赵... . 农业机械-计算机辅助分析 农业机械-计算机辅助设计
.S220 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 08667 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)

因特网地址:www.tup.tsinghua.edu.cn

印刷者:北京市通州区人民文学印刷厂

发行者:新华书店总店北京科技发行所

开 本:787×1092 1/16 印张:11 字数:255 千字

版 次:1998 年 7 月第 1 版 1998 年 7 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-302-02925-3/S·9

印 数:00013000

定 价:15.50 元

计算机在农业工程中的应用丛书

主 编 郑学坚 清华大学教授
中国农业工程学会名誉理事

副主编 汪懋华 中国工程院院士
中国农业大学教授
中国农业工程学会常务理事

序

郑学坚 汪懋华

计算机科学及技术作为一门实用性很强的应用技术在我国农业领域的应用逐渐受到重视,尤其在农业工程方面,已被当作工程研究设计及生产的必要手段。中国农业工程学会在1985年成立了电子技术与计算机应用专业委员会就是在此背景下卓有远见的创举。自该专业委员会成立以来,在中国农业工程界中召开了多次学术研讨会,为农业工程技术人员提供了计算机应用研究的学术交流机会,发现了一批农业工程技术领域颇具推广价值的计算机应用技术及相关的专门人才。他们在农业工程中的某些方面应用计算机取得了相当的成果,在实践中总结了丰富的经验。

我们是中国农业工程学会的名誉理事和常务理事,又是电子技术与计算机应用专业委员会的创办人,对中国农业工程领域计算机应用的过去、现状都有过相当的关心和认识,对中国农业工程界的工程技术人员在应用计算机作为研究、处理、设计及生产中的手段也曾潜心观察和总结。

经过长期研究和讨论,电子技术与计算机应用专业委员会认为,目前中国的大、中专院校都已广泛设有“微型计算机原理及应用”必修课程。也就是说,凡是具有中专以上正规院校毕业的工程技术人员,都已具有接受计算机应用技术的基本知识。在农业工程界,也有相当部分中专以上文化水平的工程技术人员会使用微型计算机解决各自面临的问题。这为中国农业工程学会的电子技术与计算机应用专业委员会提出了宣传、组织、推广计算机在农业及农业工程领域中应用的任务。经过各方接触讨论,认为出版在农业工程的若干方面应用计算机有所成就的专家著作,用以指导农业工程技术人员实践计算机在农业工程中的应用,是当前最有效、最可行的方法。

农业工程学会电子技术与计算机应用专业委员会的上述设想得到了清华大学出版社的响应和支持,清华大学出版社决定组织出版《计算机在农业工程中的应用丛书》。我们相信,在出版计算机和其它科技图书方面具有丰富经验的清华大学出版社一定会把一套高质量的丛书奉献给中国农业。

本丛书包括农业专家系统及开发工具,农机计算机辅助分析和设计,遥感技术、多媒体技术和计算机图象处理技术在农业工程中的应用,以及计算机在农业生物环境监测控制、农业水土工程和农机化管理中的应用等方面的图书。

编辑出版本丛书的宗旨是为计算机在农业工程中的应用经验进行总结,将这些应用经验推广普及到各个技术分支,从而对中国的农业起到促进的作用。丛书的服务对象是:凡具有中等专科以上文化水平、曾经在校学过或自修过“微型计算机原理及应用”课程的技术人员。他们应该可以看懂,并学会运用本丛书中的相关内容。

前 言

近 20 年来,计算机技术得到迅速的发展,已经渗透到人类生产和生活的各个领域,同时,也带动了一些新学科的发展。其中计算机辅助设计(computer aided designing, CAD)和计算机辅助制造(computer aided manufacturing, CAM),成为机械行业中发展最快的学科之一。它首先应用于航空工业和汽车工业,然后转向其它行业,包括农机设计和制造业。CAD 和 CAM 在农机行业上起步较晚,一些新技术也是从航空和汽车工业上移植过来的。CAD 在国内农机行业上,已经有所应用,但是仅仅处于起步阶段。国内的 CAD 教材,还没有主要针对农机设计方面的。农机行业就其技术力量和辅助设备而言,要达到目前欧美的应用阶段,还需要一个相当长的时间。但是,目前对于农机系统和工作部件的分析,又不能还是停留在图解法和手工计算(包括计算器)的阶段,特别是一些相对复杂的农机问题,老一套的办法几乎不可能得到结果或者得到满意的结果,因此,农业机械的计算机辅助分析(computer aided analyzing, CAA),具有相当的实用意义。书中主要章节是笔者多年来教学和科研成果总结,包含了从耕作到收获,以及产后加工等各种农业机械的计算机模拟分析和参数优化,通过实例分析,力求找到解决复杂问题的一般规律。

在农机模拟分析方面,笔者在以下方面作出了探索:

(1) 对农机传统理论提出质疑,建立了可应用于计算机分析的新的理论模型和用程序框图表达的计算方法,主要在本书第 5,6,7 章和第 8 章的前半部分介绍。

(2) 利用计算机和数值计算方法解决农机传统理论问题,给农机传统理论注入了新的活力,并应用于实践,主要在第 4 章介绍。

(3) 提出了系统的农机常用机构模拟的规则和方法并在以下几点有所创新:

1) 将实际驱动形式(三角带、链条和齿轮驱动)列入模型和程序(传统方法是简化为力偶矩,笔者认为实用意义不大)。

2) 在建立模型时,计入滑动摩擦和铰链点摩擦(传统方法忽略非定向摩擦),并解决了由此带来的疑难问题。

3) 在以上工况中,笔者指出了利用矩阵方法解力学方程的传统方法必然带来错误结果,提出了逐次方程解法。

以上探索主要体现在第 5,6 章。

(4) 机构综合中二位置和三位置刚体导引的方法,结合实际需要,将传统的待求变量和优化变量进行了调整,引入了新的计算模型,主要在第 9 章介绍。

(5) 利用质点动力学方程推导出刚体解析形式的微分方程,使之适合于计算机处理。该方程除应用于农机刚体复合运动的计算机辅助分析外,还可用于机器人的机构分析,主要内容在第 2 章,其应用在第 5 章介绍。

(6) 该书所有章节中较为复杂的理论模型大都附有程序框图,并配有成套软件,可供读者使用。

为了使读者获得必要的辅助分析手段,补充了有关数学、力学和计算机图形学知识。

书中所有实例均为农机问题,而且绝大多数是为了解决某个实际问题而作出的分析,且被实践证明是可行的。本书主要是为从事农业机械专业和其它机械设计的人员编写的,同时也可作为研究生和本科生参考书。

本书在撰写过程中,得到郑学坚教授、汪懋华院士、蒋亦元院士、曹崇文教授、鲁楠教授和邹慧君教授的指导和帮助。

本书所涉及的是新研究方法探索,一定有不少缺点和错误,敬请读者批评指正。

赵 匀

1997年4月

目 录

1	概论	1
1.1	概述	1
1.2	本书的目的和内容	1
1.3	农机 CAA 过程	2
1.4	农机理论分析的一般特点	2
1.5	计算机模拟	3
	参考文献.....	5
2	计算机辅助分析基础	6
2.1	概述	6
2.2	方程求根	6
2.3	数值积分	8
2.4	常微分方程数值解法.....	10
2.5	第二类拉格朗日方程.....	12
2.6	刚体相对运动微分方程及其应用.....	12
2.7	计算机绘图.....	16
2.8	矩阵法在机构学中的应用.....	23
2.9	算法和语言.....	29
	参考文献	34
3	电路模拟.....	35
3.1	概述.....	35
3.2	电路模拟和逻辑对应关系.....	35
3.3	人机工程电路模拟实例.....	37
	参考文献	39
4	物料的线、面和空间运动学和动力学分析	40
4.1	概述.....	40
4.2	质点的定轨迹运动学和动力学分析实例.....	40
4.3	物料平面运动学和动力学分析.....	45
4.4	物料的空间运动学和动力学分析.....	50
	参考文献	55
5	农机平面常用机构的运动学和动力学分析.....	56
5.1	概述.....	56
5.2	建立计算机模型的若干规定.....	56
5.3	建立机构计算机模型的方法.....	58

5.4	建立机构动力学模型的几个问题的解决方法.....	64
5.5	小型收割机切割机构惯性力平衡.....	72
5.6	曲柄摇杆式水稻分插机构的运动学和动力学分析.....	75
5.7	偏心齿轮行星系水稻分插机构的分析与综合.....	86
5.8	曲柄滑道机构的运动学和动力学分析及应用.....	99
	参考文献.....	103
6	农机空间常用机构运动学和动力学分析	104
6.1	概述	104
6.2	东风联合收割机曲柄连杆切割机构的动力学平衡分析	105
6.3	摆环式切割机构的运动学和动力学分析	110
7	犁的空间力系和结构参数计算机分析	117
7.1	概述	117
7.2	对传统图解法的理论质疑	117
7.3	高度调节悬挂犁受力和结构参数分析	119
7.4	力位调节悬挂犁受力和结构参数分析	122
7.5	牵引犁受力和结构参数分析	123
7.6	半悬挂犁受力和结构参数分析	127
	参考文献.....	131
8	农机系统问题的计算机模拟分析	132
8.1	概述	132
8.2	机构系统计算机模拟	132
8.3	热传导系统计算机模拟	142
	参考文献.....	153
9	平面连杆机构的综合	154
9.1	概述	154
9.2	二杆组的综合方法	154
9.3	二位置刚体导引铰链四杆机构的设计	155
9.4	三位置刚体导引铰链四杆机构的设计	156
9.5	四位置刚体导引铰链四杆机构的设计	158
9.6	三位置刚体导引曲柄滑块机构的设计	163
	参考文献.....	164

1 概 论

1.1 概 述

1946年世界第一台电子计算机 ENICA 问世以来,计算机的发展迅猛异常,电子计算机发展经历了电子管、晶体管、集成电路和大规模集成电路四代,计算机每 5~8 年计算速度提高 10 倍,体积缩小 10 倍,成本也降低 10 倍。

70 年代以来,由于大规模集成电路技术的发展,计算机发展更为迅速,开始在各个领域替代人工智力劳动,计算机的发展也推动了许多科技领域的发展,其中包括:计算数学、有限元、优化设计、自动控制、检查自动化、计算机辅助设计和制造等,这些科技领域的发展又反过来促进计算机事业的发展。

计算机辅助设计(computer aided design, CAD)广泛应用于航空、汽车和其它工业领域,其中一些重要技术也移植到农机行业,但是有关 CAD 在农机专业方面应用的论著甚少。在国内,CAD 在农机方面的应用仅仅处于起步阶段,其原因除了农机行业计算机技术力量相对薄弱外,其辅助设备投资较大也是重要原因之一。

农机计算机辅助分析(agr. machinery computer aided analyzing, 农机 CAA)是在农业机械设计前对农机工作部件和农机系统进行分析,以寻求农机设计的最佳参数或参数范围,同 CAD 有密切的关系。由于农机 CAA 利用计算机代替过去人工计算(包括使用计算器)和图解方法,从而减免了大量的人工劳动,同时,其设备投资低(1 台微型计算机),因此具有较强的现实意义,农机 CAA 还有以下优点:

- (1) 计算速度快,精度高。
- (2) 能够完成过去人工计算和图解法难以完成的设计前分析工作。
- (3) 大大缩短了设计时间。

1.2 本书的目的和内容

该书主要是为农机专业科技人员提供各种农机具分析和设计模型以及程序、框图,并配有程序软件。同时指导这些人员利用学过的基础知识,结合专业知识,掌握分析农机问题的能力。这些能力表现为: 掌握分析方法; 针对实际问题建立模型; 熟练而正确地利用模型编制程序; 试验结果的处理和分析。

本书的内容包括:

- (1) 基础知识;
- (2) 电路模拟;
- (3) 质点的线、面和空间运动的分析;
- (4) 农机常用机构的运动学和动力学分析;

- (5) 空间多作用力农机具的分析;
- (6) 农机系统问题分析;
- (7) 农机平面机构综合。

1.3 农机 CAA 过程

设计和制造新产品的过程如下:

设计要求 搜集资料 调研 综合分析 寻求设计参数 设计 样机制造 试验改进 制造新产品。

新产品设计前,在综合分析后,取得设计参数主要有 3 种方法: 理论分析方法; 试验方法; 经验方法。这 3 种方法都可以借助计算机完成。

借助计算机的理论方法有别于传统理论方法,模型建立过程中首先考虑适合于编程计算。由于计算机计算速度惊人,特别适于繁复运算,计算结果可以打印,辅以自动绘制的特性曲线,以助于分析,当然也可以用优化的方法直接取得最佳参数。

试验方法包括最优试验设计,以减少试验次数。数据处理和统计分析有各种现成的程序可以利用,其结果是回归方程或直接得到参数。

经验方法则需要有资料数据库,调用数据库可以得到现有同类机具的各种参数。

实际上,在设计中常常是 3 种方法同时应用,例如理论计算所输入的数据有时就依靠试验得到,而理论模型的仿真程度往往借助于试验来验证,一个好的理论模型,往往要经过理论分析和试验研究几次反复修正才能得到。

1.4 农机理论分析的一般特点

农机理论研究的对象常常包括生物体和土壤这类因素复杂的物质,其性质变化多端,除了同一类物体的不同个体之间变化很大以外,同一个体在不同的时间也存在相当大的差异,这就给理论分析带来了很大的困难。所以,对于农机问题,试验且重复多点试验是设计后所不可缺少的环节,而传统的理论分析往往只能得到定性的结论。本书希望在农机的理论分析上借助于计算机,由定性向定量分析上有所突破。

农机定量分析的成功与否,除了建模的技巧外,在很大程度上取决于研究对象:如果问题可以归纳为静力学和运动学问题,特别是机械运动学(刚体运动学)问题,若所作的假设符合实际,理论分析的结果是可信的,甚至用不着通过试验来验证。在农业机械上,谷物收获机拨禾轮轨迹、插秧机秧爪轨迹计算和绘制等都属于这类问题。非机械运动学问题,例如籽粒在空气中的运动,则由于籽粒本身的几何形状和物理性质方面的差别,理论分析的误差较大。

动力学问题,如果是机械动力学(刚体力学)问题,不涉及生物体,理论分析是比较可靠的。但是涉及生物体,特别是碰撞类问题,则比较难以得到可靠的结果。因为其碰撞性质在弹性和塑性之间,也就是说,其碰撞系数在 0 和 1 之间,就籽粒而言,水分、成熟度和几何形状这些因素的变化将给分析带来困难,使分析难以达到满意的结果。涉及到土壤力

学的问题,也同样比较复杂,难以模拟,土壤的物理性质由于其成分不同差异很大,致使土壤在犁体上的作用形式难以确定,即使建立模型,也由于土壤参数变化范围太大,给所建立的模型使用造成困难。

随着农机事业的发展,有些农机理论问题,离开了牛顿力学的范围,例如谷物干燥、蔬菜脱水、水果运输等问题,涉及到了传热学、生物化学和流变学,其特性方程需要大量的试验来获得,其理论模拟的可靠程度,取决于试验的设计技巧、准确性和回归的方法。因此在分析中,首先要确定研究的对象属于哪一类问题,是否适用于一般的理论分析方法,并且预知这种理论方法所得到的结果是定量的还是仅仅具有定性的意义。如果建立模型相当困难,在使用模型时其中的参数又难以确定,直接采用实验方法来取得设计参数是更为合理的手段。

当然,理论分析结论的实用意义取决于理论模型的仿真程度,而理论模型的仿真程度取决于个人对所研究对象的熟悉程度、经验、分析的技巧和基础知识水平,如果理论工作者对所研究的对象有比较丰富的实践知识,他在建立模型过程中就能够正确的选定影响该物理现象的主要因素,从而决定取舍的内容(建立没有取舍的模型几乎是不可能的)。丰富的经验使其能把握正确的方向,而分析的技巧和坚实的基础知识有助于解决分析中遇到的复杂问题,所以农机理论分析是农机方面基础和专业知识的综合运用。随着农机学科知识的扩展,除了要求理论工作者具有深厚的数学、力学、计算机软件和优化原理知识以及运用这些知识的实际能力外,根据所研究的具体问题的需要,也要掌握一定的物理学、物料力学、热工学、传热学、流变学、生物化学和电工学知识,无论采取理论的或是试验的方法进行农机的研究,均需要计算机辅助。

1.5 计算机模拟

(1) 模拟的定义

模拟是研究一个系统某个方面特征的一种方法。模拟的前提是建立模型,所建立的模型应该能够反映系统所要研究的特征(不一定是全部特征)。模拟分为两种:物理模拟和数学模拟。概略地说,物理模拟的模型是与原系统遵循相同物理规律的情况下的放大和缩小,模型严格按照相似理论建立,物理模拟一般通过模型试验得到反映系统性能规律的数学方程或参数;数学模型通常是将系统的各参数与特征的关系,综合为数学方程式,这些数学方程式称之为数学模型,它们或者是由理论推导而来的,或者是由试验数据回归得到的。某些物理系统之间具有数学上的相似性,利用其中一个物理系统作为模型来替代另一个系统进行试验,求得其特征参数,这也是一种数学模拟。

如果所研究的是系统的瞬时状态,则得到的结果与时间无关,例如:利用有限元计算联合收割机割台各点的应力,以便设计出既轻且保证强度的机构,一般地说,设计者假设割台受到的外力是恒定的(取其最大值),得到的结果是割台的应力状态,与时间无关。通常所研究的系统特征值是随着时间改变的,即时间与系统的特征值具有函数关系。例如:谷物烘干模拟中,谷物通过热风输入能量,其各层谷物温度和湿度随着时间而变化。无论是用物理模拟即试验方法所得到的反映物理系统规律的数学方程,或是用演绎推理即理

论分析方法所获得的数学方程,都称之为模型,利用这些模型编程计算得到或预测系统瞬时或随时间变化的特征值的方法叫计算机模拟。

(2) 模拟的作用

如果所建模型适当,得到的特征值与原系统特征值相近,模拟过程可以作为分析所研究系统的方法。物理模拟虽然是原系统工作过程的再现,却因排除干扰因素,应该比原系统易于控制,易于取得测试结果,而数学模拟则更为简单和方便易行。但并不是所有的系统都能用数学模型来研究,例如:犁体曲面的工作过程变化因素太多、太复杂,一般采用物理模拟的方法对曲面进行研究;电路模拟避开了建立数学模型的复杂过程,也是一种物理模拟。通过模拟能够得到系统中各参数之间的关系和各参数对系统的影响。

模拟可以作为试验手段。物理模拟由于其排除干扰因素和简单易行,常常以模拟系统取代实际系统运行以取得各种参数。数学模拟是将模型输入计算机进行运算以模拟系统,可以在较短的时间内得到大量的结果,如果模拟方法得当,且模拟结果与试验结果相比较,误差在允许的范围内,其速度和经济性是实际系统试验所不可比拟的,而且可以排除试验过程中许多人为的误差。

模拟还可以应用于农机系统辅助设计,特别是数学模拟,将模型输入计算机,与优化程序相联结,可以自动得到最佳系统参数,也可以将各种方案和工艺流程利用模拟计算进行比较,以确定最佳方案和最佳工艺流程。例如:借助计算插秧机分插机构动力学模拟程序对配重(平衡块)的位置、质量进行优化计算,以取得最佳参数。

在模拟计算寻求最佳参数过程中常常采用人机对话形式。完全使用计算机自动选择最佳参数往往使编程过于复杂,有时还不容易得到理想结果。人机对话,主要是把人的经验和工况在分析和设计过程中输入计算机。当然,有些在同样工况下反复使用的程序,可以花费较大代价,将实际工况和人的经验变成数学形式,以达到最佳参数在程序计算中自动给出,但这需要在实际使用过程中不断完善。例如不同的几个因素作为目标函数,如果统一成为一个目标函数,需要进行加权处理,加权量的选择难度较大,处理不当,其结果与期望值可能大相径庭。在建立目标函数时,人的经验和实际工况难以用数学形式精确的表达,对一些农业机械问题尤其如此。

(3) 建立模型的步骤

模拟的关键问题在于建立模型,物理模拟要建立物理模型,数学模拟要建立数学模型,计算机模拟需要将数学模型转换成计算机程序。

物理模拟主要是依据模拟目标设计模型、试验环境以及配备试验设备。模型设计的基础是相似理论,试验环境则尽可能模仿系统的实际情况。例如:犁的作业模拟,其模型为犁体曲面,曲面按相似理论设计,土槽是试验环境,土槽中土壤的成分、水分应尽量模仿所研究的犁体作业土壤的状况,这里最困难的问题是在试验后如何很快恢复土壤的原始状况,以便再次试验。犁体受力测试设备有六分力测力仪和圆筒式测力仪。

数学模拟是应用广泛的模拟方法,它的步骤如下:

- 1) 确定研究对象是否适于用作数学模拟。

2) 调研和搜集有关数据和资料。

3) 建立模型。理论分析和试验数据回归方法并用。首先考虑的是用理论方法将系统简化为数学模型, 如果问题复杂和难以归纳, 则可利用试验数据得到回归方程。理论模型的建立和试验设计是模拟过程的关键所在, 决定其仿真程度, 也体现了研究者的技巧和水平。

4) 编制计算模型程序。依据数学模型编制计算框图, 在框图基础上编制程序。编制框图可以减少编程中的错误, 且易于在调程序中发现错误, 编程中要考虑改变的参数和它们的范围。可以加进优化程序, 编程中尽量利用子程序和循环语句以简化程序和缩短运算时间。

5) 程序运行和检查错误。

6) 试验验证模拟计算结果, 如果误差在允许的范围内, 说明模拟是成功的, 程序可行, 否则, 需要审查全部模拟过程, 主要有以下几点:

理论计算是否忽略了重要因素(假设条件是否合理)。

理论方程的推导是否有误。

试验回归的设计是否正确, 试验数据是否准确。

计算程序是否有逻辑错误。

为验证而做的试验、设计和结果是否正确。

7) 分析模拟结果和得出结论, 可以绘制曲线或曲面, 使结果更加直观。

参 考 文 献

1. 赵匀, 李相林, 宋世贵. 农业机械学教科书中几个理论问题的质疑和探索. 农业机械学报, 1993 (2): 13 ~ 17
2. 赵匀, 应文斌, 李建平. 农业机械计算机辅助分析和设计初探. 农业工程学报, 1996 (4): 177 ~ 180

2 计算机辅助分析基础 2.1 概 述

计算机辅助分析除了掌握计算机语言和具备熟练的利用这些语言编程的能力外,更重要的是需要掌握深广的各种数学和力学以及有关的专业和专业基础知识。

在认为读者已经掌握了高等数学和各种力学知识前提下,本章向读者介绍计算方法中的方程求根、数值积分、常微分方程数值解法、解决机械系统动力学问题的第二类拉格朗日方程、解析形式刚体复合运动微分方程、计算机绘制特性图的方法和知识、算法语言和程序框图知识以及矩阵在机构学中的应用。

2.2 方程求根

工程技术中的许多问题,常可归结为函数方程 $f(x) = 0$, 方程解 x^* 称作方程的根。简单的方程,可直接计算出它的根,但是多数方程为超越函数,无法直接求得它的解,可应用计算机采取逐次逼近的方法,求得所要求的任意精度的值。以下介绍几种方程根的求解方法。

(1) 二分法

假定按上述步骤得知方程 $f(x) = 0$ 在区间 (a, b) 内有且仅有一个根 x^* , 则可按下述二分法的步骤求得满足一定精度要求的近似根:

(1) 取中点 $x = \frac{1}{2}(a + b)$, 将区间 (a, b) 分为两半。

(2) 对其中半个区间如 (a, x) 进行根的“扫描”, 即检查 $f(x)$ 与 $f(a)$ 是否同号。若为同号, 即 $f(x)f(a) > 0$, 说明 x^* 不在区间 (a, x) 内而在区间 (x, b) 内, 见图 2.1(a), 于是丢弃 (a, x) 区间。在剩下的有根区间 (x, b) 中, 把 x 作为 a_1 , b 作为 b_1 , 建立新区间 (a_1, b_1) ; 若 $f(x)$ 与 $f(a)$ 为异号, 见图 2.1(b), 就丢弃区间 (x, b) , 并把 a 作为 a_1 , x 作为 b_1 , 同样建立新的有根区间 (a_1, b_1) 。这样, 区间 (a, b) 被压缩了一半。此方法简单易行, 每次区间是前次区间的一半, 区间内包含所要求的根, 当区间小到一定程度时, 根的精度也就满足要求了。此法的缺点是运算速度慢。图 2.2 为二分法程序框图。

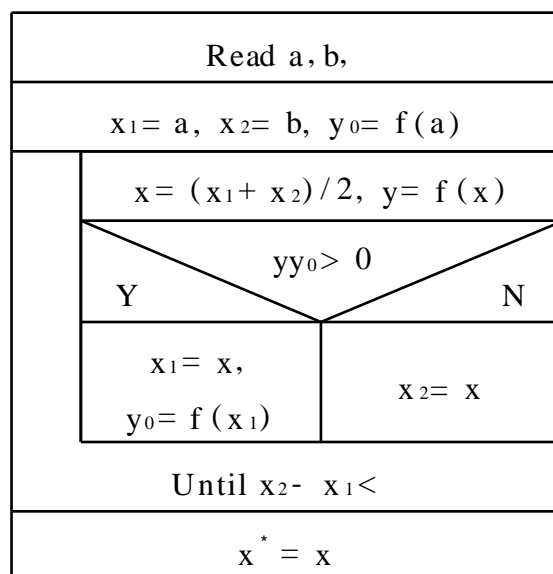


图 2.2 二分法子程序框图

(2) 牛顿迭代法

迭代法是一种重要的逐次逼近方法, 但是其近似值数列必须收敛。单调函数求解时, 牛顿迭代法总是满足收敛条件, 而且收敛速度较快。牛顿法的基本思想是设法将非线性方程 $f(x) = 0$ 转化为某种线性方程来求解。

$$f(x_0)(x_0 - x) = f(x_0) \quad (2.1)$$

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

采取逐次逼近方法:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (2.2)$$

如果 $\left| \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \right|$, 则 x_{k+1} 为满足精度要求的解, 参见图 2.3 和图 2.4。

图 2.1 二分法求根

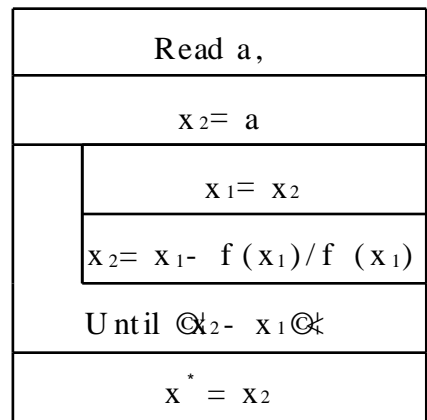


图 2.4 牛顿法子程序框图

图 2.3 牛顿法的几何解释

2.3 数值积分

在机械工程中,常有计算定积分的问题。如计算形状较复杂表面的面积、体积、曲线、弧长、机件的重心、转动惯量以及由加速度求速度,由速度求位移和其它的分析计算。这种计算,在微积分中,通常是先找出被积函数的原函数,然后再按原函数求出积分值,此法仅适用于部分函数的积分。而有些被积函数是用曲线或数表给出的;有些被积函数很难求出它的原函数,甚至找不到可用初等函数表示的原函数。因此,在 CAA 中,常常不用求原函数的办法,而用近似的数值计算方法来求积分值。

由微积分知道,定积分 $\int_a^b f(x)dx$ 不论在实际问题中的意义如何,在数值上都等于曲线 $y = f(x)$, 直线 $x = a, x = b$ 与 x 轴所围成的面积 ACBbaA (图 2.5), 因此,只要计算出面积,就得到了此定积分的值。计算此曲边梯形的面积,可以用各种近似方法。

(1) 梯形法

如图 2.5 所示,以直线 AB 代替曲边 AB,即用线性函数 $p_1(x)$ 来代替被积函数 $f(x)$,从而算出积分的近似值:

图 2.5 梯形法

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(a) + f(b)] \quad (2.3)$$

(2) 抛物线法

如图 2.6 所示,在 a, b 之间补充一个中点 $c = \frac{a+b}{2}$,以过 ACB 的抛物线代替曲边,即用二次函数 $p(x)$ 来代替被积函数 $f(x)$ 。通过分析可得计算公式:

图 2.6 抛物线法 $P(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1$ 图 2.7 单元区间步长折半

将 $x = a, \frac{a+b}{2}, b$ 代入:

$$P(a) = a_1a^2 + b_1a + c_1 = f(a) \quad (2.4)$$

$$P(c) = a_1c^2 + b_1c + c_1 = f(c) \quad (2.5)$$

$$P(b) = a_1b^2 + b_1b + c_1 = f(b) \quad (2.6)$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b P(x) dx = \frac{b-a}{6} [2a_1(a^2 + ab + b^2) + 3b_1(a+b) + 6c_1] \quad (2.7)$$

将式(2.7)整理后, 将式(2.4), (2.5), (2.6)代入, 得到:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} [f(a) + 4f(c) + f(b)] \quad (2.8)$$

此即辛普森(Simpson)公式。抛物线法的精度较高, 因此, 用得较多。

下面讨论在辛普森公式基础上, 增加区间拟合点数。将区间分为相等两区间: 区间和区间 (图 2.7)。

设区间 的 3 点为 a, d, c :

$$\int_a^c f(x) dx \approx \frac{c-a}{6} [f(a) + 4f(d) + f(c)]$$

相邻区间 的 3 点为 c, e, b :

$$\int_c^b f(x) dx \approx \frac{b-c}{6} [f(c) + 4f(e) + f(b)]$$

区间 和 积分为:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{12} [f(a) + 4f(d) + 2f(c) + 4f(e) + f(b)] \quad (2.9)$$

此式为 5 点拟合近似积分公式, 比辛普森式精度高。如果区间较大, 则可利用 5 点拟合近似积分式推引方法, 推出更多拟合点的积分式, 即:

Read a, b, n
$F = f(a) + f(b)$
$h = (b - a) / n, k = 0$